Составители
И. Кушнир, Л. Финкельштейн

Геометрия

Сборник задач

Школа боевого искусства

7–9 классы

Издательство Факт

Геометрия 7-9

Школа боевого искусства

Сборник задач

Составители
И. Кушнир, Л. Финкельштейн

ФАКТ
ВИДАВНИЦТВО
Киев · 2000

Геометрия 7-9. Школа боевого искусства. Сборник задач. Сост.: И. Кушнир, Л. Финкельштейн — К.:Факт, 2000. — 384с.
К96
ISBN 966-7274-72-1

Сборник задач составлен по книге И. Кушнира, Л. Финкельштейна «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства» и содержит более 2 700 задач по всем разделам планиметрии. Соответствует школьным программам.

Может быть использован как на уроках, так и для самостоятельной работы.

ББК 22.151я721

ГЕОМЕТРИЯ 7-9
ШКОЛА БОЕВОГО ИСКУССТВА
СБОРНИК ЗАДАЧ

Составители:
КУШНИР Исаак Аркадьевич,
ФИНКЕЛЬШТЕЙН Леонид Петрович

Киев, "Факт", 2000, 384 с.

Редакторы *Елена Шведова, Елена Целева*
Корректоры *Елена Дейнеко, Елена Шарговская*
Технический редактор *Александр Дмитриев*
Художественное оформление *Иннокентий Выровой*

Сдано в набор 5.08.2000. Подписано к печати 25.10.2000. Формат 60x84$^{1}/_{16}$. Печать офсетная. Бумага офсетная №1. Гарнитура "Таймс". Усл. изд. л. 14,27. Уч. изд. л. 15,29.

Тираж 3 000 экземпляров..

Издательство «Факт», 04080, Киев-80, а/я 76
Тел./факс (044) 417 6991
E-mail: fact@carrier.kicv.ua

Отпечатано с готовых диапозитивов заказчика.
Зак. № 154.

ISBN 966-7274-72-1

© И. Кушнир, Л. Финкельштейн, 2000 г.
© Дизайн, макет «Факт», 2000 г.

Предисловие

Вам предлагаются более 2,5 тысяч задач, взятых из сборников, опубликованных за последние пятьдесят лет. Собранные вместе, они являются не только дополнительным материалом к пособию «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства», но и его естественным продолжением. К каждой теме и даже к каждой теореме школьного курса планиметрии как ученик, так и учитель найдёт здесь достаточное количество разнообразных и содержательных задач для подготовки к контрольной работе, зачёту, и, наконец, для продуманной системы самообразования.

Решения значительной части задач доступны большинству учащихся, почти ко всем задачам даны ответы, а к некоторым — указания.

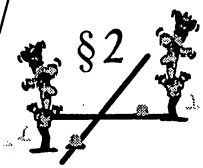
Совместная работа над задачником и пособием «Геометрия 7-9. Школа боевого искусства» является гарантией глубоких и прочных знаний современной школьной геометрии и высокого результата в решении задач.

Желаем успеха!

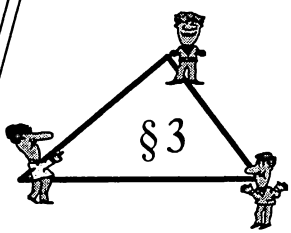
Составители

7 класс

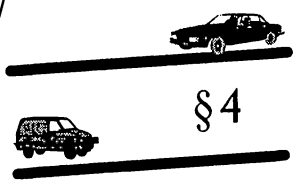
Кирпичи геометрии



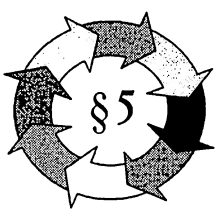
Смежные и вертикальные углы



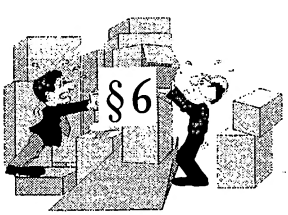
Треугольники



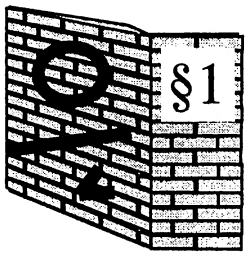
Параллельные прямые



Окружность



Задачи на построение



Кирпичи геометрии

Прямая, луч, отрезок. Сравнение и измерение отрезков.

7.1.1. **(№1).** Чем отличаются друг от друга прямая линия, луч и отрезок?

7.1.2. **(№2).** Через точку провести несколько прямых.

7.1.3. **(№3).** Через точку провести несколько лучей.

7.1.4. **(№4).** Сколько можно провести через две точки: а) прямых линий; б) лучей; в) кривых линий.

7.1.5. **(№5).** Как расположены две прямые, если две точки одной из них совпадают с двумя точками другой?

7.1.6. **(№6).** Всегда ли можно провести прямую через три точки?

7.1.7. **(№7).** Можно ли провести кривую линию через три точки, лежащие на одной прямой?

7.1.8. **(№8).** Имеют ли общие свойства луч и отрезок?

7.1.9. **(№9).** Можно ли прямую, луч, отрезок поделить пополам?

7.1.10. **(№10).** Прямая разбивает плоскость на две полуплоскости. Разбивается ли плоскость на две полуплоскости отрезком?

7.1.11. **(№11).** Можно ли на отрезке длиной 1 см разместить миллион точек?

7.1.12. **(№12).** Начертите две пересекающиеся прямые и расположите на них два отрезка, не имеющие общих точек.

7.1.13. **(№13).** Начертите две пересекающиеся прямые и расположите на них два непересекающихся отрезка так, чтобы точка пересечения прямых принадлежала одному из них.

7.1.14. **(№14).** Сколько различных прямых можно провести через четыре точки? Сделайте чертежи.

7.1.15. **(№15).** Сколько точек нужно взять между точками A и B, чтобы вместе с отрезком AB получилось шесть различных отрезков?

7.1.16. **(№16).** Даны отрезок AB, точка E, не лежащая на прямой AB и точка C, лежащая на прямой AB. Каково взаимное расположение прямой EC и отрезка AB?

7.1.17. **(№17).** Дана прямая EF и точки A и B, не принадлежащие этой прямой. Может ли прямая AB не пересекать отрезок EF?

7.1.18. **(№18).** Как записать, что а) отрезок BC в три раза меньше отрезка AC; б) отрезок AC в два раза больше отрезка BC?

7.1.19. **(№19).** От точки A отложены на одной прямой два отрезка: $AB = 2{,}4$ см, $AC = 6{,}8$ см. Найдите расстояние между серединами этих отрезков (два случая).

7.1.20. (№20). Отрезок AB продолжен на длину BC так, что AC в пять раз больше AB. Найти отношение $AB : BC$.

7.1.21. (№21). Отрезок AB равен 2,8 м. Найдите расстояние между серединой этого отрезка и точкой, которая делит его в отношении .

7.1.22. (№22). Как расположены точки A, N и B, если: а) $AN = NB$ и $AN + NB = AB$; б) $AN + NB = AB$?

7.1.23. (№23). Отрезок a разделён произвольной точкой на два отрезка. Чему равно расстояние между серединами этих отрезков?

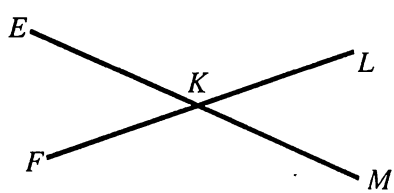
7.1.24. (№24). Отрезок a разделён на три равные части. Какую часть отрезка a составляет расстояние между серединами первой и третьей частей?

7.1.25. (№25). Отрезок, равный 36 см, разделён тремя произвольными точками на четыре части. Расстояние между серединами крайних частей равно 30 см. определите расстояние между серединами средних частей.

7.1.26. (№26). По данным отрезкам a и b построить отрезок $2a - b$.

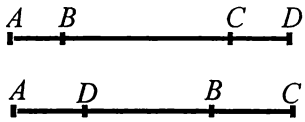
7.1.27. (№27). По сумме s и разности d отрезков a и b постройте эти отрезки.

7.1.28. (№28). Отрезки KL и KM равны (см. рис.). При каком условии отрезки ME и FL: а) равны; б) $FL > ME$; в) $FL < ME$?



7.1.29. (№29). На отрезке AB взяты точки C и D. Выразите отрезок CD всеми возможными способами через остальные образовавшиеся отрезки.

7.1.30. **(№30).** На каждом из рисунков отрезки AB и CD равны. Найдите ещё пары равных отрезков.



7.1.31. **(№31).** Даны отрезки $AB = 10$ см и $BC = 5$ см, принадлежащие одной прямой. Как расположены точки A, B и C, если $AC < 15$ см?

7.1.32. **(№32).** На прямой m от точки A отложены два отрезка так, что $AC > AB$ и точка A лежит между точками B и C. От точки C отложен отрезок CM так, что $BM = AC$. Сравните отрезки MC и AB.

7.1.33. **(№33).** Если на прямой даны точки A, B, C и D (точка C лежит между A и B) так, что $AB = CD$, то является ли середина отрезка AD также серединой отрезка BC? Обоснуйте ответ.

7.1.34. **(№34).** На прямой от точки A отложены два отрезка AB и AC, причём $AB < AC < 1{,}99AB$. Сравните отрезки BC и AB.

7.1.35. **(№35).** На прямой m от точки A отложены два отрезка AB и AC, причём $0{,}51AB < AC < AB$. Сравните отрезки BC и AC.

7.1.36. **(№36).** Расстояния между тремя точками A, B и C, расположенными на одной прямой, таковы: а) $AB = 15$ см; $CB = 7$ см; $AC = 8$ см; б) $AB = 12$ см; $CB = 15$ см; $AC = 3$ см. Как расположены эти точки в каждом случае?

7.1.37. **(№37).** Вдоль улицы длиной 813,6 м по прямой линии от одного её конца до другого через каждые 4,52 м требуется произвести посадку деревьев. Сколько для этого нужно вырыть ям?

7.1.38. **(№38).** В каком отношении нужно разделить отрезок на части так, чтобы середина меньшей части делила отрезок в отношении 1 : 3?

7.1.39. (№39). Отрезок разделён на части в отношении 1 : 2 : 3. Расстояние между серединами первых двух полученных частей равно 3 см. Определите длину данного отрезка.

7.1.40. (№40). Расстояние между точками A и B равно 6 см. Найдите на прямой AB все такие точки, у которых сумма расстояний от точек A и B равняется 8 см.

7.1.41. (№41). Расстояние между точками A и B равно 10 см. Найдите все такие точки M, что $MA + MB = 9$ см.

7.1.42. (№42). Известно, что $AB = 8$ см. Найдите на прямой AB все такие точки, чтобы расстояние от каждой из них до точки A было вдвое меньше чем расстояние до точки B.

7.1.43. (№43). Расстояние между точками A и B равно 12 см. Найдите на прямой AB все точки M, такие, что $MA + MB = = 12$ см.

7.1.44. (№44). Точка C — середина отрезка AB. Существуют ли на прямой AB такие точки M, что $MA + MC = 2MC$.

7.1.45. (№45). Расстояние между точками A и B равно 13 см. Найдите на прямой AB все точки M, для которых $MA - MB = 2$ см.

7.1.46. (№46). $AB = 7$ см. Найдите на прямой AB все точки M, для которых $MA - MB = 8$ см

7.1.47. (№47). Расстояние между точками A и B равно 10 см. Вне отрезка AB на прямой AB взято точку C так, что $AC = 4$ см. Найдите на отрезке AB все такие точки, которые ближе к C, чем к середине отрезка AB.

7.1.48. (№48). $AB = 12$ см. Найдите на прямой AB такие точки C и M, чтобы $CM = 5$ см и AC равнялось бы BM.

7.1.49. **(№49).** Точки A, B, C и D расположены на одной прямой, причём $AB = 15$ см, $AC = BD = 10$ см. Найдите длину отрезка CD.

7.1.50. **(№50).** Точки A, B, C и D расположены на одной прямой, причём $AB = 12$ см, $AD + BD = 17$ см, $CA - CB = 2$ см. Найдите длину отрезка CD.

7.1.51. **(№51).** Точки C и D лежат на прямой AB, причём отрезок AB равен 16 см, $CB - CA = 10$ см, $DA = 3DB$. Найдите длину отрезка CD.

7.1.52. **(№52).** Точки A, B, C и D последовательно расположены на одной прямой. Известно, что $AD = a$, $BC = b$. Найдите расстояние между серединами отрезков AB и CD.

7.1.53. **(№53).** На прямой m лежат точки M, N и K, причём $MN = 85$ мм, $NK = 1{,}15$ дм. Какой может быть длина отрезка MK в сантиметрах?

7.1.54. **(№54).** Точки A, B и C лежат на прямой a, причём $AB = 5{,}7$ м, $BC = 730$ см. Какой может быть длина отрезка AC в дециметрах?

7.1.55. **(№55).** На отрезке MN, равном 8 дм, лежат точки A и B по разные стороны от середины C отрезка MN, $CA = 7$ см, $CB = 0{,}24$ м. Найдите длины отрезков AN и BN в дециметрах.

7.1.56. **(№56).** Точка M — середина отрезка EF, длина которого равна 1,2 м. От точки M по разные стороны от неё, отложены два отрезка $MP = 1{,}6$ дм и $MQ = 40$ см. Найдите длины отрезков EP и QF в сантиметрах.

7.1.57. **(№57).** На прямой отмечены точки A, B и C (B между A и C). Известно, что $AB = 3$ см, $BC = 5$ см. Пользуясь только циркулем, разделите отрезок AB на части, длиной по 1 см.

7.1.58. **(№58).** Точка B находится между точками A и C, причём $AB = 37$ см, $BC = 17$ см. Пользуясь только циркулем, отложите на прямой AB отрезок длиной 1 см.

7.1.59. **(№59).** M — середина отрезка AB. Найдите на прямой AB все точки X, которые отвечают условию: $2XA = 3(XB + XM)$.

7.1.60. **(№60).** От A до F по прямолинейной дороге 35 км, остановки автобуса расположены в точках последовательно B, C, D, E. Зная, что $AC = 12$ км, $BD = 11$ км, $CE = 12$ км, $DF = 16$ км, найдите AB, BC, CD, DE, EF.

7.1.61. **(№61).** Пункты A, B, C, D, E, F, G, H последовательно расположены вдоль прямолинейного шоссе. Найдите расстояния между каждыми двумя соседними пунктами из числа названных, зная, что $AD = 19$ км, $BE = 21$ км, $CF = 19$ км, $DG = 20$ км, $AF = 32$ км, $CH = 30$ км, $EH = 14$ км.

7.1.62 **(№62).** На прямой последовательно отмечены точки $A_1, A_2, A_3, A_4, \ldots$ так, что $A_1A_2 = 1, A_2A_3 = 2, A_3A_4 = 3, \ldots$ Назовите отрезки с концами в указанных точках, имеющие длину 45.

7.1.63. **(№63).** Пять прямых расположите на плоскости так, чтобы у них было ровно 8 точек пересечения, и через каждую из этих точек проходило не более двух прямых. Сколько получилось отрезков?

7.1.64. **(№64).** Даны n прямых. Известно, что имеется 5 точек, каждая из которых является общей хотя бы для двух прямых из числа данных. Определите наименьшее возможное число n.

Углы.
Сравнение и измерение углов.

7.1.65. (№65). Дан угол MEF и точка A, лежащая в его внутренней области. Проведите луч с началом в точке E так, чтобы образовались два угла, такие, что точка A не принадлежала бы их внутренним областям.

7.1.66. (№66). Через заданную точку проведите столько прямых, чтобы при их пересечении образовалось шесть углов.

7.1.67. (№67). Дан неразвёрнутый угол ABC. Проведите лучи с началом в точке B, чтобы образовались при этом шесть углов, из которых один был бы развёрнутым.

7.1.68. (№68). Углы AOB, BOC, COD, DOE и EOA имеют общую вершину O. Прямая a, не проходящая через точку O пересекает не менее двух лучей, которые являются сторонами этих углов. Рассмотрите все возможные случаи. Сделайте чертежи.

7.1.69. (№69). Углы MAF, FAK, KAP, PAQ и QAM имеют общую вершину A. Прямая m, не проходящая через точку A пересекает не более трёх лучей, которые являются сторонами этих углов. Рассмотрите все возможные случаи. Сделайте чертежи.

7.1.70. (№70). $\angle AOB = 120^\circ$. Проведите луч OC так, чтобы угол AOC равнялся 60° (рассмотрите два случая). а) Чему равен угол COB? б) Каким углом: острым, тупым или развёрнутым — является угол COB? в) Является ли луч OC биссектрисой угла AOB?

7.1.71. (№71). $\angle AOB = 100^\circ$, луч OE делит этот угол на два угла так, что $\angle BOE = 3\angle AOE$. а) Найдите эти углы; б) найдите угол AOF, если луч OF проведён так, что OE — биссектриса угла FOB. Каким углом — острым или тупым — является этот угол?

7.1.72. **(№72).** Угол AOB расположен во внутренней области угла COD. OE и OF — биссектрисы углов COA и BOD соответственно. Объясните, почему угол EOF прямой, если $\angle COD + \angle AOB = 180^\circ$.

7.1.73. **(№73).** Прямой угол разделён лучом, исходящим из его вершины, на два угла, такие, что половина одного угла равна трети другого. Найдите эти углы.

7.1.74. **(№74).** Прямой угол двумя лучами, исходящими из его вершины, разделён на три угла, один из которых равен разности двух других углов. Найдите величину большего из этих углов.

7.1.75. **(№75).** Сколько раз в сутки часовая и минутная стрелка образуют: а) развёрнутый угол; б) прямой угол?

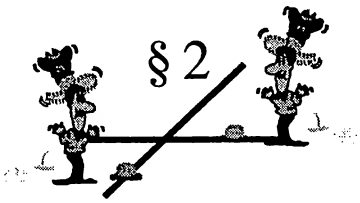
7.1.76. **(№76).** Можно ли без помощи транспортира построить угол в 1°, имея: а) шаблон угла в 13°? б) шаблон угла в 17°?

7.1.77. **(№77).** Точка O — начало восьми лучей, пары соседних лучей образуют углы в 10°, 20°, 30°, 40°, 50°, 60°, 70°, 80°. Каких углов на рисунке больше — острых или тупых? Есть ли на рисунке развёрнутые углы?

7.1.78. **(№78).** Моряки выражают угол не в градусах, а в румбах, считая, что развёрнутый угол делится на 16 румбов. Определите в градусах величину угла, составляющего 2 румба; 4 румба; 7,8 румба.

7.1.79. **(№79).** Во Франции одну сотую часть прямого угла принято называть градом (обозначается 1^g). Вычислите в градусах и минутах величины углов, составляющих 20^g; 35^g; 48^g.

7.1.80. **(№80).** Прямой угол иногда обозначают d. Определите в градусах и минутах величины углов, составляющих $\frac{5}{6}d$; $\frac{4}{15}d$; $1{,}7d$; $0{,}45\,d$; $0{,}63\,d$.



Смежные и вертикальные углы

7.2.1. (№81). Запасной путь на железнодорожной станции отходит от главного пути под углом в 20°. Начертите расположение путей.

7.2.2. (№82). Начертите угол, который в сумме с данным углом *ABC* составляет два прямых угла.

7.2.3. (№83). Смежные углы относятся как 4 : 1. Найдите эти углы.

7.2.4. (№84). Один из смежных углов больше другого на 40°. Найдите эти углы.

7.2.5. (№85). На прямой *AB* взята точка *C* и из неё проведен луч *CD* так, что угол *ACD* в четыре раза больше угла *BCD*. Определите величину этих углов.

7.2.6. (№86). Определите два смежных угла, один из которых на $\frac{2}{9}$ прямого угла больше другого.

7.2.7. (№87). Определите угол, который равен $\frac{3}{7}$ своего смежного.

7.2.8. (№88). Из двух прилежащих углов *ABC* и *CBD* первый равен 108°, а второй меньше его в полтора раза. Являются ли данные углы смежными?

7.2.9. (№89). Отношение двух прилежащих углов равно 7 : 3, а разность их равна 72°. Будут ли эти углы смежными?

7.2.10. (№90). Сумма двух углов равна развёрнутому углу. Будут ли эти углы смежными?

7.2.11. (№91). Третья часть одного угла равна пятой части смежного с ним угла. Какой угол больший?

7.2.12. (№92). Равны ли смежные углы двух равных углов?

7.2.13. (№93). Один угол больше другого. Сравните смежные с ними углы.

7.2.14. (№94). Биссектрисы двух смежных углов образуют равные углы с их общей стороной. Что можно сказать про эти смежные углы?

7.2.15. (№95). Биссектриса какого угла перпендикулярна к его сторонам?

7.2.16. (№96). Сумма данного угла и двух смежных с ним равна 290°. какой угол больше — данный или смежный с ним?

7.2.17. (№97). Развёрнутый угол разделен на три равные части. Равные ли углы образует биссектриса среднего угла со сторонами данного?

7.2.18. (№98). Вычислите смежные углы, если разность между ними равна прямому углу.

7.2.19. (№99). Определите смежные углы, если один из них составляет $\frac{5}{6}$ угла между биссектрисами.

7.2.20. (№100). Угол между биссектрисой одного из смежных углов и их общей стороной равен: а) половине; б) четвёртой части другого смежного угла. Найдите смежные углы.

7.2.21. (№101). Докажите, что угол, дополняющий меньший из двух смежных углов до 90°, равен полуразности смежных углов.

7.2.22. (№102). Из вершины угла AOB, равного $\frac{4}{7}d$ (см. задачу № 80), проведен луч OC, одинаково отклоненный от сторон угла. Определить величину этого отклонения (два случая).

7.2.23. (№103). Сумма трёх углов, из которых первый и третий вертикальные, равна $2{,}2d$. Найдите эти углы, если второй угол вдвое меньше первого.

7.2.24. (№104). При пересечении двух прямых образовалось четыре угла, каждый меньше развёрнутого. Найдите эти углы, зная, что один из них на 60° больше половины другого.

7.2.25. (№105). При пересечении двух прямых образовалось четыре угла, каждый меньше развёрнутого. Найдите эти углы, зная, что градусные меры двух из них относятся как 4 : 5.

7.2.26. (№106). Углы AOB и BOC — смежные, OM — биссектриса угла AOB, луч ON принадлежит внутренней области угла BOC и перпендикулярен OM. Является ли ON биссектрисой угла BOC?

7.2.27. (№107). Из вершины развёрнутого угла проведены два луча, которые делят его на три равные части. Покажите, что биссектриса среднего угла перпендикулярна сторонам развёрнутого угла.

7.2.28. (№108). Построены биссектрисы смежных углов. Какими были данные смежные углы, если на чертеже образовались три прямых угла и четыре равных.

7.2.29. (№109). Докажите, что сумма каждых трёх углов, не прилежащих один к другому и образуемых тремя прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам.

7.2.30. (№110). Докажите, что сумма каждых пяти углов, не прилежащих один к другому и образуемых пятью прямыми, проходящими через одну точку, равна двум прямым углам. Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для n углов и n прямых

7.2.31. (№111). Из четырёх прилежащих углов AOB, BOC, COD и DOE каждый следующий больше предыдущего на 10°; стороны AO и OE составляют одну прямую. Вычислите и постройте эти углы.

7.2.32. (№112). Треть одного и три пятых другого из смежных углов дают в сумме прямой угол. Найдите эти смежные углы.

7.2.33. (№113). Один из смежных углов втрое больше разности между ними. Определите градусные меры этих углов.

7.2.34. (№114). Градусная мера одного из двух смежных углов делится на двадцать, а второй угол в целое число раз больше, чем первый. Найти эти углы.

7.2.35. (№115). Могут ли градусные меры двух смежных углов выражаться только: а) чётными; б) только нечётными цифрами?

7.2.36. (№116). Может ли сумма двух смежных углов равняться сумме двух вертикальных?

7.2.37. (№117). Как размещены одна относительно другой биссектрисы двух вертикальных углов?

7.2.38. (№118). Биссектрисы двух углов с общей вершиной образуют между собой угол 180°. Будут ли данные углы вертикальными?

7.2.39. (№119). Можно ли построить вертикальный угол для угла, который больше развёрнутого?

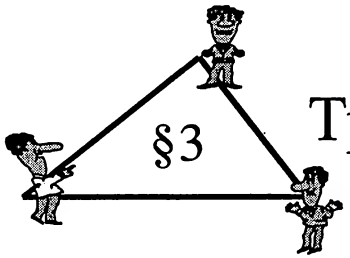
7.2.40. (№120). Один из четырёх углов, образуемых двумя пересекающимися прямыми равен 54°. Найти остальные углы.

7.2.41. (№121). Два угла имеют общую вершину, их соответственные стороны взаимно перпендикулярны. Могут ли эти углы оказаться вертикальными?

7.2.42. (№122). На листе бумаги изображен угол, но в пределах листа находятся его вершина и столь малые части сторон, что для его измерения нельзя воспользоваться транспортиром. Как определить градусную меру этого угла?

7.2.43. (№123). Доказать, что биссектрисы двух смежных углов перпендикулярны.

7.2.44. (№124). Развёрнутый угол AOB разделяет плоскость на две части. Точка E лежит в одной части, точка P — в другой; $\angle EOB = 50^\circ$; $\angle POB = 130^\circ$. Равны ли углы EOB и POA? Являются ли углы EOB и POA вертикальными? Ответы объясните.



§3 Треугольники

Элементы треугольника

7.3.1. (№125). Может ли одна высота треугольника располагаться вне его, а две другие высоты — внутри треугольника? А наоборот?

7.3.2. (№126). Можно ли медиану и биссектрису треугольника провести вне треугольника?

7.3.3. (№127). Может ли только одна высота треугольника совпадать с его стороной?

7.3.4. (№128). Существует ли треугольник, три высоты которого пересекаются в его вершине?

7.3.5. (№129). Верно ли утверждение: высота треугольника меньше каждой его стороны?

7.3.6. (№130). Чем отличается биссектриса треугольника от биссектрисы угла?

7.3.7. (№131). Медиана делит данный треугольник на два треугольника, периметры которых равны. Какой вид данного треугольника?

7.3.8. (№132). Треугольник, периметр которого равен 22 см, делится медианой на два треугольника с периметрами 12 см и 16 см. Найдите длину медианы треугольника.

7.3.9. (№133). Сколько внешних углов имеет треугольник? Есть ли среди них равные?

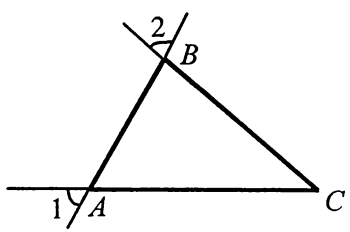
7.3.10. (№134). Внешний угол треугольника меньше внутреннего, смежного с ним. Какой вид данного треугольника?

7.3.11. (№135). Какой вид треугольника, если один из внешних углов равен внутреннему, смежному с ним?

7.3.12. (№136). Два внешних угла треугольника при разных его вершинах равны. Какой вид у данного треугольника?

7.3.13. (№137). Три внешних угла треугольника равны. Какой вид треугольника?

7.3.14. (№138). Стороны равнобедренного треугольника ($AC = BC$) продлили так, как показано на рисунке. Равны ли углы 1 и 2?



7.3.15. (№139). В равностороннем треугольнике периметр равен 16 м. Найти длину стороны треугольника.

7.3.16. (№140). В равнобедренном треугольнике периметр равен 1 м, а основание — 0,4 м. Найдите длину боковой стороны.

7.3.17. (№141). В равнобедренном треугольнике периметр равен 2 м, а боковая сторона 0,9 м. Найти длину основания треугольника.

7.3.18. (№142). В треугольнике ABC $AC = 2BC$. Под каким углом пересекаются медиана к стороне AC и биссектриса угла C?

7.3.19. (№143). Медиана, проведённая к одной из боковых сторон равнобедренного треугольника, делит его периметр на две части: 15 см и 9 см. Найдите стороны равнобедренного треугольника.

7.3.20. (№144). Найдите точку, равноудалённую: а) от всех вершин треугольника; б) от всех его сторон.

7.3.21. (№145). В треугольнике ABC $AB = BC = 14$ см. Перпендикуляр, проведённый к боковой стороне AB через её середину, пересекает основание AC в точке E. Точка E соединена с вершиной B. Периметр треугольника BEC равен 40 см. Найдите основание AC треугольника ABC.

7.3.22. (№146). Внутри треугольника ABC проведена к стороне BC прямая AD так, что угол CAD равен углу ACD. Периметры треугольников ABC и ABD равны 37 м и 24 м. Определите длину AC.

7.3.23. (№147). В равнобедренном треугольнике ABC проведена высота BD. Периметр треугольника ABC равен 50 см, а периметр треугольника ABD равен 40 см. Определите высоту BD.

7.3.24. (№148). На отрезке AC по разные стороны от него построены два равнобедренных треугольника ABC и AMC. Вершины этих треугольников соединены прямой BM. Докажите, что BM перпендикулярно AC.

7.3.25. (№149). Периметр треугольника больше его сторон на 32, 29 и 23 см. Определите периметр треугольника.

7.3.26. (№150). Длины сторон треугольника ABC a, b и c. Известно, что периметр больше $a + c$ в $\frac{4}{3}$ раза и больше $a + b$ в полтора раза. Во сколько раз периметр данного треугольника больше $b + c$?

7.3.27. (№151). На отрезке AB длиной 38 см между A и B отмечены точки $C_1, C_2, \ldots, C_n$ и построены равносторонние треугольники с основаниями AC_1, C_1C_2, C_2C_3, ... , C_nB. Зависит ли сумма длин сторон треугольников, лежащих вне отрезка AB, от количества отмеченных точек и их размещения на AB?

Признаки равенства треугольников

7.3.28. (№152). Назовите несколько признаков равенства равнобедренных треугольников.

7.3.29. (№153). Докажите, что в остроугольном равнобедренном треугольнике высоты, опущенные на боковые стороны, равны.

7.3.30. (№154). Равны ли равнобедренные треугольники, если боковая сторона и угол при вершине одного треугольника соответственно равны боковой стороне и углу при вершине другого треугольника?

7.3.31. (№155). На сторонах равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) от его вершины B отложены равные отрезки BM и BH. Будут ли равны отрезки CM и AH?

7.3.32. (№156). На сторонах равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) от его вершин A и C отложены равные отрезки AM и CH. Отрезки CM и AH пересекаются в точке O. Определите вид треугольника AOC.

7.3.33. (№157). В треугольнике ABC $AB = BC = AC$. На его сторонах взяты точки M, P. и K так, что $AM : MB = BP : PC = CK : KA = 1 : 3$. Докажите, что треугольник MPK — равносторонний.

7.3.34. (№158). Стороны равностороннего треугольника ABC продлены на отрезки AM, CP и BK так, что $MA : AB = PC : AC = BK : CB = 2 : 1$. Докажите, что треугольник MPK, что равносторонний.

7.3.35. (№159). Периметры двух треугольников равны. Будут ли равны треугольники?

7.3.36. (№160). Докажите, что высоты, проведённые к боковым сторонам тупоугольного равнобедренного треугольника, равны.

7.3.37. (№161). Докажите, что медианы, проведённые к боковым сторонам равнобедренного треугольника, равны (рассмотрите отдельно случаи, когда треугольник остроугольный и тупоугольный).

7.3.38. (№162). На одной стороне угла с вершиной A отмечены точки D и B, на другой стороне — C и E так, что $AD = AC = 3$ см, $AB = AE = 4$ см. Докажите, что: а) $BC = ED$; б) $KB = KE$, где K — точка пересечения отрезков BC и ED.

7.3.39. (№163). Докажите, что перпендикуляры, проведённые к сторонам угла на равных расстояниях от его вершины, пересекаются на биссектрисе этого угла.

7.3.40. (№164). Построены серединные перпендикуляры равных сторон равнобедренного треугольника. Докажите, что отрезки этих перпендикуляров, заключённые внутри треугольника, равны. Рассмотрите случаи, когда треугольник остроугольный, тупоугольный, прямоугольный.

7.3.41. (№165). Два равных отрезка точкой их пересечения делятся пополам. Докажите, что расстояния от концов одного отрезка до прямой, содержащей второй отрезок, равны.

7.3.42. (№166). Докажите, что два треугольника равны, если две стороны и медиана, проведённая к третьей стороне, одного треугольника

соответственно равны двум сторонам и медиане, проведённой к третьей стороне, другого треугольника.

7.3.43. (№167). На высоте CD, опущенной на основание AB равнобедренного треугольника ABC, взята точка M, которая соединена с вершинами A и B. Докажите, что треугольники AMC и BMC равны.

7.3.44. (№168). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ высоты CK и C_1K_1 равны. Найдите условия при которых данные треугольники равны.

7.3.45. (№169). Докажите, что если сторона и проведённые к ней медиана и высота одного треугольника равны соответствующим элементам другого треугольника, то такие треугольники равны.

7.3.46. (№170). Докажите, что треугольники равны, если две стороны и высота, проведённая к третьей стороне, одного треугольника соответственно равны двум сторонам и высоте, проведённой к третьей высоте треугольника.

7.3.47. (№171). В равнобедренном треугольнике проведены высоты к боковым сторонам. Докажите, что прямая, соединяющая точку их пересечения с вершиной треугольника, делит угол при вершине пополам.

7.3.48. (№172). Докажите, что если две высоты треугольника равны, то треугольник равнобедренный.

7.3.49. (№173). В равнобедренном треугольнике ABC с тупым углом при вершине C проведены высоты к боковым сторонам, продолжения которых пересекаются в точке F. Докажите, что эти высоты равны, а треугольник ABF равнобедренный.

7.3.50. (№174). В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AC = A_1C_1$, $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $D \in BC$ и $DC = 2BD$, $D_1 \in B_1C_1$, $D_1C_1 = 2B_1D_1$. Докажите, что $AD = A_1D_1$.

7.3.51. (№175). Медианы AD и BO треугольника ABC, у которого $AC = BC$, продолжены так, что $DE = AD$ и $OK = BO$. Докажите, что $\angle AKC = \angle BEC$.

7.3.52. (№176). Отрезок прямой EF точками K и L делится на три равные части. Вне отрезка EF по разные стороны от прямой EF взяты точки A и B так, что $AE = BF$ и $AL = BK$. Градусные меры углов AEL и KFB относятся как $m : 1$. Найдите m.

7.3.53. (№177). ABC и $A_1B_1C_1$ — равнобедренные треугольники с основаниями AB и A_1B_1, точки M и M_1 — середины сторон BC и B_1C_1, $AB = A_1B_1$, $AM = A_1M_1$. Докажите, что $\Delta ABC = \Delta A_1B_1C_1$.

7.3.54. (№178). Докажите, что высоты треугольника, пересекаясь, не делятся пополам.

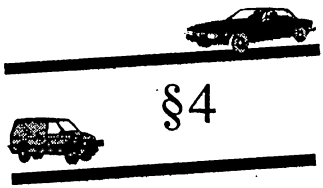
7.3.55. (№179). В концах отрезка AB в полуплоскости с границей AB построены AC и BD — равные перпендикуляры к AB. Докажите, что перпендикуляр к AB, проходящий через его середину, перпендикулярен к отрезку CD. Делит ли он пополам отрезок CD ?

7.3.56. (№180). Точка B находится между A и C. В одной полуплоскости построены перпендикуляры к AC: $AD = BC$ и $CE = AB$. Точка O — середина BD, точка M — середина BE. Докажите, что $AO = CM$.

7.3.57. (№181). На сторонах угла A взяты такие точки B и C, что $AB = AC$. Прямые BD и CE перпендикулярные AB и AC, соответственно, пересекаются в точке O. Лежит ли эта точка на биссектрисе угла A?

7.3.58. (№182). Точки A, B, C, D, E расположены так, что $AB = BC = CD = DE = EA$, $\angle BAE = \angle DEA$. Равны ли углы ABC и EDC? Рассмотреть все случаи.

7.3.59. (№183). Сформулируйте и решите задачу, аналогичную предыдущей, но для шести точек.



§4 Параллельные прямые

Признак параллельности прямых

7.4.1. (№184). При каком положении секущей равны все углы, образованные двумя параллельными прямыми и этой секущей?

7.4.2. (№185). Как расположены друг относительно друга биссектрисы двух равных и двух неравных углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых третьей?

7.4.3. (№186). Докажите, что биссектриса внешнего угла при вершине равнобедренного треугольника параллельна его основанию. Сформулируйте и докажите обратную теорему.

7.4.4. (№187). Две параллельные прямые пересечены третьей прямой. Один из полученных восьми углов равен 72°. Чему равен каждый из остальных?

7.4.5. (№188). Две параллельные прямые пересечены третьей прямой. Один из внутренних углов равен 40°. Под каким углом его биссектриса пересекает другую параллель?

7.4.6. (№189). Углы 1 и 2 — внутренние накрест лежащие при пересечении секущей c двух прямых a и b. $\angle 1 = 75^\circ$, $\angle 2$ в 1,4 раза меньший от смежного с ним. Будут ли параллельными прямые a и b?

7.4.7. (№190). Углы 1 и 2 — внутренние односторонние при пересечении секущей c двух прямых a и b. Угол 1 вместе с углом, вертикальным к углу 2 равны 180°. Параллельны ли прямые a и b?

7.4.8. (№191). Две параллельные прямые пересечены третьей. Углы 3 и 4 — внутренние накрест лежащие. Найдите зависимость между углом 3 и углом 1, смежным с углом 4, если угол 3 равен 60°.

7.4.9. (№192). Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него новый треугольник. Какой вид образованного треугольника?

7.4.10. (№193). Прямая, проведённая через вершину треугольника параллельно его противоположной стороне, образует с другими двумя сторонами равные углы. Какой вид этого треугольника?

7.4.11. (№194). Прямая, проведённая через вершину угла C треугольника ABC параллельно стороне AB, образует со стороной BC угол, равный углу C. Какой вид треугольника ABC?

7.4.12. (№195). В треугольнике ABC проведена биссектриса BD. Из вершины C проведена прямая параллельно BD до пересечения с продолжением стороны AB в точке E. какой вид треугольника BCE?

7.4.13. (№196). У какого треугольника биссектриса внешнего угла параллельна его стороне?

7.4.14. (№197). Через две вершины треугольника проведены прямые, параллельные противолежащим сторонам. Сравните угол между этими прямыми с углом при третьей вершине треугольника.

7.4.15. **(№198).** При пересечении прямых *AB* и *CD* прямой *l* образовалось восемь углов, из которых четыре — равные тупые углы. Параллельны ли прямые *AB* и *CD* ?

7.4.16. **(№199).** Докажите, что два перпендикуляра к сторонам угла, который меньше развёрнутого, пересекаются.

7.4.17. **(№200).** Две прямые параллельны. Две другие параллельные прямые пересекают их в точках *A*, *B*, *C* и *D*. Равны ли треугольники *ABC* и *DCB* ?

7.4.18. **(№201).** Прямые *AB* и *CD* параллельны. Прямая пересекает их в точках *E* и *K*. Общий перпендикуляр параллельных прямых делит пополам угол между *EK* и биссектрисой угла *BEK*. Найдите угол *CKE*.

7.4.19. **(№202).** Как с помощью шаблона прямого угла разделить пополам данный отрезок?

7.4.20. **(№203).** Как с помощью шаблона острого угла построить перпендикуляр к данной прямой в данной точке?

Сумма углов треугольника

7.4.21. **(№204).** Определите вид треугольника, у которого сумма двух углов: а) меньше третьего; б) равна третьему; в) больше третьего.

7.4.22. **(№205).** Сколько острых, прямых, тупых внешних углов может иметь треугольник?

7.4.23. **(№206).** В каком треугольнике каждый внешний угол вдвое больше внутреннего: а) смежного с ним; б) не смежного с ним?

7.4.24. (№207). Существует ли треугольник с такими внешними углами: а) 131°; 91°; 38°; б) 124°; 102°; 117° ?

7.4.25. (№208). Существуют ли треугольники ABC и MPK для которых: $\angle A + \angle M = 180°$; $\angle B + \angle P = 180°$.

7.4.26. (№209). Какого вида треугольник ABC если $\angle A + 2\angle B = 90°$?

7.4.27. (№210). Может ли против средней по величине стороне треугольника лежать прямой угол?

7.4.28. (№211). В равностороннем треугольнике проведены две медианы. Чему равны углы между ними?

7.4.29. (№212). Выяснить вид равнобедренного треугольника, если угол при его основании в три раза меньше смежного с ним угла.

7.4.30. (№213). Докажите, что из углов треугольника хотя бы один не меньше 60°.

7.4.31. (№214). Определите углы треугольника, если они относятся 1 : 2 : 3.

7.4.32. (№215). Найдите углы треугольника, если один из них в четыре раза больше каждого из двух остальных.

7.4.33. (№216). Найдите углы треугольника, если величина одного из них равна 75°, а два других относятся, как 4 : 11.

7.4.34. (№217). Определите углы треугольника, если известно, что один угол треугольника составляет две пятых другого и одну четвёртую третьего.

7.4.35. (№218). Найдите углы треугольника, если известно, что два из них относятся, как 3 : 7, а третий угол на 20° меньше суммы двух первых углов.

7.4.36. (№219). Найдите углы треугольника, если известно, что один из них равен половине суммы двух других, а другой — третьей части суммы двух других углов.

7.4.37. (№220). В равнобедренном треугольнике угол между равными сторонами составляет четверть угла между неравными сторонами. Найдите углы треугольника.

7.4.38. (№221). Найдите величину угла при вершине равнобедренного треугольника, если известно, что этот угол на 16° больше угла при основании.

7.4.39. (№222). Один из углов треугольника равен 60°. Найдите острый угол, образованный биссектрисами двух других углов треугольника.

7.4.40. (№223). В треугольнике ABC биссектрисы углов A и C пересекаются в точке M. Определите угол ABC, если он равен половине угла AMC.

7.4.41. (№224). Дан угол A. Докажите, что если от его вершины отложить на луче отрезок AB, из точки B провести прямую, параллельную второму лучу данного угла, а на этой параллельной прямой внутри угла отложить отрезок BD, равный BA и соединить точку D с вершиной A, то прямая AD делит данный угол пополам.

7.4.42. (№225). В равнобедренном треугольнике угол между основанием и высотой, опущенной на боковую сторону, равен 48°. Определите углы треугольника.

7.4.43. (№226). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника образует с боковой стороной угол, равный углу при основании. Определите углы треугольника.

7.4.44. (№227). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника образует с боковой стороной угол, равный углу между равными сторонами. Определите углы треугольника.

7.4.45. (№228). Биссектриса угла при основании равнобедренного треугольника отсекает равнобедренный треугольник. Найдите углы начального треугольника.

7.4.46. (№229). Треугольник ABC равнобедренный, $\angle A = 104^\circ$. Найдите углы, которые образовывает биссектриса угла B со стороной AC.

7.4.47. (№230). Угол между биссектрисой и высотой равнобедренного треугольника, проведёнными из одной вершины, равен 12°. Определите углы треугольника.

7.4.48. (№231). В равнобедренном треугольнике сторона делит пополам угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из одной вершины. Определите углы треугольника.

7.4.49. (№232). Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 36°. Докажите, что биссектриса угла при основании, продолженная до пересечения с противоположной стороной, делит равнобедренный треугольник на два других тоже равнобедренных треугольника.

7.4.50. (№233). В треугольнике ABC проведены высоты AK и CE. H — точка их пересечения. Найдите угол AHC, если $\angle BAC = 22^\circ$ и $\angle BCA = 75^\circ$.

7.4.51. (№234). В равнобедренном треугольнике ABC высоты AK и CE, опущенные на боковые стороны, образуют угол 48°. Определите углы треугольника ABC.

7.4.52. (№235). В треугольнике ABC из вершины C проведены биссектрисы внутреннего и внешнего углов. Первая биссектриса образу-

ет со стороной AB угол, равный 31°. Какой угол образует с продолжением стороны AB вторая биссектриса?

7.4.53. (№236). Высота, проведённая к боковой стороне равнобедренного треугольника, делит его угол в отношении 1 : 5, считая от основания. Определите углы треугольника.

7.4.54. (№237). Высота треугольника образует с двумя его сторонами углы 30° и 42°. Определите углы треугольника

Углы с взаимно параллельными и перпендикулярными сторонами

7.4.55. (№238). Биссектриса острого угла прямоугольного треугольника образует с катетом угол, равный одному из острых углов треугольника. Определите углы треугольника.

7.4.56. (№239). Биссектриса внутреннего угла треугольника ABC отсекает равнобедренный треугольник с углом 80°. Определите углы треугольника ABC.

7.4.57. (№240). Докажите, что углы между биссектрисами острых углов и биссектрисами внешних тупых углов прямоугольного треугольника равны или дополняют друг друга до 180°.

7.4.58. (№241). Угол при вершине равнобедренного треугольника относится к углу при основании как 4 : 7. В каком отношении делит высота, опущенная на боковую сторону, угол при основании?

7.4.59. (№242). Угол C при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 70°. Проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке M. Докажите, что $AM < AC$.

7.4.60. (№243). Угол C при вершине равнобедренного треугольника ABC равен 80°. Боковая сторона BC продолжена за вершину на отрезок CK, равный BC. Докажите, что отрезок AK перпендикулярен AB и $AK > AB$.

7.4.61. (№244). Докажите, что в треугольнике, у которого разность углов при основании равна прямому углу, биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине равны.

7.4.62. (№245). Один из углов треугольника равен полусумме двух других. Стороны, образующие этот угол, относятся, как 1 : 2. Найдите углы треугольника.

7.4.63. (№246). Отношение двух внутренних углов треугольника 2 : 3, а внешних углов при тех же вершинах — 11 : 9. Найдите третий внешний угол треугольника.

7.4.64. (№247). Точка M находится внутри треугольника ABC. Найдите сумму углов AMB, AMC и BMC.

7.4.65. (№248). Биссектрисы двух внутренних углов остроугольного треугольника пересекают противолежащие стороны под углами 63° и 81°. Найдите углы треугольника.

7.4.66. (№249). Треугольник ABC — прямоугольный, BD и CE — биссектрисы его острых углов, отрезки DK и EM — перпендикуляры к BC. Найдите угол KAM.

7.4.67. (№250). Гипотенуза прямоугольного треугольника в четыре раза больше проведенной к ней высоты. Найдите углы этого треугольника.

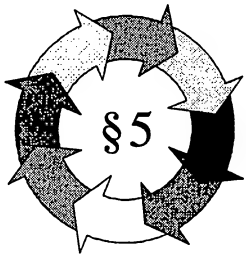
7.4.68. (№251). Высота и медиана, проведённые из одной вершины треугольника, разделили его угол на три равные части. Найдите углы треугольника.

7.4.69. (№252). Можно ли равнобедренный треугольник разрезать на пять треугольников с такими же углами, как у начального треугольника.

7.4.70. (№253). В прямоугольном треугольнике ABC $AB = AC$. Внутри треугольника взята такая точка M, $\angle MBA = \angle MAB = 15^\circ$. Найдите угол BMC.

7.4.71 (№254). В треугольнике ABC $AB = AC$, $\angle BAC = 80^\circ$. Внутри треугольника взята такая точка M, что $\angle MBC = 10^\circ$, $\angle MCB = 30^\circ$. Найдите угол AMB.

7.4.72. (№255). В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle B = 20^\circ$. На стороне AB взята такая точка M, что $BM = AC$. Найдите угол MCA.



Окружность

Описанная и вписанная окружности

7.5.1. (№256). Большое колесо зубчатой передачи имеет 72 зубца. Сколько градусов окружности колеса занимает один зубец колеса вместе со впадиной?

7.5.2. (№257). Меньшее колесо зубчатой передачи имеет 24 зубца. Сколько градусов содержит дуга, занимаемая одним зубцом колеса вместе со впадиной?

7.5.3. (№258). Какую часть оборота сделает большее колесо с 72 зубцами, когда сцепленной с ним меньшее, имеющее 24 зубца, сделает один полный оборот?

7.5.4. (№259). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{72}$ часть окружности.

7.5.5. (№260). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{81}$ часть окружности.

7.5.6. (№261). Выразить в градусах, минутах и секундах 0,001 часть окружности.

7.5.7. (№262). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{1}{14}$ часть окружности.

7.5.8. (№263). Выразить в градусах, минутах и секундах $\frac{5}{11}$ частей окружности.

7.5.9. (№264). Найти, какую часть окружности составляет дуга $15°$.

7.5.10. (№265). Найти, какую часть окружности составляет дуга $22°30'$.

7.5.11. (№266). Найти, какую часть окружности составляет дуга $108°$.

7.5.12. (№267). Найти, какую часть окружности составляет дуга $24'$.

7.5.13. (№268). Найти, какую часть окружности составляет дуга $18''$.

7.5.14. (№269). Найти, какую часть окружности составляет дуга $18°45'$.

7.5.15. (№270). Найти, какую часть окружности составляет дуга $2°30''$.

7.5.16. (№271). Найти, какую часть окружности составляет дуга $10°40''$.

7.5.17. (№272). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 5 час.

7.5.18. (№273). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 3 час. 25 мин.

7.5.19. (№274). Определить угол между стрелками на часах, когда часы показывают 4 час. 50 мин.

7.5.20. (№275). Хорда стягивает дугу в $90°$ и равна 16 см. Определить ее расстояние от центра.

7.5.21. (№276). В окружности, радиус которой 1,4 м, определить расстояние от центра до хорды, стягивающей дугу в $120°$.

7.5.22. (№277). Дуга AB содержит $72°27'$; из ее конца B проведена касательная до встречи в точке C с продолжением радиуса OA. Определить $\angle ACB$.

7.5.23. (№278). Сколько градусов и минут содержит дуга, если радиус, проведенный в конец ее, составляет с ее хордой угол в $37°23'$?

7.5.24. (№279). Дуга содержит $117°23'$. Определить угол между хордой и продолжением радиуса, проведенного в конец дуги.

7.5.25. (№280). ABC — секущая; BD — хорда; $\cup BD$ содержит $43°$; $\cup BDC$ содержит $213°41'$. Определить $\angle ABD$.

7.5.26. (№281). Вычислить угол, вписанный в дугу, составляющую $\frac{17}{32}$ окружности.

7.5.27. (№282). Сколько градусов и минут содержит дуга, которая вмещает угол, равный $37°21'$?

7.5.28. (№283). Дуга содержит $84°52'$. Под каким углом из точек этой дуги видна ее хорда?

7.5.29. (№284). Хорда делит окружность в отношении 5 : 11. Определить величину вписанных углов, опирающихся на эту хорду.

7.5.30. (№285). AB и AC — две хорды: $\cup AB$ содержит 110°23'; $\cup AC$ содержит 38°. Определить $\angle BAC$. (Два ответа).

7.5.31. (№286). Хорда AB делит окружность на две дуги, из которых меньшая равна 130°, а большая делится хордой AC в отношении 31 : 15 (начиная от A). Определить $\angle BAC$.

7.5.32. (№287). Хорды AB и AC лежат по разные стороны от центра окружности и заключают $\angle BAC$, равный 72°30'; $\cup AB : \cup AC = 19:24$. Определить эти дуги.

7.5.33. (№288). Окружность разделена в отношении 7 : 11 : 6, и точки деления соединены между собой. Определить углы полученного треугольника.

7.5.34. (№289). Один из углов треугольника 40°. Стороны этого угла видны из центра описанной окружности под углами, которые относятся, как 2 : 3. Найдите эти углы.

7.5.35. (№290). Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами 122° и 104°.

7.5.36. (№291). Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами 29° и 47°.

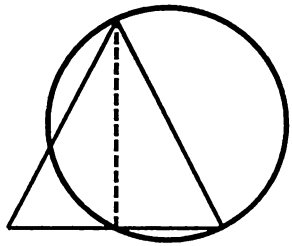
7.5.37. (№292). Определить, сколько градусов содержит дуга, если перпендикуляр, проведенный к хорде из ее конца, делит дополнительную (до окружности) дугу в отношении 5 : 2.

7.5.38. (№293). Если в треугольнике медиана равна половине соответствующей стороны, то угол против этой стороны прямой. Доказать это с помощью вспомогательной окружности.

7.5.39. (№294). Доказать, что всякая трапеция, вписанная в круг, — равнобедренная.

7.5.40. (№295). В сегмент AMB вписана трапеция $ACDB$, у которой сторона $AC = CD$ и $\angle CAB = 51°20'$. Сколько градусов содержит дуга AMB?

7.5.41. (№296). Угол при вершине равнобедренного треугольника равен $40°$. Одна из боковых сторон служит диаметром полуокружности, которая делится другими сторонами на три части (см. рис.). Найдите эти части.



7.5.42. (№297). Основание равностороннего треугольника служит диаметром окружности. На какие части делятся стороны треугольника полуокружностью и полуокружность — сторонами треугольника?

7.5.43. (№298). Построить несколько точек окружности, имеющей данный диаметр, пользуясь лишь чертежным треугольником.

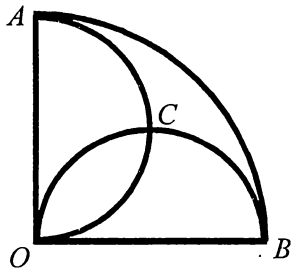
7.5.44. (№299). Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе $c = 5$ см и высоте, опущенной из вершины прямого угла на гипотенузу и имеющей длину 2 см.

7.5.45. (№300). Построить прямоугольный треугольник по гипотенузе, равной 3,5 см, и проекции одного из катетов на гипотенузу, если эта проекция равна 2,9 см.

7.5.46. (№301). Найти геометрическое место середин всех хорд, пересекающихся в одной точке. Рассмотреть два случая: 1) точка на окружности; 2) точка внутри окружности.

7.5.47. (№302). Через точку касания двух окружностей проведена секущая. Радиусы и касательные, проведенные через концы образовавшихся хорд, параллельны. Доказать.

7.5.48. (№303). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что прямая OC делит угол AOB пополам.



7.5.49. (№304). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что точки A, C и B лежат на одной прямой.

7.5.50. (№305). На радиусах OA и OB четверти круга AOB построены (как на диаметрах) полукруги ACO и OCB (см. рис.). Доказать, что дуги AC, CO и CB равны между собой.

7.5.51. (№306). Через конец хорды, делящей окружность в отношении 3 : 5, проведена касательная. Определить острый угол между хордой и касательной.

7.5.52. (№307). AB и AC — равные хорды, MAN — касательная; $\cup BC$, на которой не лежит точка A, содержит $213°42'$. Определить углы MAB и NAC.

7.5.53. (№308). C — точка на продолжении диаметра AB; CD — касательная, D — точка касания; $\angle ADC = 114°25'$. Сколько градусов и минут содержит $\cup BD$?

7.5.54. (№309). AB — диаметр окружности; BC — касательная. Секущая AC делится окружностью в точке D пополам. Определить $\angle DAB$.

7.5.55. (№310). M — середина высоты BD в равнобедренном треугольнике ABC; точка M служит центром дуги, описанной радиусом MD между сторонами BA и BC. Определить градусную величину этой дуги, если известно, что $\angle BAC = 62°17'$.

7.5.56. (№311). Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 2:3:5:6$. Проведены хорды AC и BD, пересекающиеся в точке M. Определить $\angle AMB$.

7.5.57. (№312). Диаметр AB и хорда CD пересекаются в точке M; $\angle CMB = 73°$; $\cup BC = 110°$. Сколько градусов содержит $\cup BD$?

7.5.58. (№313). Из концов $\cup AB$, содержащей $m°$, проведены хорды AC и BD так, что $\angle DMC$, образуемый их продолжениями, равен $\angle DNC$, вписанному в $\cup CD$. Определить эту дугу.

7.5.59. (№314). В четырехугольнике $ABCD$ углы B и D — прямые; диагональ AC образует со стороной AB угол в $40°$, а со стороной AD — угол в $30°$. Определить острый угол между диагоналями AC и BD.

7.5.60. (№315). Окружность разделена точками A, B, C и D так, что $\cup AB : \cup BC : \cup CD : \cup DA = 3:2:13:7$. Хорды AD и BC продолжены до пересечения в точке M. Определить $\angle AMB$.

7.5.61. (№316). Дана окружность с хордой и касательной, причем точка касания лежит на меньшей из двух дуг, стягиваемых хордой. Найти на касательной точку, из которой хорда видна под наибольшим углом.

7.5.62. (№317). Секущая ABC отсекает $\cup BC$, содержащую $112°$; касательная AD точкой касания D делит эту дугу в отношении 7 : 9. Определить $\angle BAD$.

Указание (для некоторых следующих задач). Определяя описанный угол, полезно помнить следующее: тот угол между двумя касательными, внутри которого заключена окружность, служит дополнением до $180°$ к углу между радиусами, проведенными в точке касания.

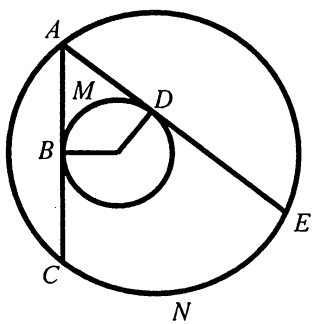
7.5.63. **(№318).** Из концов дуги в 200°30' проведены касательные до взаимного пересечения. Определить угол между ними.

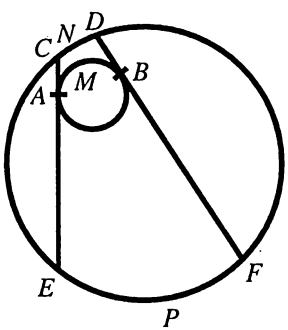
7.5.64. **(№319).** Угол между двумя радиусами содержит 102°37'. Определить угол между касательными, проведенными через концы этих радиусов.

7.5.65. **(№320).** Описанный угол содержит 73°25'. Определить дуги, заключенные между его сторонами.

7.5.66. **(№321).** Хорда делит окружность в отношении 11 : 16. Определить угол между касательными, проведенными из концов этой хорды.

7.5.67. **(№322).** Внутри данной окружности (см. рис.) помещается другая окружность. ABC и ADE — хорды большей окружности, касающиеся в точках B и D меньшей окружности; BMD — меньшая из дуг между точками касания; CNE — дуга между концами хорд. Определить $\cup CNE$, если $\cup BMD$ содержит 130°.





7.5.68. **(№323).** Внутри данной окружности (см. рис.) находится другая окружность, CAE и DBF — две хорды большей окружности (не пересекающиеся), касающиеся меньшей окружности в точках A и B; AMB — меньшая из дуг между точками касания; CND и EPF — дуги между концами хорд. Сколько градусов содержит $\cup CND$, если $\cup AMB = 154°$ и $\cup EPF = 70°$?

7.5.69. **(№324).** Окружность разделена в отношении 5 : 9 : 10, и через точки деления проведены касательные. Определить больший угол в полученном треугольнике.

7.5.70. (№325). AB и AC — две хорды, образующие $\angle BAC = 74°24'$. Через точки B и C проведены касательные до пересечения в точке M. Определить $\angle BMC$.

7.5.71. (№326). Определить величину описанного угла, если расстояние (кратчайшее) от его вершины до окружности равно радиусу.

7.5.72. (№327). Дуга AB содержит $40°24'$. На продолжении радиуса OA отложен отрезок AC, равный хорде AB, и точка C соединена с B. Определить $\angle ACB$.

7.5.73. (№328). В треугольнике ABC угол C — прямой. Из центра C радиусом AC описана $\cup ADE$, пересекающая гипотенузу в точке D, а катет CB — в точке E. Определить дуги AD и DE, если $\angle B = 37°24'$.

7.5.74. (№329). Что является геометрическим местом середин равных хорд данной окружности (устно)?

7.5.75. (№330). Что является геометрическим местом вершин прямоугольных треугольников, построенных на данной гипотенузе (устно)?

7.5.76. (№331). Что является геометрическим местом центров окружностей, проходящих через две данные точки (устно)?

7.5.77. (№332). Что является геометрическим местом центров равных окружностей, проходящих через данную точку (устно)?

7.5.78. (№333). Что является геометрическим местом центров окружностей, касающихся двух данных параллельных прямых a и b (устно)?

7.5.79. (№334). Что является геометрическим местом центров окружностей, касающихся двух данных пересекающихся прямых a и b (устно)?

7.5.80. (№335). (Устно.) Из точки A окружности O проведены диаметр и хорда. Какой угол образуют они между собой, если хорда равна радиусу?

7.5.81. (№336). (Устно.) Гипотенуза прямоугольного треугольника равна a. Определить расстояние между ортоцентром треугольника и центром описанной окружности.

7.5.82. (№337). (Устно.) Треугольник, наибольшая сторона которого равна 5, вписан в окружность. Определить радиус окружности, если вершины треугольника делят окружность в отношении 1 : 2 : 3.

7.5.83. (№338). (Устно.) В окружности радиуса, равного 5, проведена хорда на расстоянии 2,5 от центра. Определить дугу, стягиваемую этой хордой.

7.5.84. (№339). (Устно.) Около равнобедренного треугольника описана и в него вписана окружность. На какой из главных линий треугольника лежат их центры?

7.5.85. (№340). Стороны треугольника равны a, b, c. Доказать, что через каждую пару его вершин и основания двух высот, опущенных из этих вершин на противоположные им стороны, можно провести окружности и определить их радиусы.

7.5.86. (№341). Дан отрезок AB. Найти точку M, отстоящую от концов A и B отрезка на расстояния, равные данным отрезкам a и b. При каком условии задача имеет решение?

7.5.87. (№342). Сколько решений имеет задача: построить прямоугольный треугольник по гипотенузе и медиане, проведенной из вершины прямого угла?

7.5.88. (№343). Один из острых углов прямоугольного треугольника равен 35°. Под каким углом виден каждый его катет из центра описанной окружности?

7.5.89. (№344). Две окружности радиуса r пересекаются в точках A и B. Определить в градусах меньшую из дуг, ограниченную точками пересечения, если угол между радиусами, проведенными в точку пересечения окружностей, равен $\frac{4}{3}d$.

7.5.90. (№345). Из точки A, взятой на окружности, под углом 30° проведены диаметр AB и хорда AC. В точке C построена касательная, пересекающая продолжение диаметра в точке D. Доказать, что треугольник ACD равнобедренный.

7.5.91. (№346). В окружность вписан треугольник ABC. Углы A и B соответственно равны 50° и 70°. Определить угол, образованный касательной к окружности в вершине C и продолжением стороны AB.

7.5.92. (№347). Высота, опущенная из вершины C вписанного в окружность треугольника ABC, продолжена до пересечения с окружностью в точке E. Это точка соединена с точкой D, диаметрально противоположной вершине C. Доказать, что отрезок DE параллелен отрезку AB.

7.5.93. (№348). Около прямоугольного треугольника ABC описана окружность. Из конца диаметра проведена хорда, параллельная медиане, проведенной к гипотенузе. Доказать, что катет треугольника служит биссектрисой угла, образованного диаметром и хордой.

7.5.94. (№349). В данный угол A вписана окружность, касающаяся сторон угла в точках B и C. В произвольно взятой точке D окружности проведена касательная. Определить периметр треугольника, образованного касательной и сторонами угла, если длина отрезка касательной, заключенной внутри угла, равна 5, а длина отрезка AB равна 10. Рассмотреть два случая.

7.5.95. (№350). Доказать, что угол, образованный двумя касательными к окружности, вдвое больше угла, образованного хордой AB, соединяющей точки касания с радиусом, проведенным в одну из этих точек.

7.5.96. (№351). Концы хорды данной окружности недоступны. Построением определить длину хорды.

7.5.97. (№352). В окружности проведены две равные, не параллельные между собой хорды без общих концов. Доказать, что концы этих хорд являются вершинами равнобочной трапеции.

7.5.98. (№353). Доказать, что из всех хорд, проходящих через данную точку, расположенную внутри окружности, но не являющуюся ее центром, наименьшая та, которая этой точкой делится пополам.

7.5.99. (№354). Доказать, что сторона треугольника, лежащая против угла в $30°$, равна радиусу окружности, описанной около этого треугольника.

7.5.100. (№355). В окружности с центром в точке O проведена хорда AB, которая продолжена на отрезок BC, равный радиусу. Прямая OC пересекает окружность в точке D (точка O лежит между точками C и D). Доказать, что $\angle AOD = 3\angle ACD$.

7.5.101. (№356). Доказать, что сумма диаметров окружностей, вписанной в прямоугольный треугольник и описанной около него, равна сумме его катетов.

7.5.102. (№357). Около равностороннего треугольника ABC описана окружность. На дуге BC взята произвольная точка M. Доказать, что $AM = BC + CM$.

7.5.103. (№358). Высоты треугольника ABC, проведенные из вершин A и B, при своем продолжении встречают окружность, описанную

около треугольника ABC, соответственно в точках E и D. Доказать, что ортоцентр C треугольника ABH делит дугу ECD пополам.

7.5.104. (№359). Высоты треугольника ABC, проведенные из вершин A и B, при своем продолжении встречают окружность, описанную около треугольника ABC, соответственно в точках E и D. Доказать, что отрезки EH и DH делятся пополам соответствующими сторонами треугольника (H — ортоцентр треугольника ABC).

7.5.105. (№360). Доказать, что окружность, проходящая через ортоцентр треугольника и через две его вершины, равна окружности, описанной около треугольника.

7.5.106. (№361). В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AL, BN, CM. Доказать, что отрезки этих высот служат биссектрисами треугольника LMN.

7.5.107. (№362). Касательные к окружности с центром O, проведенные в концах данного диаметра AB, пересекают произвольную касательную t в точках C и D. Определить угол DOC.

7.5.108. (№363). Докажите, что из двух пересекающихся хорд, не проходящих через центр окружности, хоть одна не делится пополам.

7.5.109. (№364). Докажите, что из центра вписанной окружности каждая сторона треугольника видна под тупым углом.

7.5.110. (№365). Окружность касается гипотенузы и продолжений катетов. Докажите, что диаметр окружности равен периметру прямоугольного треугольника.

7.5.111. (№366). На сторонах прямого угла M отмечены такие точки A и B, C и D, что $BD = AB + CD$. Докажите, что разность диаметров окружностей, вписанных в треугольники MBD и MAC, равна AC.

7.5.112. (№367). Какую фигуру образуют все точки плоскости, из которых данная окружность видна под прямым углом?

7.5.113. (№368). Даны точки A, B, C, D. Постройте окружность, которая проходит через точки A и B, а касательные к ней, проведенные из точек C и D, равной длины.

7.5.114. (№369). Треугольник ABC — остроугольный, BM и CM — перпендикуляры к AB и AC. Докажите, что точка M лежит на окружности, описанной около треугольника ABC.

7.5.115. (№370). O — центр окружности, вписанной в треугольник ABC. Докажите, что центр окружности, проходящей через точки A, B, O, лежит на прямой CO.

7.5.116. (№371). Два угла треугольника имеют величины $52°$ и $58°$. Вписанная окружность касается сторон треугольника в точках K, L, M. Определите величины углов треугольника KLM.

7.5.117. (№372). O_1 и O_2 — центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC. Зная, что $\angle AO_1B = \angle AO_2B$, найдите $\angle C$.

7.5.118. (№373). AA_1 и BB_1 — высоты треугольника ABC. Постройте треугольника ABC по точкам A_1, B_1 и прямой AB.

7.5.119. (№374). Прямая DE проходит через вершину A треугольника ABC и касается описанной около треугольника окружности. Докажите, что углы DAB и EAC равны соответствующим углам треугольника.

7.5.120. (№375). Высота, биссектриса и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, разделили его угол на 4 равные части. Найдите величины углов треугольника.

7.5.121. (№376). Высота и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, разделили угол на части, которые относятся, как 4 : 7 : 4. Найдите величины углов треугольника.

7.5.122. (№377). В треугольнике ABC на стороне BC есть такая точка M, что $BM = 2MC$ и $\angle AMB = 60°$. Зная, что $\angle BAC = 60°$, найдите величины остальных углов треугольника.

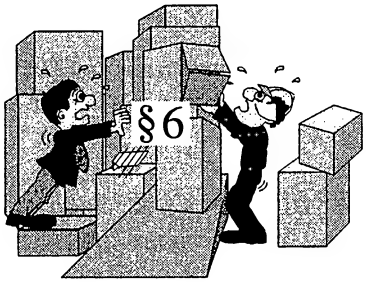
7.5.123. (№378). AB — диаметр; C, D и E — точки на одной полуокружности $ACDEB$. На диаметре AB взяты: точка F так, что $\angle CFA = \angle DFB$, и точка G — так, что $\angle DGA = \angle EGB$. Определить $\angle FDG$, если $\cup AC$ содержит 60° и $\cup BE$ содержит 20°.

7.5.124. (№379). Найти геометрическое место центров окружностей, касающихся данной окружности в данной на ней точке.

7.5.125. (№380). Провести окружность, которая проходила бы через данную точку и касалась бы данной окружности в данной точке.

7.5.126. (№381). Найти геометрическое место центров окружностей, описанных данным радиусом и касающихся данной окружности.

7.5.127. (№382). Данным радиусом провести окружность, которая касалась бы данной прямой и данного круга.



Задачи на построение

7.6.1. **(№383).** Постройте угол, который на 25% меньше данного угла.

7.6.2. **(№384).** Постройте угол, который вдвое меньше разности двух данных углов.

7.6.3. **(№385).** Опустите из данной точки перпендикуляр на данную прямую с помощью шаблона острого угла.

7.6.4. **(№386).** Разделите данный отрезок пополам с помощью линейки и циркуля постоянного раствора, меньшего половины длины отрезка.

7.6.5. **(№387).** Разделите данный отрезок на 8 равных частей с помощью шаблона острого угла.

7.6.6. **(№388).** Дан треугольник MPK. Постройте треугольник ABC, в котором $\angle A = \angle M$, $AB = MP$, $AC = 2MK$.

7.6.7. **(№389).** Дан треугольник MPK. Постройте треугольник ABC, в котором $\angle A = \angle M$, $\angle B = \angle K$, $AB = 2MK$.

7.6.8. **(№390).** Постройте равносторонний треугольник, у которого сторона вдвое меньше данного отрезка.

7.6.9. **(№391).** Постройте равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна данному отрезку, а основание в 2 раза меньше боковой стороны.

7.6.10. **(№392).** Даны неразвернутый угол и отрезок. Постройте треугольник, у которого одна сторона в 2 раза больше другой и равна данному отрезку, а угол, заключенный между этими сторонами, равен данному углу.

7.6.11. **(№393).** Постройте остроугольный равнобедренный треугольник по основанию и разности двух неравных сторон.

7.6.12. **(№394).** Даны два острых угла и отрезок. Постройте треугольник, у которого сторона равна половине данного отрезка, а прилежащие к ней углы — двум данным углам.

7.6.13. **(№395).** Постройте равнобедренный треугольник по периметру и боковой стороне.

7.6.14. **(№396).** Постройте треугольник ABC со стороной AB, равной данному отрезку, и с углами A и C, равными $60°$ и $105°$, соответственно.

7.6.15. **(№397).** В треугольнике ABC биссектрисы BB_1 и CC_1 пересекаются в точке O. Постройте треугольник ABC по отрезкам OB_1, OC, B_1C.

7.6.16. **(№398).** Постройте треугольник ABC со сторонами AB и AC, равными соответственно данным отрезкам, так, чтобы $\angle B = 120°$, $\angle C = 45°$.

7.6.17. (№399). В треугольнике ABC высоты пересекаются в точке O. Постройте этот треугольник по отрезкам OA, BO, AB.

7.6.18. (№400). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle A, h_b$.

7.6.19. (№401). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle A, h_c$.

7.6.20. (№402). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle A, h_a$.

7.6.21. (№403). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle B, h_c$.

7.6.22. (№404). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle C, h_b$.

7.6.23. (№405). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle C, h_c$.

7.6.24. (№406). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: b, h_c.

7.6.25. (№407). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: c, h_b.

7.6.26. (№408). Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle A, l_b$.

7.6.27. **(№409).** Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: $\angle B, l_c$.

7.6.28. **(№410).** Построить равнобедренный треугольник $ABC(b=c)$: b, m_b.

7.6.29. **(№411).** Постройте равнобедренный треугольник по основанию и высоте, проведенной к боковой стороне.

7.6.30. **(№412).** Построить треугольник ABC: a, h_b, h_c.

7.6.31. **(№413).** Построить треугольник ABC: a, h_a, h_b.

7.6.32. **(№414).** Построить треугольник ABC: $\angle B, h_a, h_b$.

7.6.33. **(№415).** Построить треугольник ABC: $\angle C, h_a, h_b$.

7.6.34. **(№416).** Построить треугольник ABC: $\angle B, h_b, h_c$.

7.6.35. **(№417).** Построить треугольник по основанию и проведенным к боковой стороне медиане и высоте.

7.6.36. **(№418).** Постройте треугольник по основанию, медиане, проведенной к основанию, и высоте, проведенной к боковой стороне.

7.6.37. **(№419).** Построить треугольник ABC по двум сторонам и высоте, проведенной к третьей стороне.

7.6.38. **(№420).** Построить треугольник ABC по двум сторонам и высоте, проведенной к одной из данных сторон.

7.6.39. **(№421).** Построить равнобедренный треугольник по боковой стороне и проведенной к ней высоте.

7.6.40. (№422). Даны прямая a и отрезок AB, пересекающий эту прямую. Постройте на прямой a точку C так, чтобы эта прямая содержала биссектрису угла треугольника ABC.

7.6.41. (№423). Даны угол A и точка M внутри его. Постройте на сторонах угла точки B и C так, чтобы отрезок AM был медианой треугольника ABC.

7.6.42. (№424). Даны отрезки PQ, P_1Q_1, P_2Q_2 и угол α. Как построить треугольник ABC, в котором отрезок AM, равный PQ, лежал бы на стороне AB, отрезок CE, равный P_1Q_1 — на стороне BC, $AC - ME = P_2Q_2$, $ME \| AC$, $\angle AMC = \alpha$?

7.6.43. (№425). На сторонах AB, BC и AC треугольника ABC взяты соответственно точки M, P, K так, что $MK \| BC$, $PK \| AB$. Как построить треугольник ABC по отрезкам KM, KB, KP и углу PKC?

7.6.44. (№426). Даны неразвернутый угол ABC и отрезок QP. На стороне BA угла ABC постройте точку, удаленную от прямой BC на расстояние QP.

7.6.45. (№427). Даны треугольник ABC и точка M, лежащая на стороне BC. На стороне AB постройте точку, удаленную от прямой AC на то же расстояние, что и точка M.

7.6.46. (№428). Даны прямая a, точка A, не лежащая на этой прямой, и отрезок OP, больший, чем перпендикуляр, опущенный из точки A на прямую a. Постройте точки, удаленные от прямой a и точки A на расстояние, равное отрезку OP.

7.6.47. (№429). Даны прямая a, точка A, взятая на этой прямой, и отрезки OP и KM ($KM > OP$). Постройте точку B, удаленную от прямой a на расстояние, равное OP, так, чтобы $AB = KM$.

7.6.48. (№430). Даны неразвернутый угол и отрезок. Внутри данного угла постройте точку, удаленную от сторон угла на расстояние, равное данному отрезку.

7.6.49. (№431). Даны прямая a, точка A, не лежащая на данной прямой, и некоторый отрезок. (Точка A удалена от прямой a на расстояние, меньшее удвоенной длины данного отрезка). Постройте точки, удаленные от прямой a и точки A на расстояние, равное данному отрезку.

7.6.50. (№432). Даны две точки a и B, отрезок PO. Постройте точки, удаленные от прямой AB на расстояние PO и равноудаленные от концов отрезка AB.

7.6.51. (№433). Дан угол ABC, через вершину которого вне угла проведены прямая a, и отрезок PO. Внутри угла ABC постройте точку, удаленную от прямой a на расстояние PO и равноудаленную от прямых AB и BC.

7.6.52. (№434). Провести через данную точку M прямую, каждая точка которой удалена от данного круга больше чем на a.

7.6.53. (№435). Построить окружность, которая касается двух данных параллельных прямых и проходит через данную точку M, расположенную между данными прямыми.

7.6.54. (№436). Построить окружность, проходящую через данную точку A и касающуюся данной прямой в данной на ней точке B.

7.6.55. (№437). Построить окружность, которая касается данной прямой и в точке M касается данной окружности.

7.6.56. (№438). Построить окружность, которая касается двух данных окружностей, причем одной из них — в данной точке.

7.6.57. (№439). Построить окружность данного радиуса, касающуюся данной окружности и данной прямой.

7.6.58. (№440). Построить окружность данного радиуса, касающуюся данной прямой и проходящую через данную точку M.

7.6.59. (№441). Построить окружность радиуса R, проходящую через данную точку M и касающуюся данной окружности.

7.6.60. (№442). Через данную в круге точку провести хорду, которая делилась бы этой точкой пополам.

7.6.61. (№443). Описать окружность с центром в данной точке на стороне данного угла, которая на другой стороне угла отсекала бы хорду данной длинны.

7.6.62. (№444). Данным радиусом описать окружность, которая касалась бы данной прямой в данной точке.

7.6.63. (№445). Даны две параллельные прямые и секущая. Провести окружность, касающуюся всех трех прямых.

7.6.64. (№446). Провести окружность, которая проходила бы через данную точку и касалась бы данной окружности в данной точке.

7.6.65. (№447). Описать окружность, которая касалась бы двух данных параллельных прямых и круга, находящегося между ними.

7.6.66. (№448). Через точку пересечения двух окружностей провести секущую так, чтобы часть ее, заключенная внутри окружностей, имела данную длину.

7.6.67. (№449). Построить прямоугольный треугольник ABC ($\angle C = 90°$): $c + a, b$.

7.6.68. **(№450).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): c + a, \angle B$.

7.6.69. **(№451).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): c - a, b$.

7.6.70. **(№452).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): c - a, \angle B$.

7.6.71. **(№453).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): a + b, c$.

7.6.72. **(№454).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): a + b, \angle B$.

7.6.73. **(№455).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): a - b, c$.

7.6.74. **(№456).** Построить прямоугольный треугольник ABC $(\angle C = 90°): a - b, \angle B$.

7.6.75. **(№457).** Постройте треугольник по основанию, углу при основании и сумме боковых сторон.

7.6.76. **(№458).** Вне отрезка AB построены такие точки C и D, что $AC = BC$ и $AD = BD$. Верно ли, что прямая CD перпендикулярна AB? Как воспользоваться этой задачей при построение серединного перпендикуляра отрезка, выполняя построение в одной полуплоскости?

7.6.77. **(№459).** Точки A и B находятся на сторонах угла. Постройте отрезок, перпендикулярный AB и имеющий середину на AB, а концы на сторонах угла.

7.6.78. (№460). Постройте треугольник по основанию, углу при основании и разности боковых сторон.

7.6.79. (№461). Как опустить из точки M перпендикуляр на прямую l, если обычное построение невозможно, так как перпендикуляр проходит близко к краю доступной части плоскости?

7.6.80. (№462). Постройте треугольник ABC по вершине A и прямым l_1 и l_2, на которых лежат биссектрисы углов B и C треугольника.

7.6.81. (№463). Постройте треугольник по двум углам и разности сторон, лежащих против этих углов.

7.6.82. (№464). Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и сумме гипотенузы с проведенной к ней медиане.

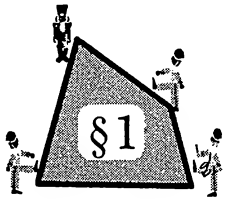
7.6.83. (№465). Постройте треугольник по основанию, высоте, проведенной к боковой стороне, и радиусу описанной окружности.

7.6.84. (№466). Постройте треугольник по высоте и медиане, проведенным к основанию, и радиусу описанной окружности.

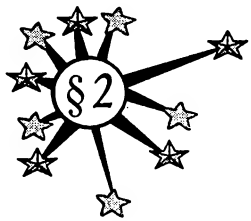
7.6.85. (№467). Постройте треугольник ABC, если дана прямая, на которой лежит биссектриса угла A, и точка касания сторон AB и BC вписанной в треугольник окружности.

7.6.86. (№468). Постройте две окружности, каждая из которых касается одной из равных сторон треугольника и продолжений двух других сторон. Докажите, что эти окружности равны, а прямая, проходящая через их центры, параллельна основанию треугольника.

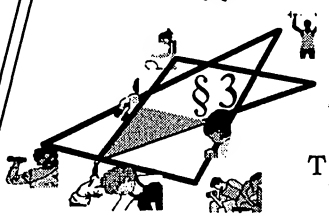
8 класс



Четырёх-
угольники



Звёздные
теоремы.
Коллекции
задач.
Снова
построения.

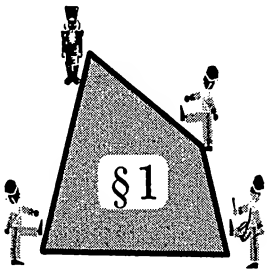


Подобие
треугольников

Практикум
по теореме
Пифагора

Тригонометрия
помогает
геометрии

Практикум
по задачам восьмого
класса



Четырёхугольники

Параллелограмм

8.1.1. **(№469).** Сколько треугольников и сколько пар равных треугольников на чертеже, на котором изображены параллелограмм и его диагонали?

8.1.2. **(№470).** В четырехугольнике проведены его диагонали. Какое наибольшее число прямых углов может оказаться на рисунке?

8.1.3. **(№471).** Верно ли, что среди углов выпуклого четырехугольника всегда найдется хоть один прямой или тупой угол?

8.1.4. **(№472).** (Устно.) Можно ли утверждать, что четырехугольник, у которого две стороны параллельны, а две другие равны, есть параллелограмм?

8.1.5. **(№473).** (Устно.) Назовите наименьшее число элементов параллелограмма, которыми он однозначно определяется.

8.1.6. **(№474).** (Устно.) Почему точка пересечения диагоналей параллелограмма является его центром симметрии?

8.1.7. **(№475).** (Устно.) На какой угол нужно повернуть параллелограмм вокруг его центра симметрии, чтобы он совместился сам с собой?

8.1.8. **(№476).** На стороне параллелограмма взята точка N. Как найти ей симметричную точку N_1 относительно центра симметрии параллелограмма?

8.1.9. **(№477).** (Устно.) Почему сумма расстояний любой точки, лежащей внутри параллелограмма, до всех его сторон есть величина постоянная?

8.1.10. **(№478).** (Устно.) Один из углов параллелограмма составляет 25% другого его угла. Найти углы параллелограмма.

8.1.11. **(№479).** Один из углов параллелограмма равен $\frac{3}{7}d$. Определите остальные углы.

8.1.12. **(№480).** Определить углы параллелограмма, если один из них больше другого на $\frac{3}{7}d$.

8.1.13. **(№481).** В параллелограмме $ABCD$ сторона AB равна 9 см и составляет $\frac{3}{10}$ всего периметра. Определить другие стороны этого параллелограмма.

8.1.14. **(№482).** Две стороны параллелограмма относятся, как 3:4, а периметр его равен 2,8 м. Определить стороны.

8.1.15. **(№483).** В параллелограмме $ABCD$ проведена биссектриса угла A, которая пересекает сторону BC в точке E. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 9$ см и $AD = 15$ см.

8.1.16. (№484). Две стороны четырёхугольника параллельны, а две другие — равны. Будет ли этот четырёхугольник параллелограммом ?

8.1.17. (№485). Стороны параллелограмма равны 8 см и 3 см; биссектрисы двух углов параллелограмма, прилежащие к большей стороне, делят противолежащую сторону на три части. Найти каждую из них.

8.1.18. (№486). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 4 м и 6 м?

8.1.19. (№487). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 4 м и 3 м?

8.1.20. (№488). Одна из сторон параллелограмма равна 5 м. Могут ли его диагонали быть равными 6 м и 7 м?

8.1.21. (№489). Доказать, что всякий четырехугольник, диагонали которого взаимно делятся пополам, есть параллелограмм.

8.1.22. (№490). Может ли диагональ параллелограмма равняться его стороне?

8.1.23. (№491). В параллелограмме $ABCD$ через точку пересечения диагоналей проведена прямая, которая отсекает на сторонах BC и AD отрезки $BE = 2$ м и $AF = 2{,}8$ м. Определить стороны BC и AD.

8.1.24. (№492). В параллелограмме $ABCD$ высота, которая проведена из вершины B, делит основание AD пополам. Определить диагональ BD и стороны параллелограмма, если известно, что периметр параллелограмма содержит 3,8 м и превышает периметр треугольника ABD на 1 м.

8.1.25. (№493). Построить параллелограмм, стороны которого даны, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам

8.1.26. (№494). Построить параллелограмм по двум сторонам длиной в 2 см и 3 см и углу между ними, содержащему 110^0.

8.1.27. (№495). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 6,0 см и 5,0 см, и одной из сторон, равной 4,0 см.

8.1.28. (№496). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 5 см и 4 см, и углу между ними, равному 135^0.

8.1.29. (№497). Построить параллелограмм по основанию, равному 2,0 см, высоте, равной 1,5 см, и диагонали, равной 3,2 см.

8.1.30. (№498). Каждая из боковых сторон равнобедренного треугольника равна 5 дм. Из точки, взятой на основании этого треугольника, проведены две прямые, параллельные боковым сторонам. Вычислить периметр получившегося параллелограмма.

8.1.31. (№499). Найти углы параллелограмма, зная, что один из них в 8 раз меньше суммы всех остальных.

8.1.32. (№500). Определить углы параллелограмма, если известно, что один из них равен сумме двух других углов.

8.1.33. (№501). Определить углы параллелограмма, если известно, что один из них в четыре раза больше суммы двух других углов.

8.1.34. (№502). Найти углы параллелограмма, если половина одного угла равна трети другого

8.1.35. (№503). Биссектриса внутреннего угла параллелограмма пересекает сторону под углом 38^0. Найти величину угла параллелограмма.

8.1.36. (№504). Биссектриса внутреннего угла параллелограмма пересекает сторону под углом, равным одному из углов параллелограмма. Определить углы параллелограмма.

8.1.37. (№505). Периметр параллелограмма P. Найти длины сторон, зная, что диагональ параллелограмма делит угол на части 90^0 и 30^0.

8.1.38. (№506). Сколько существует параллелограммов, вершинами которых есть три данных точки, которые не лежат на одной прямой?

8.1.39. (№507). Из вершин тупых углов параллелограмма проведены высоты. Являются ли концы этих четырех высот вершинами какого-либо параллелограмма?

8.1.40. (№508). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $AB = CD$, $\angle B = 70^0$, $\angle BCA = 60^0$, $\angle ACD = 50^0$. Докажите, что $BC = AD$.

8.1.41. (№509). В выпуклом шестиугольнике $ABCDEP$ все стороны равны, $\angle A = \angle D$. Докажите, что $BP \| CE$.

8.1.42. (№510). Дан параллелограмм $ABCD$. На продолжении диагонали AC за вершины A и C отмечены точки A_1 и C_1 соответственно так, что $AA_1 = CC_1$. Докажите, что $\angle BA_1D = \angle BC_1D$.

8.1.43. (№511). На основании AC равнобедренного треугольника ABC отмечена точка K, а на сторонах AB и BC — точки M и P соответственно, причем $PK = MB$, $\angle KPC = 80^0$, $\angle C = 50^0$. Докажите, что $\angle KMB + \angle MBP = 180^0$.

8.1.44. (№512). Внутри треугольника ABC отмечена точка M, а на сторонах AB и AC — точки K и H соответственно так, что отрезки AM и KH имеют общую середину, а $\angle KMH = \angle C$. Докажите, что треугольник ABC является равнобедренным.

8.1.45. (№513). В четырехугольнике $ABCD$ $AB \| CD$, $BC \| AD$, $AC = 20$ см, $BD = 10$ см, $AB = 13$ см. Диагонали четырехугольника пересекаются в точке O. Найти периметр треугольника COD.

8.1.46. (№514). Из вершины B параллелограмма $ABCD$ с острым углом A проведен перпендикуляр BK к прямой AD; $BK = \frac{1}{2}AB$. Найдите $\angle C$ и $\angle D$.

8.1.47. (№515). В четырехугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD, BC \parallel AD$, O — точка пересечения диагоналей. Периметр треугольника AOD равен 25 см, $AC = 16$ см, $BD = 14$ см. Найдите BC.

8.1.48. (№516). Дан параллелограмм $ABCD$ с острым углом A. Из вершины B опущен перпендикуляр BK к прямой AD; $AK = BK$. Найдите $\angle C$ и $\angle D$.

8.1.49. (№517). В четырехугольнике $ABCD$ $\angle A + \angle B = 180^0$, $AB \parallel CD$. На сторонах BC и AD отмечены точки M и K соответственно так, что $BM = KD$. Докажите, что точки M и K находятся на одинаковом расстоянии от точки пересечения диагоналей четырехугольника.

8.1.50. (№518). В четырехугольнике $MPKH$ $\angle PMK = \angle HKM$, $PK \parallel MH$. Через точку пересечения диагоналей проведена прямая, пересекающая стороны PK и MH в точках A и B соответственно. Докажите, что $AP = HB$.

8.1.51. (№519). Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Известно, что сумма длин диагоналей равна 36 см, а периметры треугольников ABO и BCO составляют соответственно 28 см и 33 см. Найти периметр параллелограмма

8.1.52. (№520). Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC в точке M. Найти периметр параллелограмма, если известно, что $AB = 12$ см, $MC = 17$ см.

8.1.53. (№521). Из произвольной точки основания равнобедренного треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Доказать, что периметр получившегося параллелограмма не зависит от положения точки и равен сумме боковых сторон треугольника.

8.1.54. (№522). Доказать, что угол между высотами параллелограмма, проведенными из одной вершины, равен одному из его углов.

8.1.55. (№523). Две высоты параллелограмма пересекают одну из диагоналей под углами 65^0 и 78^0. Определить величину углов параллелограмма

8.1.56. (№524). Доказать, что биссектрисы двух неравных внешних углов параллелограмма и биссектрисы углов, прилежащих к одной стороне, перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или принадлежат одной прямой.

8.1.57. (№525). Найти сумму двух углов, из которых один равен углу параллелограмма, а другой — углу между высотами, проведенными из той же вершины параллелограмма. Рассмотреть два случая.

8.1.58. (№526). Периметр параллелограмма равен 42 см. Биссектрисы углов при одной стороне пересекаются на другой стороне. Найти длины сторон параллелограмма.

8.1.59. (№527). Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 48 см. Биссектрисы углов A и D делят сторону BC на три равные части. Найти длины сторон параллелограмма.

8.1.60. (№528). На сторонах BC и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K, $AB = BM = KD$, $\angle AMB = 30^0$. Найдите углы параллелограмма и сравните отрезки AM и CK.

8.1.61. (№529). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ $\angle A+\angle B=$ $=\angle B+\angle C=180^0$. Через точку O пересечения диагоналей четырехугольника проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках M и K, соответственно; $\angle BOM=90^0$. Докажите, что $BK=BM$.

8.1.62. (№530). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ отмечены точки M и H соответственно так, что отрезки BH и MD пересекаются в точке O; $\angle BHD=95^0$, $\angle DMC=90^0$, $\angle BOD=155^0$. Найдите отношения длин отрезков AB и MD и углы параллелограмма.

8.1.63. (№531). В выпуклом четырехугольнике $MPKH$ $\angle M+\angle P=$ $=180^0$, $\angle MKH=\angle KMP$. На сторонах MH и PK отмечены точки A и B так, что $PB=PA$. Отрезок AB проходит через точку пересечения диагоналей четырехугольника. Докажите, что $HP\perp AB$.

8.1.64. (№532). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ взяты точки K и M соответственно. Отрезки BM и KD пересекаются в точке O, $\angle BOD=140^0$, $\angle DKB=110^0$, $\angle BMC=90^0$. Найдите отношение длин отрезков MC и AD и углы параллелограмма.

8.1.65. (№533). В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AD и BC взяты точки K и E соответственно так, что $\angle KBE=90^0$ и отрезок EK проходит через точку O пересечения диагоналей. Докажите, что $BO=OE$.

8.1.66. (№534). На сторонах AC и BC треугольника ABC отмечены точки D и E соответственно, а внутри треугольника — точка M так, что четырехугольник $DCEM$ является параллелограммом и $DE\parallel AB$. Прямая DM пересекает отрезок AB в точке K, а прямая EM — в точке H. Докажите, что $AK=HB$.

8.1.67. (№535). В параллелограмме $ABCD$ через точку O — пересечения диагоналей — проведена прямая, пересекающая стороны BC и AD в точках K и E соответственно, $BO=OE$. Найдите угол KBE.

8.1.68. **(№536).** На сторонах AB и AD параллелограмма $ABCD$ взяты точки M и K соответственно, $MK \| BD$. Прямая MK пересекает луч CB в точке E, а луч CD — в точке P. Докажите, что $EM = KP$.

8.1.69. **(№537).** Длины сторон параллелограмма a и b, внутренние углы относятся как $1:5$. Найти длины высот параллелограмма.

8.1.70. **(№538).** В треугольнике MPK $\angle M = 65^0$. На сторонах MK, MP, PK отмечены точки A, B, C соответственно так, что середина стороны PK — точка C, $AM = KC$, $BP = AC$, $\angle BAM = 50^0$. Докажите, что $\angle CPB + \angle ABP = 180^0$.

8.1.71. **(№539).** Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC. На сторонах AB, BC, AC отмечены точки D, E, P соответственно так, что отрезки AE и DP имеют общую середину. Докажите, что $\angle DEP = \angle BCA$.

8.1.72. **(№540).** Точки M и K являются соответственно серединами сторон AB и BC треугольника ABC. Через вершину C вне треугольника проведена прямая, параллельная AB и пересекающая луч MK в точке E. Докажите, что $KE = \frac{1}{2} AC$.

8.1.73. **(№541).** На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ соответственно взяты точки M и K так, что пары отрезков AM и BK, KC и MD имеют общие середины. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

8.1.74. **(№542).** Точки A и B принадлежат соответственно сторонам PE и ET треугольника PET. Прямая, проходящая через вершину T вне треугольника, пересекает луч AB в точке K, $AP = KT$; $AB = BK = \frac{1}{2} PT$. Докажите, что точка A является серединой отрезка PE.

8.1.75. (№543). На стороне BC выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечена точка M, а вне четырехугольника — точка K так, что пары отрезков AK и BM, KD и MC имеют общие середины. Докажите, что $\angle ABC = \angle ADC$.

8.1.76. (№544). На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки K и M соответственно. Отрезок AK пересекает диагональ BD в точке P, а отрезок CM — в точке E. Известно, что $AK \| CM$, $PK = EM$, $BP = ED$, $KC = AM$. Докажите, что $\angle BAD = \angle BCD$.

8.1.77. (№545). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $BO = OD$, $AO < OC$. Докажите, что $\angle BAD > \angle BCD$.

8.1.78. (№546). На сторонах BC и AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ отмечены точки K и P соответственно. Диагональ BD пересекает отрезок PC в точке E, а отрезок AK — в точке T. Известно, что $KC = AP$, $AT = EC$, $TK = EP$. Докажите, что $\angle ABC = \angle ADC$.

8.1.79. (№547). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $BO = OD$, $\angle BAD = \angle BCD$. Докажите, что $AO = OC$.

8.1.80. (№548). На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ построены равносторонние треугольники DCN и BCM, расположенные с этим параллелограммом по разные стороны соответственно от BC и CD. Доказать, что треугольник AMN равносторонний. Рассмотреть случай, когда треугольники DCN и BCM построены с той же стороны от BC и CD, что и параллелограмм.

8.1.81. (№549). В параллелограмме $ABCD$ проведены прямые AA_1 и CC_1 так, что углы DAA_1 и C_1CB равны (точка A_1 лежит на стороне CD, точка C_1 — на стороне AB). Доказать, что четырехугольник AA_1CC_1 — параллелограмм.

8.1.82. **(№550).** Всегда ли биссектрисы внутренних углов параллелограмма, пересекаясь, образуют прямоугольник?

8.1.83. **(№551).** Доказать, что середины двух противолежащих сторон четырехугольника и середины его диагоналей являются вершинами параллелограмма. Выяснить в каком частном случае эта теорема теряет силу.

8.1.84. **(№552).** На плоскости четырехугольника дана точка M. Доказать, что точки, симметричные с точкой M относительно середин сторон четырехугольника. являются вершинами параллелограмма.

8.1.85. **(№553).** В параллелограмме $ABCD$ отношение смежных сторон равно 1 : 2. Середина M большей стороны AB соединена с вершинами C и D. Доказать, что угол CMD равен 90^0.

8.1.86. **(№554).** В треугольнике ABC проведена медиана CD. Из середин E и F отрезков AD и BD проведены прямые, параллельные медиане, пересекающиеся со сторонами AC и BC соответственно в точках K и L. Доказать, что $KL \| AB$.

8.1.87. **(№555).** Даны параллелограммы $ABCD$ и $AEFD$. Доказать, что в общем случае четырехугольник $BEFC$ — параллелограмм. Выяснить, в каком случае теорема теряет силу.

8.1.88. **(№556).** Точки F, E, D являются соответственно серединами сторон AC, BC и AB треугольника ABC. Точки F и E соединены отрезком прямой, который продолжена на отрезок EK, равный EF. Доказать, что стороны треугольника CDK равны медианам треугольника ABC.

8.1.89. **(№557).** Придумайте и обоснуйте признаки параллелограмма, отличные от рассмотренных в школьном пособии по геометрии.

8.1.90. **(№558).** Точка M находится внутри угла, вершина которого недоступна (то есть лежит за пределами доступной части плоскости). Постройте луч с началом M, направленный на вершину угла.

8.1.91. **(№559).** Точка M находится внутри данного угла. Постройте отрезок, у которого концы лежат на сторонах данного угла, а середина — в точке M.

8.1.92. **(№560).** Точки A и C находятся внутри данного угла. Постройте параллелограмм $ABCD$, у которого вершины B и D находятся на сторонах данного угла.

8.1.93. **(№561).** $ABCD$ — параллелограмм. Вне его построены квадраты $ABPE$ и $BCKM$. Докажите, что отрезки ED и DK взаимно перпендикулярны.

8.1.94. **(№562).** Постройте параллелограмм $ABCD$ по положению вершин A и B и расстояниям от данной точки M до вершин C и D.

8.1.95. **(№563).** Постройте параллелограмм $ABCD$, если дана прямая BD и основания высот, проведенных из вершины B.

8.1.96. **(№564).** $ABCD$ — параллелограмм. Вне его построены равносторонние треугольники ABM и BCT. Докажите, что ΔMDT — равносторонний.

8.1.97. **(№565).** Периметр параллелограмма 48 см. Биссектриса одного из углов делит параллелограмм на две части, разность периметров которых 6 см. Найдите длины сторон.

8.1.98. **(№566).** Через точку M на основании данного равнобедренного треугольника проведены прямые, соответственно параллельные боковым сторонам треугольника. Докажите, что периметр полученного параллелограмма не зависит от выбора точки M.

8.1.99. **(№567).** Биссектриса угла D параллелограмма $ABCD$ пересекает сторону BC и продолжение стороны AB в точках M и N. Докажите, что треугольники ADN и MCD — равнобедренные.

8.1.100. **(№568).** Диагональ параллелограмма делит его угол в отношении 1 : 3. Зная, что длины сторон относятся, как 1 : 2, найдите углы параллелограмма.

Прямоугольник

8.1.101. **(№569).** (Устно.) Под каким углом пересекаются диагонали прямоугольника, если его меньшая сторона относится к диагонали как 1 : 2?

8.1.102. **(№570).** (Устно.) Два угла четырехугольника прямые. Будет ли он прямоугольником? Выполнить чертеж.

8.1.103. **(№571).** В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол, равный $\frac{2}{5}d$. Определить угол между диагоналями, обращенный к меньшей стороне.

8.1.104. **(№572).** В прямоугольнике определить угол между меньшей стороной и диагональю, если он на $\frac{1}{3}d$ меньше угла между диагоналями, опирающегося на ту же сторону.

8.1.105. **(№573).** Существует ли внутри прямоугольника точка, одинаково удаленная от всех его сторон?

8.1.106. **(№574).** Существует ли внутри прямоугольника точка, одинаково удаленная от всех его вершин?

8.1.107. **(№575).** В прямоугольнике точка пересечения диагоналей отстоит от меньшей стороны на 4 см дальше, чем от большей стороны. Периметр этого прямоугольника равен 56 см. Определить его стороны.

8.1.108. **(№576).** В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом в $\frac{2}{3}d$. Сумма обеих диагоналей и обеих меньших сторон равна 3,6 м. Определить длину диагоналей.

8.1.109. **(№577).** $ABCD$ — данный прямоугольник; M — середина стороны BC. Дано, что прямые MA и MD взаимно перпендикулярны и что периметр прямоугольника $ABCD$ равен 24 м. Определить его стороны.

8.1.110. **(№578).** Дан прямоугольник; перпендикуляр, опущенный из вершины на диагональ, делит прямой угол на две части в отношении 3 : 1. Найти угол между этим перпендикуляром и другой диагональю.

8.1.111. **(№579).** В прямоугольный треугольник, каждый катет которого равен 6 см, вписан прямоугольник, имеющий с треугольником общий угол. Найти периметр прямоугольника.

8.1.112. **(№580).** В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан прямоугольник так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а две другие — на катетах. Определить стороны прямоугольника, если известно, что они относятся, как 5 : 2, а гипотенуза треугольника равна 45 см.

8.1.113. **(№581).** Перпендикуляр, опущенный из вершины прямоугольника на его диагональ, делит ее в отношении 1 : 3. Определить длину диагонали, если известно, что точка ее пересечения с другой диагональю удалена от большей стороны на 2 м.

8.1.114. (№582). Построить прямоугольник по основанию, равному 2,4 см, и диагонали, равной 3,1 см.

8.1.115. (№583). Построить прямоугольник по диагонали, равной 4,2 см, и углу между диагоналями, равному 135^0.

8.1.116. (№584). Построить прямоугольник по основанию, равному 3,2 см, и углу между диагоналями, равному 120^0.

8.1.117. (№585). Внутри данного угла построен другой, одноименный угол, стороны которого параллельны сторонам данного и равно отстоят от них. Доказать, что биссектрисы обоих углов совпадают.

8.1.118. (№586). Разделить пополам угол, вершина которого не помещается на чертеже.

8.1.119. (№587). Между сторонами данного острого угла поместить отрезок данной длины так, чтобы он был перпендикулярен к одной стороне угла.

8.1.120. (№588). В прямоугольнике $ABCD$ проведены биссектрисы углов A и C, которые пересекают стороны CD и AB соответственно в точках M и N. Выявить вид четырехугольника $AMCN$.

8.1.121. (№589). В прямоугольнике $ABCD$ сторона AD меньше стороны CD. Доказать, что если биссектрисы каждой пары углов, принадлежащих к большей стороне, пересекаются на противоположной стороне, то они своим пересечением образуют квадрат.

8.1.122. (№590). В прямоугольнике $ABCD$ из вершины D опущен перпендикуляр на диагональ AC. Доказать, что угол, образованный этим перпендикуляром и второй диагональю BD, равен разности углов, которые диагональ AC образует со смежными сторонами прямоугольника.

8.1.123. (№591). Точки пересечения осей симметрии прямоугольника с его сторонами служат вершинами второго четырехугольника, а середины сторон последнего — вершинами третьего четырехугольника. Найти отношение периметров первого и третьего четырехугольников.

8.1.124. (№592). Диагональ прямоугольника делит его угол в отношении 1 : 2. Определить диагональ прямоугольника, если сумма обеих диагоналей и меньших сторон равна 24.

8.1.125. (№593). В прямоугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O. E — середина стороны AB, $\angle BAC = 50^0$. Найдите угол EOD.

8.1.126. (№594). Дана окружность с диаметрами AB и CD. Доказать, что четырехугольник $ACBD$ является прямоугольником.

8.1.127. (№595). В прямоугольнике $MPKH$ диагонали пересекаются в точке O. Отрезок OA является высотой треугольника MOP, $\angle AOP = 15^0$. Найдите $\angle OHK$.

8.1.128. (№596). В параллелограмме $ABCD$ с острым углом A диагонали пересекаются в точке O. На отрезках AO и OC взяты точки P и K соответственно, $OP = OD$, $OK = OB$. Докажите, что четырехугольник $PBKD$ является прямоугольником.

8.1.129. (№597). В прямоугольнике $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей, BH и DE — высоты треугольников ABO и COD, соответственно, $\angle BOH = 60^0$, $AH = 5$ см. Найдите OE.

8.1.130. (№598). В четырехугольнике $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O; $AO = OD$, $BO = OC$, $\angle BAC = \angle DCA$. Найдите угол ABC.

8.1.131. (№599). В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей, PA и HB — перпендикуляры, проведенные из вершин P и H к прямой MK. Известно, что $MA = OB$. Найдите угол POM.

8.1.132. (№600). В четырехугольнике $MPKH$ диагонали пересекаются в точке O, $\angle OMH = \angle OHM$, $PH = MK$, $PK = MH$. Найдите угол MHK.

8.1.133. (№601). В прямоугольнике $ABCD$ точки M и K — середины сторон AB и AD соответственно. На прямой AC взята точка P, на прямой BD — точка E, $MP \perp AC$, $KE \perp BD$, причём $4KE = AD$. Найдите отношение отрезков AP и PC.

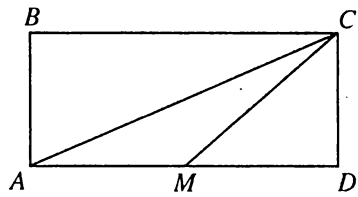
8.1.134. (№602). На основании AC равнобедренного треугольника ABC взята точка P, а на сторонах AB и BC — соответственно точки M и K, $AM = CK$, $2MK = AC = 4AP$. Найдите угол PMK.

8.1.135. (№603). В прямоугольнике $MPKH$ O — точка пересечения диагоналей. Точки A и B — середины сторон MP и MH соответственно. Точка C делит отрезок MK в отношении 1 : 7, считая от точки M; $AC \perp MK$. Найдите отношение отрезков BO и PH.

8.1.136. (№604). На диагонали AC прямоугольника $ABCD$ взята точка E. Известно, что $\angle EDC = \angle CAD = 15^0$. Докажите, что $BE < 5ED$.

8.1.137. (№605). На отрезках MH и MK в прямоугольнике $MPKH$ взяты точки E и T соответственно, $\angle KEH = 30^0$, $ET \perp MK$, $\angle KMH = 15^0$. Докажите, что $PT > 0{,}49KH$.

8.1.138. (№606). Точка M делит сторону AD прямоугольника $ABCD$ так, что $MD = CD$ и $MA = MD$. Определить величину угла между диагоналями прямоугольника.



8.1.139. (№607). Точка M делит сторону AD прямоугольника $ABCD$ в отношении 1 : 2, при этом $MB = MD$. Найти угол между диагоналями прямоугольника.

8.1.140. **(№608).** Диагонали четырехугольника равны, два угла его — прямые. Является ли этот четырехугольник прямоугольником?

8.1.141. **(№609).** Серединный перпендикуляр диагонали прямоугольника делит его сторону на части, одна из которых вдвое больше другой. На какие части диагональ делит угол прямоугольника?

8.1.142. **(№610).** $ABCD$ — прямоугольник. На сторонах AB и CD отложены равные отрезки BM и CE; MK — перпендикуляр, опущенный на AC. Найдите $\angle BKE$.

8.1.143. **(№611).** На стороне BC прямоугольника $ABCD$ есть такая точка M, что $\angle AMB = \angle AMD$. Зная, что $AD = 2AB$, найдите величины названных углов.

Ромб

8.1.144. **(№612).** (Устно.) При каком условии диагональ ромба равна его стороне?

8.1.145. **(№613).** (Устно.) Может ли диагональ ромба быть в два раза больше его стороны?

8.1.146. **(№614).** (Устно.) В каком ромбе сторона равна его высоте?

8.1.147. **(№615).** (Устно.) Могут ли неравные ромбы иметь равные периметры?

8.1.148. **(№616).** Биссектриса угла между стороной и диагональю ромба встречает его другую диагональ под углом 80^0. Определить углы ромба.

8.1.149. **(№617).** Сторона ромба образует с продолжениями диагоналей углы, относящиеся как 4 : 5. Найти углы ромба.

8.1.150. **(№618).** Доказать, что расстояния центра симметрии ромба до всех его сторон равны между собой.

8.1.151. **(№619).** Построить ромб по диагонали и высоте.

8.1.152. **(№620).** Построить ромб по периметру и диагонали.

8.1.153. **(№621).** Доказать, что всякий параллелограмм, у которого диагонали взаимно перпендикулярны, есть ромб.

8.1.154. **(№622).** Доказать, что всякий параллелограмм, у которого диагональ делит угол пополам, есть ромб.

8.1.155. **(№623).** Сторона ромба образует с его диагоналями углы, разность которых равна $\frac{3}{17}d$. Определить углы ромба.

8.1.156. **(№624).** Углы, образуемые стороной ромба с его диагоналями, относятся, как 5 : 4. Определить углы ромба.

8.1.157. **(№625).** Определить углы ромба, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам.

8.1.158. **(№626).** Периметр ромба равен 8 см, высота 1 см. Найти тупой угол ромба.

8.1.159. **(№627).** В ромбе $ABCD$ $\angle A = 31^0$. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите углы треугольника BOC.

8.1.160. **(№628).** В ромбе $MPKH$ с тупым углом K диагонали пересекаются в точке E. Один из углов треугольника PKE равен $16^0 30'$ Найдите остальные углы этого треугольника и угол PMH.

8.1.161. **(№629).** В ромбе $ABCD$ O — точка пересечения диагоналей; OM, OK, OE — перпендикуляры, опущенные на стороны AB, BC, CD, соответственно. Найдите сумму углов MOB и COE.

8.1.162. **(№630).** В ромбе $ABCD$ угол B тупой. На стороне AD взята точка K; $BK \perp AD$. Прямые BK и AC пересекаются в точке O, $AC = 2BK$. Найдите угол AOB.

8.1.163. **(№631).** Два равных ромба имеют общую точку пересечения диагоналей, причем меньшие диагонали этих ромбов взаимно перпендикулярны. Докажите, что прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей и середину стороны одного ромба, перпендикулярна стороне другого.

8.1.164. **(№632).** Через вершины прямоугольника проведены прямые соответственно параллельные его диагоналям. Какую форму имеет фигура, ограниченная этими прямыми?

8.1.165. **(№633).** O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Серединные перпендикуляры к отрезкам OA, OB, OC, OD пересекаются в точках K, L, M, N. Какую форму имеет четырехугольник $KLMN$?

8.1.166. **(№634).** Точка пересечения диагоналей четырехугольника равноудалена от всех его сторон. Какую форму имеет этот четырехугольник?

8.1.167. **(№635).** Доказать, что параллелограмм, у которого все высоты равны, — ромб.

8.1.168. **(№636).** O — точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$. Доказать, что точки пересечения медиан треугольников OAB, OBC, OCD, OAD являются вершинами ромба.

8.1.169. **(№637).** Построить ромб по стороне и разности прилежащих углов.

8.1.170. **(№638).** Определить, какие из приведенных ниже утверждений верны: а) если биссектрисы двух внутренних углов четырехугольника лежат на одной прямой, то этот четырехугольник — ромб; б) если диагональ параллелограмма делит его угол пополам, то этот параллелограмм — ромб.

8.1.171. **(№639).** Высота ромба в 8 раз меньше его периметра. Определить углы ромба.

8.1.172. **(№640).** Две высоты ромба, проведенные из вершин тупых углов, пересекаясь делятся в отношении 1 : 2. Найти углы ромба.

8.1.173. **(№641).** Большая диагональ ромба делит высоту, проведенную из вершины тупого угла в отношении 1 : 2. Найти углы ромба.

8.1.174. **(№642).** Биссектрисы углов BAC и BDC ромба $ABCD$ пересекаются в точке M. Вычислить угол AMD.

8.1.175. **(№643).** Вне ромба $ABCD$ построен равносторонний треугольник AMB. Найдите $\angle CMD$.

8.1.176. **(№644).** Решить предыдущую задачу для случая, когда M находится внутри ромба.

8.1.177. **(№645).** Биссектрисы углов BAC и BDC параллелограмма $ABCD$ пересекаются под углом 45^0. Найдите угол между биссектрисами углов ADB и ACB.

Квадрат

8.1.178. **(№646).** (Устно.) Внутри какого параллелограмма существует точка, равноудаленная от всех его вершин и равноудаленная от всех его сторон?

8.1.179. **(№647).** Доказать, что диагонали квадрата служат осями симметрии четырехугольника, вершинами которого служат середины сторон данного квадрата.

8.1.180. **(№648).** Доказать, что если через две противоположные вершины квадрата провести параллельные прямые, а через две другие вершины — прямые, перпендикулярные к первым, то четыре проведенные прямые в пересечении образуют квадрат.

8.1.181. **(№649).** На стороне квадрата взята точка M. Построить симметричные ей точки относительно всех осей симметрии квадрата.

8.1.182. **(№650).** Доказать, что биссектрисы углов прямоугольника, не являющегося квадратом, своим пересечением образуют квадрат.

8.1.183. **(№651).** Стороны прямоугольника 1 см и 3 см. Определить диагонали четырехугольника, образованного биссектрисами внутренних углов.

8.1.184. **(№652).** Дан квадрат $ABCD$. На каждой из его сторон отложены равные части: $AA_1 = BB_1 = CC_1 = DD_1$. Точки A_1, B_1, C_1, D_1 соединены последовательно прямыми. Доказать, что $A_1B_1C_1D_1$ есть также квадрат.

8.1.185. **(№653).** $ABCD$ — квадрат. Найдите все такие точки M, что треугольник MAB, MBC, MCD, MAD будут равнобедренными.

8.1.186. **(№654).** В прямоугольном треугольнике прямой угол разделен пополам; из точки пересечения биссектрисы и гипотенузы проведены прямые, параллельные катетам. Доказать, что четырехугольник, образованный этими прямыми и катетами, есть квадрат.

8.1.187. **(№655).** В равнобедренный прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что две его вершины находятся на гипотенузе, а другие две — на катетах. Определить сторону квадрата, если известно, что гипотенуза равна 3 м.

8.1.188. **(№656).** Дан квадрат, сторона которого 1 м; диагональ его служит стороной другого квадрата. Найти диагональ последнего.

8.1.189. **(№657).** Диагональ квадрата равна 4 м. Сторона его служит диагональю другого квадрата. Найти сторону последнего.

8.1.190. **(№658).** В квадрат вписан прямоугольник так, что на каждой стороне квадрата находится одна вершина прямоугольника и стороны прямоугольника параллельны диагоналям квадрата. Определить стороны этого прямоугольника, зная, что одна из них вдвое более другой и что диагональ квадрата равна 12 м.

8.1.191. **(№659).** На рис. четырехугольник $ABCD$ — прямоугольник, $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $\angle 5 = \angle 6$, $\angle 7 = \angle 8$. Докажите, что выпуклый четырехугольник $MKHP$ является квадратом.

8.1.192. **(№660).** В треугольнике ABC $\angle B = 90^0$, $AB = BC$. На сторонах AB и BC взяты точки M и P, а на стороне AC — точки K и H так, что четырехугольник $MPHK$ является квадратом, $MP = a$. Найдите AC.

8.1.193. **(№661).** В треугольнике MPK $\angle M = 90^0$, $MP = MK$. На сторонах MP, PK, MK отмечены точки A, B, C, соответственно так, что четырехугольник $MABC$ является квадратом, $AC = a$. Найдите PK.

8.1.194. **(№662).** На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC построены квадраты $AMKC$ и $CFPB$. Докажите, что сумма расстояний от точек M и P до прямой AB равна AB.

8.1.195. **(№663).** На катетах AC и BC прямоугольного треугольника ABC построены квадраты $AKMC$ и $CPEB$. Прямые KM и PE пересекаются в точке T. Докажите, что $TC \perp AB$.

8.1.196. **(№664).** Три стороны четырехугольника равны, а его диагонали взаимно перпендикулярны. Является ли этот четырехугольник квадратом?

8.1.197. **(№665).** Через центр симметрии ромба проходят две взаимно перпендикулярные прямые. Верно ли, что точки пересечения прямых со сторонами ромба являются вершинами квадрата?

8.1.198. **(№666).** На сторонах AB, BC, CD, DA квадрата $ABCD$ (или на их продолжениях) взяты соответственно точки K, L, M, N так, что $KM \perp LN$. Доказать, что $KM = LN$.

8.1.199. **(№667).** AM — биссектриса наибольшего угла прямоугольного треугольника ABC; ME и MN — перпендикуляры к катетам. Доказать, что $AEMN$ — квадрат.

8.1.200. **(№668).** O — центр симметрии квадрата $ABCD$. Построить этот квадрат по серединам отрезков OA и OB.

8.1.201. **(№669).** Какую фигуру образуют все точки плоскости, для каждой из которых сумма расстояний от координатных осей равна 2?

8.1.202. **(№670).** Периметр квадрата 4. Найдите на плоскости квадрата все точки, для каждой из которых сумма расстояний от сторон квадрата или их продолжений равна 6.

8.1.203. **(№671).** В точках A, B, C прямой построены к ней перпендикуляры AD, CE и BF, причем $AD = BC$, $CE = AB$, $BF = AC$, первые два в одной полуплоскости, третий — в другой. Докажите, что B — центр квадрата со стороной DE, A — центр квадрата со стороной EF, C — центр квадрата со стороной DF.

8.1.204. **(№672).** На местности был отмечен участок $ABCD$ квадратной формы. Из-за дождей границы участка были размыты, остались веха в центре O участка и колышки $M \in AB$ и $N \in CD$. Можно ли по этим данным восстановить границы участка?

8.1.205. **(№673).** Можно ли решить предыдущую задачу, если второй колышек находится на стороне BC?

8.1.206. **(№674).** На прямой отмечены точки A, B, C, D так, что $AB = CD$, и построены квадраты со сторонами AB, BD, AC, CD. Первые два находятся по одну сторону от AD, последние — по другую. Являются ли центры этих квадратов вершинами квадрата?

8.1.207. **(№675).** $ABCD$, $DCEF$ и $FEKM$ — равные квадраты. Докажите, что $\angle CAM + \angle EAM + \angle KAM = 90^0$.

8.1.208. **(№676).** AD — высота остроугольного треугольника ABC. O — центр квадрата, построенного на AB вне треугольника, M — центр квадрата, построенного на AC в одной полуплоскости с B. Лежат ли точки M, D, O на одной прямой?

8.1.209. **(№677).** Постройте квадрат по сумме стороны с диагональю.

8.1.210. **(№678).** Постройте квадрат по разности длин диагонали и стороны.

8.1.211. **(№679).** Можно ли построить квадрат $ABCD$, у которого разность расстояний от вершины B до прямых AD и AC равна a?

Средняя линия треугольника. Теорема Фалеса.

8.1.212. **(№680).** На половине длины стропильных ног, концы которых раздвинуты на 5 м, устроена затяжка ("ригель"). Определить ее длину.

8.1.213. **(№681).** Стороны треугольника равны 8 см, 10 см, 12 см. Найти стороны треугольника, вершинами которого служат середины сторон данного треугольника.

8.1.214. **(№682).** Периметр треугольника равен 12 см; середины сторон соединены последовательно. Найти периметр полученного треугольника.

8.1.215. **(№683).** Стороны треугольника относятся, как 3 : 4 : 6. Соединив середины всех сторон, получим треугольник с периметром в 5,2 м. Определить стороны данного треугольника.

8.1.216. **(№684).** По разные стороны от данной прямой MN даны две точки A и B на расстоянии 10 дм и 4 дм от нее. Найти расстояние середины O отрезка AB от данной прямой.

8.1.217. **(№685).** Из точки пересечения диагоналей прямоугольника опущены перпендикуляры на две его смежные стороны. Определить периметр полученного прямоугольника, если периметр данного прямоугольника равен 28.

8.1.218. **(№686).** Высота CD и основание AB равнобедренного треугольника ABC соответственно равны 8 и 12. Из середин K и L сторон AC и BC опущены перпендикуляры KN и ML на основание AB. Определить вид полученного четырехугольника $KLMN$ и его периметр.

8.1.219. (№687). В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, K — середина стороны AB, $AK = 3$ см, $KO = 4$ см. Найдите периметр параллелограмма. Сравните углы KOA и BCA.

8.1.220. (№688). Высота равностороннего треугольника равна 6 дм. Найти проекцию данной высоты на другую высоту.

8.1.221. (№689). Через вершину тупого угла тупоугольного треугольника проведена вне его прямая; проекции прилежащих к тупому углу сторон на эту прямую равны 4 см и 2 см. Определить проекции всех медиан на ту же прямую.

8.1.222. (№690). В остроугольном треугольнике проекции двух сторон на третью равны 4 и 6. Вычислить проекции медиан треугольника на ту же сторону.

8.1.223. (№691). Стороны треугóльника относятся как 5 : 6 : 7. Найти отношения периметров частей, на которые треугольник разделен большей из средних линий.

8.1.224. (№692). Средняя линия треугольника, параллельная основанию делит треугольник на части, периметры которых относятся как 4:5. Найти отношения длины основы этого треугольника к периметру.

8.1.225. (№693). BO — медиана треугольника ABC, M — ее середина. Через точку O проведена прямая OE, параллельная AM. Доказать, что AM и OE делят сторону BC на равные части.

8.1.226. (№694). Точка M делит медиану AO треугольника ABC так, что $MO = 2AM$. В каком отношении прямая BM делит сторону AC этого треугольника?

8.1.227. (№695). На стороне AC треугольника ABC взята точка M так, что $MC = 2AM$, а на отрезке BM — точка O так, что $MO = 2BO$. В каком отношении прямая AO делит отрезок BC?

8.1.228. (№696). На стороне AB треугольника ABC взята точка M так, что $BM = \frac{1}{3} AB$, а на стороне BC — точку N так, что $BN = \frac{1}{3} BC$. Точки D и E делят сторону AC на равные части. Доказать, что $MD \| NE$.

8.1.229. (№697). Периметр параллелограмма $ABCD$ равен 80 см. Биссектрисы углов A и D пересекаются в такой точке M, что сторона BC делит отрезок AM пополам. Найдите длины сторон параллелограмма.

8.1.230. (№698). В параллелограмме $ABCD$ из вершин B и D проведены по две высоты. Докажите, что середины этих высот являются вершинами некоторого параллелограмма.

8.1.231. (№699). Дан треугольник ABC. Какая фигура образуется центрами всех таких параллелограммов, у каждого из которых две стороны лежат на лучах AB и AC, а одна вершина находится на стороне BC?

8.1.232. (№700). В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ сумма углов при стороне AD равна 90^0, $AB = CD$. Докажите, что середины диагоналей и середины сторон BC и AD являются вершинами квадрата.

8.1.233. (№701). AB — диаметр полуокружности с центром O, в точках A и B построены перпендикуляры к AB. Касательная к полуокружности в точке C пересекает эти перпендикуляры в точках D и T; AC и DO пересекаются в точке E, BC и OT пересекаются в точке M. Параллельны ли AB и EM?

8.1.234. (№702). $ABCD$ — выпуклый четырехугольник, A_1, B_1, C_1, D_1 — середины его сторон, A_2, B_2, C_2, D_2 — середины сторон четырехугольника $A_1B_1C_1D_1$, A_3, B_3, C_3, D_3 — середины сторон четырехугольника $A_2B_2C_2D_2$, и т. д. Укажите точку, которая находится внутри всех таких четырехугольников.

8.1.235. (№703). Средняя линия треугольника ABC образует со стороной AB углы, вдвое большие углов треугольника при этой стороне. Найдите величины углов треугольника ABC.

8.1.236. (№704). AO — медиана треугольника ABC. Прямая CE пересекает сторону AB в точке M и делит названную медиану пополам в точке E. Определите $CE:EM$ и $AM:MB$.

8.1.237. (№705). На сторонах AB и BC треугольника ABC взяты такие точки M и N, что $BM:AB = BN:BC = 1:3$. Точки D и E делят сторону AC на три равные части. Докажите, что $MD = NE$.

8.1.238. (№706). Медиана BM делит высоту AD треугольника ABC в отношении 3:1, считая от вершины. В каком отношении эта высота делит медиану BM?

8.1.239. (№707). Построить треугольник по данным серединам его сторон.

8.1.240. (№708). На прямой отложены равные отрезки AB и BC. Как построить через точки A, B, C параллельные прямые, чтобы они отсекли на другой данной прямой отрезки длиной по a.

8.1.241. (№709). Постройте треугольник ABC по положению точек A и B и точке, в которой продолжение медианы AD пересекает описанную окружность.

8.1.242. (№710). Постройте равнобедренный треугольник по основанию и медиане, проведенной к боковой стороне.

8.1.243. (№711). Из вершин B и D параллелограмма $ABCD$ проведены три высоты. Как по серединам этих высот построить параллелограмм $ABCD$?

8.1.244. **(№712).** Постройте параллелограмм по середине стороны AD и серединам высот, проведенных из вершины B.

8.1.245. **(№713).** Постройте параллелограмм $ABCD$ по серединам сторон BC и CD и основанию высоты, проведенной из B к D.

8.1.246. **(№714).** Постройте параллелограмм $ABCD$, если известна середина стороны AB и основание высоты, проведенной из вершины B к AD.

8.1.247. **(№715).** Постройте ромб $ABCD$, если известны середина стороны AD и точки, в которых вписанная в ромб окружность касается сторон AB и BC.

Трапеция. Средняя линия трапеции.

8.1.248. **(№716).** (Устно.) Чему равен угол между биссектрисами двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне?

8.1.249. **(№717).** (Устно.) При каком условии одна из диагоналей трапеции будет биссектрисой угла при основании?

8.1.250. **(№718).** (Устно.) Середины сторон равнобедренной трапеции попарно соединены. Выявить вид полученного четырехугольника.

8.1.251. **(№719).** В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки 10 и 20. Найти отношение ее оснований.

8.1.252. **(№720).** Диагональ равнобедренной трапеции делит ее острый угол пополам. Определить среднюю линию трапеции, если ее периметр равен 132, а основания относятся как 8 : 9.

8.1.253. **(№721).** В трапеции $ABCD$ из вершины B проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи в точке E с большим основанием AD. Периметр треугольника ABE равен 1 м, и длина ED равна 3 дм. Определить периметр трапеции.

8.1.254. **(№722).** $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание. Разность между периметрами треугольников ACD и BAC равна 6 дм, а средняя линия трапеции равна 12 дм. Определить основание.

8.1.255. **(№723).** В равнобедренной трапеции диагональ делит острый угол пополам; периметр этой трапеции равен 4,5 м, а большее основание — 1,5 м. Определить меньшее основание.

8.1.256. **(№724).** В равнобедренной трапеции высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большее основание на отрезки в 6 см и 30 см. Определить основания этой трапеции.

8.1.257. **(№725).** $ABCD$ — равнобедренная трапеция, причем AD — большее основание; CE — высота, проведенная на AD. Зная, что DE равно 1,25 м и что средняя линия трапеции равна 2,75 м, определить основания.

8.1.258. **(№726).** Боковая сторона трапеции разделена на 6 равных частей, и из точек деления проведены к другой боковой стороне отрезки, параллельные основанию. Определить длины этих отрезков, если основания трапеции равны 10 см и 28 см.

8.1.259. **(№727).** В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) дано: $AC \perp CD$; $AB = BC$; $\angle CAD = \frac{2}{7}d$. Определить углы этой трапеции.

8.1.260. (№728). В трапеции $ABCD$ (AD — большее основание) диагональ AC перпендикулярна к стороне CD и делит $\angle BAD$ пополам; $\angle CDA = 60^0$. Периметр трапеции равен 2 м. Определить стороны этой трапеции.

8.1.261. (№729). Пусть AD означает большее основание трапеции $ABCD$. Могут ли углы A, B, C и D относится между собой, как $2:5:6:3$?

8.1.262. (№730). Доказать, что в равнобедренной трапеции углы при основаниях равны.

8.1.263. (№731). Из вершины тупого угла равнобедренной трапеции $ABCD$ проведен перпендикуляр CE к прямой AD, содержащей большее основание. Докажите, что $AE = \frac{1}{2}(AD - BC)$.

8.1.264. (№732). В прямоугольной трапеции диагонали взаимно перпендикулярны. Большая диагональ составляет с меньшей боковой стороной угол в 60^0. Докажите, что меньшая диагональ равна полусумме оснований трапеции.

8.1.265. (№733). Диагональ трапеции делит ее угол пополам. Доказать, что боковая сторона равна одному из оснований.

8.1.266. (№734). Длины оснований трапеции относятся как 4 : 7, длина средней линии 33 см. Найти длины оснований трапеции.

8.1.267. (№735). Два противоположных угла трапеции относятся, как 3 : 5. Найдите углы трапеции.

8.1.268. (№736). В данной равнобедренной трапеции боковая сторона равна средней линии, а периметр содержит 24 м. Определить боковую сторону.

8.1.269. **(№737).** Определить углы равнобедренной трапеции, если известно, что разность противоположных углов равна $\frac{8}{13}d$.

8.1.270. **(№738).** Меньшее основание равнобедренной трапеции равно боковой стороне, а диагональ перпендикулярна к боковой стороне. Определить углы трапеции.

8.1.271. **(№739).** В трапеции $ABCD$ BC — меньшее основание. На отрезке AD взята точка E так, что $BE \| CD$; $\angle ABE = 70^0$, $\angle BEA = 50^0$. Найдите углы трапеции.

8.1.272. **(№740).** В прямоугольной трапеции острый угол равен 45^0. Меньшая боковая сторона и меньшее основание равны по 10 см. Найдите большее основание.

8.1.273. **(№741).** В трапеции $MHPK$ MK — большее основание. Прямые MH и PK пересекаются в точке E, $\angle MEK = 80^0$, $\angle EHP = 40^0$. Найдите углы трапеции.

8.1.274. **(№742).** В прямоугольной трапеции острый угол равен 60^0. Большая боковая сторона и большее основание равны по 20 см. Найдите меньшее основание.

8.1.275. **(№743).** В равнобедренной трапеции большее основание равно 2,7 м, боковая сторона равна 1 м, угол между ними равен 60^0. Определить меньшее основание.

8.1.276. **(№744).** В равнобедренной трапеции острый угол равен 45^0, высота ее равна h метрам, а средняя линия равна m метрам. Определить основания трапеции.

8.1.277. **(№745).** В равнобедренной трапеции высота равна 10 см, а диагонали взаимно перпендикулярны. Найти среднюю линию.

8.1.278. **(№746).** Прямоугольная трапеция делится диагональю на два треугольника: равносторонний со стороной a и прямоугольный. Определить среднюю линию трапеции.

8.1.279. **(№747).** В прямоугольной трапеции $ABCD$ острый угол $ADC = \frac{1}{2}d$ и сторона $AD = a$. Из середины E стороны CD проведен к ней перпендикуляр, который встречает продолжение стороны BA в точке F. Требуется определить длину BF.

8.1.280. **(№748).** Доказать, что отрезок средней линии трапеции, заключенный между ее диагоналями, равен полуразности оснований трапеции.

8.1.281. **(№749).** Диагонали трапеции делят ее среднюю линию на три равные части. Доказать, что одно основание в два раза больше другого.

8.1.282. **(№750).** Тупой угол прямоугольной трапеции равен 120^0. Определить ее среднюю линию, если меньшая диагональ трапеции и большая боковая сторона равны a.

8.1.283. **(№751).** Средняя линия равнобедренной трапеции равна 30, верхнее основание — 17, а боковая сторона — 26. Определить углы трапеции.

8.1.284. **(№752).** Биссектрисы углов при основании трапеции пересекаются на ее втором основании. Доказать, что второе основание равно сумме боковых сторон трапеции.

8.1.285. **(№753).** Меньшее из оснований трапеции равно 24 см. Углы при большем основании по 60^0, их биссектрисы пересекаются на меньшем основании. Найти периметр трапеции.

8.1.286. **(№754).** В равнобедренной трапеции диагонали служат биссектрисами ее острых углов. Доказать, что тупой угол трапеции равен тупому углу между ее диагоналями. Сформулировать обратную теорему.

8.1.287. **(№755).** Одна боковая сторона трапеции $ABCD$ больше другой боковой стороны на 4 и меньше нижнего основания на 2. Вычислить стороны трапеции, если сумма боковых сторон и верхнего основания равна 16, а диагональ AC является биссектрисой угла A.

8.1.288. **(№756).** Через конец меньшего основания трапеции, равного a, проведена прямая, которая делит трапецию на ромб и равносторонний треугольник. Определить углы, периметр и среднюю линию трапеции.

8.1.289. **(№757).** Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части 2 и 5. Определить углы трапеции, если боковая сторона равна 6.

8.1.290. **(№758).** Основания трапеции относятся как 7 : 3, и разнятся на 3,2 м. Найти длину средней линии этой трапеции.

8.1.291. **(№759).** Основания трапеции равны 2,4 м и 3 м. Внутри этой трапеции проведена между боковыми сторонами прямая, параллельная основаниям, которая равна 2,8 м. Одинаково ли удалена эта прямая от обоих оснований и если нет, то к какому основанию она ближе?

8.1.292. **(№760).** В трапеции $ABCD$ из середины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная основаниям, до встрече в точке F с боковой стороной CD; из вершины B проведена прямая, параллельная стороне CD, до встречи в точке G с бóльшим основанием AD. Определить длину оснований, если $EF = 12$ см и $AG = 1$ см.

8.1.293. **(№761).** В трапеции $ABCD$ из середины E боковой стороны AB проведена прямая, параллельная боковой стороне CD, до встречи в точке G с бóльшим основанием AD. Определить основания трапеции, если $AG = 5$ дм и $GD = 2{,}5$ м.

8.1.294. **(№762).** В прямоугольной трапеции диагональ перпендикулярна к боковой стороне, острый угол равен 45^0. Найдите отношение оснований.

8.1.295. **(№763).** Средняя линия трапеции равна 8 дм и делится диагональю на два отрезка, разность между которыми равна 2 дм. Определить основания трапеции.

8.1.296. **(№764).** Доказать, что вершина угла, образованного биссектрисами двух углов трапеции, прилежащих к боковой стороне, находится на ее средней линии или на ее продолжении.

8.1.297. **(№765).** Найти отношение между параллельными сторонами трапеции, в которой средняя линия делится двумя диагоналями на 3 равные части.

8.1.298. **(№766).** В равнобедренной трапеции диагональ составляет с боковой стороной угол в 120^0. Боковая сторона равна меньшему основанию. Найдите углы трапеции.

8.1.299. **(№767).** В прямоугольной трапеции острый угол и угол, который составляет меньшая диагональ с меньшим основанием, равны по 60^0. Найдите отношение оснований.

8.1.300. **(№768).** В равнобедренной трапеции большее основание в два раза превосходит меньшее. Середина большего основания удалена от вершины тупого угла на расстояние, равное длине меньшего основания. Найдите углы трапеции.

8.1.301. **(№769).** Диагонали равнобедренной трапеции $ABCD$ взаимно перпендикулярны. Докажите, что расстояние между прямыми AD и BC, содержащими основания, равно $\frac{1}{2}(AD+BC)$.

8.1.302. **(№770).** Из вершины прямого угла меньшего основания прямоугольной трапеции под углом 45^0 к этому основанию проведен луч, который проходит через середину большей боковой стороны. Докажите, что меньшая боковая сторона этой трапеции равна сумме оснований.

8.1.303. **(№771).** Докажите, что сумма боковых сторон любой трапеции больше разности ее большего и меньшего оснований

8.1.304. **(№772).** Найдите связь между сторонами трапеции, если известно, что внутри трапеции существует точка, равноудаленная от прямых содержащих ее стороны.

8.1.305. **(№773).** Докажите, что сумма диагоналей любой трапеции больше суммы ее оснований.

8.1.306. **(№774).** Найдите связь между противоположными углами трапеции, если известно, что внутри ее существует точка, равноудаленная от вершин трапеции.

8.1.307. **(№775).** В прямоугольной трапеции одна из боковых сторон вдвое больше другой. Найти величины углов при большей из боковых сторон.

8.1.308. **(№776).** В трапеции три стороны равны, а диагональ равна одному из оснований. Какому?

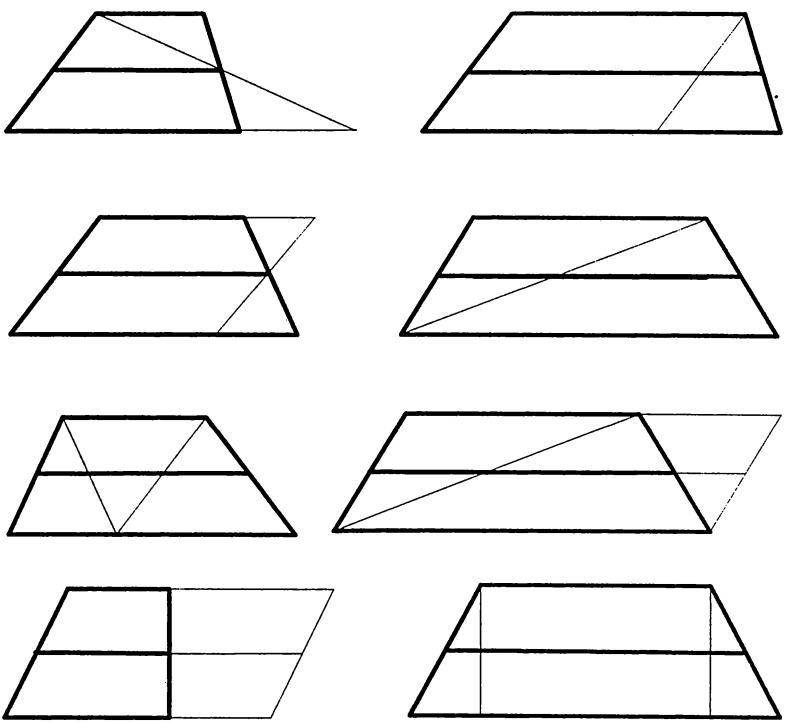
8.1.309. **(№777).** Определить углы трапеции из предыдущей задачи.

8.1.310. **(№778).** Угол между диагоналями равнобедренной трапеции равен углу при большем основании. Доказать, что боковая сторона равна меньшему основанию.

8.1.311. **(№779).** В прямоугольной трапеции диагональ равна одному из оснований и вдвое больше другого. Найти углы при большей боковой стороне.

8.1.312. **(№780).** В равнобедренной трапеции величины двух углов относятся как 1 : 3. Длины оснований a и b ($a > b$). Определить высоту трапеции.

8.1.313. **(№781).** Доказать теорему про среднюю линию трапеции, используя рисунки (на них показаны вспомогательные линии).



8.1.314. (№782). Диагонали трапеции делят среднюю линию на части, одна из которых равна сумме двух других. Как относятся длины оснований трапеции?

8.1.315. (№783). Средняя линия трапеции равняется 18 см. Определить длины оснований, зная, что трапецию можно поделить на ромб и равносторонний треугольник.

8.1.316. (№784). Периметр трапеции $P = 60$ см, углы при большем основании по 60^0. Диагональ делит среднюю линию на части, одна из которых на 7 см длиннее другой. Найди длины основ трапеции.

8.1.317. (№785). Из какого наименьшего числа прямоугольных треугольников можно сложить трапецию?

8.1.318. (№786). Докажите, что треугольную пластинку можно разрезать на три части, имеющие форму трапеции.

8.1.319. (№787). Докажите, что четырехугольную пластинку можно разрезать на три части, имеющие форму трапеции.

8.1.320. (№788). Пластинка имеет форму равнобедренной трапеции. Как разрезать ее на три равные трапеции, если одно основание вдвое больше другого?

8.1.321. (№789). Пластинка имеет форму равнобокой трапеции. Как разрезать ее на три равные трапеции, если длины оснований 6 см и 10 см?

8.1.322. (№790). Биссектрисы углов при большем основании трапеции перпендикулярны боковым сторонам. Найдите углы трапеции.

8.1.323. (№791). Пластинка имеет форму трапеции, ее основания 6 и 24 см, углы при большем основании по 60^0. Как разрезать трапецию на пять равных равнобоких трапеций?

8.1.324. **(№792).** Пластинку в форме трапеции можно разрезать на четыре равных равнобедренных трапеции. Определите величины углов этих трапеций.

8.1.325. **(№793).** Как разрезать квадратную пластинку на 8 частей, каждая из которых имеет форму непрямоугольной трапеции?

8.1.326. **(№794).** Расстояние между основаниями трапеции равно средней линии. Найдите угол между диагоналями трапеции.

8.1.327. **(№795).** Докажите, что средняя линия трапеции меньше хоть одной из диагоналей трапеции.

8.1.328. **(№796).** Основания трапеции 10 см и 18 см, углы при меньшем основании по 120^0. Как относятся периметры фигур, на которые трапеция делится своей средней линией?

8.1.329. **(№797).** Три стороны трапеции равны. Окружность, построенная на большем основании, как на диаметре, делит боковую сторону пополам. Найдите градусные меры углов трапеции.

8.1.330. **(№798).** $ABCD$ — трапеция. Окружность, диаметром которой является меньшее основание трапеции, касается ее большего основания и делит диагонали трапеции пополам. Найдите величины углов трапеции.

8.1.331. **(№799).** Впишите в данную окружность трапецию, у которой одно из оснований проходит через данную точку, а боковые стороны соответственно параллельны двум данным прямым.

8.1.332. **(№800).** Постройте трапецию по средней линии, расстоянию между основаниями и углам при одном из оснований.

8.1.333. **(№801).** На окружности даны точки A и B постройте две параллельные хорды AC и BD, у которых сумма длин a.

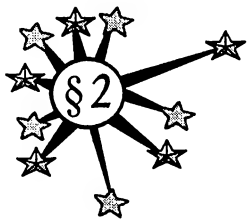
8.1.334. (№802). Постройте трапецию, если даны прямые, на которых лежат ее боковые стороны AB и CD, середина диагонали AC и точка на прямой AD.

8.1.335. (№803). На окружности даны точки A и B. Постройте две параллельные хорды AC и BD, у которых разность длин равна b.

8.1.336. (№804). Основания трапеции BC и AD. На CD взята такая точка M, что $AM = AD$. Через B проведена прямая, параллельная CD, она пересекает AM в точке P. Докажите, что $BM = PC$.

8.1.337. (№805). Если боковая сторона прямоугольной трапеции равна сумме оснований, то окружность, построенная на этой стороне, как на диаметре, касается другой боковой стороны. Докажите.

8.1.338. (№806). Две окружности пересекаются в точке M. Как провести через эту точку прямую, на которой названные окружности отсекают равные отрезки?



Звёздные теоремы. Коллекции задач. Снова построения.

8.2.1. **(№807).** В каком треугольнике совпадают точки пересечения высот, медиан и биссектрис?

8.2.2. **(№808).** Высоты треугольника пересекаются в точке H. Указать ортоцентры треугольников AHB, BHC, CHA.

8.2.3. **(№809).** Доказать, что шесть углов, образованных высотами остроугольного треугольника, попарно равны углам треугольника.

8.2.4. **(№810).** Точка M — середина стороны CD, точка N — середина стороны BC параллелограмма $ABCD$. Доказать, что прямые AM и AN делят диагональ BD на три равные части.

8.2.5. **(№811).** Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ равна 15. Середина M стороны AB соединена с вершиной D. Определить отрезки, на которые отрезок DM делит отрезок AC.

8.2.6. **(№812).** Середины E и F сторон AD и BC параллелограмма $ABCD$ соединены с вершинами B и D. Доказать, что эти прямые делят диагональ AC на три равные части.

8.2.7. **(№813).** В треугольнике ABC $AC = 12$ см. Через точку пересечения медиан проведена прямая DE ($D \in AB, E \in BC$), параллельная AC. Найти DE.

8.2.8. (№814). Через точку пересечения медиан треугольника MPK проведен отрезок CD, параллельный MK ($C \in MP$, $D \in PK$), $CD = 18$ см. Найдите MK.

8.2.9. (№815). В треугольнике ABC $AB = BC$. Медианы треугольника пересекаются в точке O, $OA = 5$, $OB = 6$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.10. (№816). В прямоугольном треугольнике ABC ($\angle C = 90^0$) $BC = 9$. Медианы треугольника пересекаются в точке O, $OB = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.11. (№817). В параллелограмме $ABCD$ F — середина BC. AF пересекает BD в точке E, CE пересекает AB в точке K; $KB = 5$, $AD = 12$, $\angle A = 30^0$. Найдите площадь параллелограмма.

8.2.12. (№818). Катеты прямоугольного треугольника равны 3 см и 4 см. Найдите расстояние от точки пересечения медиан треугольника до гипотенузы.

8.2.13. (№819). В треугольнике ABC медианы AE и CD пересекаются в точке O; $AE = 9$, $CD = 12$, $AC = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.14. (№820). Площадь треугольника ABC равна 12 см^2. Медианы AE и CD пересекаются в точке O, $\angle AOC = 150^0$, $AE = 3$ см. Найдите CD.

8.2.15. (№821). O — центр окружности, описанной около треугольника ABC, M_1 — середина AB. Прямая OM_1 пересекает окружность, описанную около треугольника ABC в точке D. Найти угол BAC, если $OM_1 = M_1D$.

8.2.16. (№822). Доказать, что в треугольнике ABC $\angle OAC = \angle HAB$ (O — центр описанной окружности, H — точка пересечения высот).

8.2.17. (№823). Из центра описанной окружности сторона BC видна под углом α. Под каким углом она видна из ортоцентра?

8.2.18. (№824). Из центра описанной окружности сторона BC видна под углом α. Под каким углом она видна из инцентра?

8.2.19. (№825). В треугольник BOA вписана окружность с центром в точке J_1. Доказать, что угол BJ_1A — тупой.

8.2.20. (№826). В треугольнике ABC точка O принадлежит биссектрисе. Доказать, что треугольник ABC — равнобедренный.

8.2.21. (№827). Вокруг треугольника BHC описана окружность. Найти угол BAC, если инцентр J принадлежит этой окружности.

8.2.22. (№828). В тупоугольном треугольнике ABC точка H — ортоцентр. Чем будет точка A в треугольнике HBC.

8.2.23. (№829). Доказать, что в тупоугольном треугольнике ABC $\angle HH_2H_3 = \angle B$, если $\angle A > 90^0$.

8.2.24. (№830). В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ M_1 — середина гипотенузы BC. Доказать, что ортоцентр треугольника M_1AC совпадает с инцентром этого треугольника.

8.2.25. (№831). В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ гипотенуза равна 12 см. Найти расстояние от центроида до вершины C.

8.2.26. **(№832).** В прямоугольном треугольнике гипотенуза равна c. Найти расстояния от O до M (O — центр описанной окружности, M — центроид).

8.2.27. **(№833).** В остроугольном треугольнике ABC $AD \perp BC$, $CF \perp AB$, AD пересекает CF в точке M. Докажите, что $\angle ABM = \angle MCA$.

8.2.28. **(№834).** В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ p — серединный перпендикуляр к AB, p пересекает AC в точке K, $AK = 5$, $BC = 4$. Найдите периметр треугольника BKC.

8.2.29. **(№835).** В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC$, медианы AE и CF пересекаются в точке K, $BK = 6$, $AC = 10$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.2.30. **(№836).** В треугольнике ABC биссектрисы AD и CE пересекаются в точке M, $BM = m$, $\angle ABC = \alpha$. Найдите расстояние от точки M до стороны AC.

8.2.31. **(№837).** Высоты AD и CE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O, $OA = 4$, $OD = 3$, $BD = 4$. Найдите расстояние от точки O до стороны AC.

8.2.32. **(№838).** В остроугольном треугольнике ABC h и p — серединные перпендикуляры к сторонам BC и AC. Они пересекаются в точке F, $CF = 10$, $AB = 16$. Найдите расстояние от точки F до стороны AB.

8.2.33. **(№839).** Вершины треугольника ABC лежат на окружности, $\angle A = 2\angle B$. Биссектрисы AF и CE пересекаются в точке O, AO пересекает окружность в точке K. Докажите, что $KC \parallel AB$.

8.2.34. **(№840).** В треугольнике ABC $\angle ACB = 120^0$, $AC = CB = a$. Серединные перпендикуляры к сторонам AC и CB пересекаются в точке M. Найдите расстояние от точки M до середины стороны AB.

8.2.35. **(№841).** Из точки M к окружности с центром в точке O проведёны касательные MA и MB (A и B — точки касания), $BF \perp AM$. BF пересекает MO в точке K, $MO = 2OB$. Найдите угол KAB.

8.2.36. **(№842).** В треугольнике ABC $\angle ABC$ — тупой. Продолжения высот AD и CE пересекаются в точке M, $MB = 5$, $AC = 10$. Найдите площадь четырехугольника $AMCB$

8.2.37. **(№843).** Во внутренней области треугольника ABC взята точка O, равноудаленная от его сторон. Найдите $\angle AOC$, если $\angle ABC = 2\alpha$.

8.2.38. **(№844).** Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис равно данному отрезку m.

8.2.39. **(№845).** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6, а боковая сторона — 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и высот этого треугольника.

8.2.40. **(№846).** Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения высот и биссектрис равно данному отрезку p.

8.2.41. **(№847).** Основание AC равнобедренного треугольника равно 6, а боковая сторона равна 5. Найдите расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис этого треугольника.

Задачи на построение

Параллелограмм

8.2.42. (№848). Построить параллелограмм, стороны которого даны, если высота, проведенная из вершины тупого угла, делит противолежащую сторону пополам.

8.2.43. (№849). Построить параллелограмм по двум сторонам длиной в 2 см и 3 см и углу между ними, содержащему 110^0.

8.2.44. (№850). Построить параллелограмм по двум сторонам, равным 2,1 см и 3,2 см, и одной из диагоналей, равной 4 см.

8.2.45. (№851). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 6,0 см и 5,0 см, и одной из сторон, равной 4,5 см.

8.2.46. (№852). Построить параллелограмм по двум диагоналям, равным 5 см и 4 см и углу между ними, равному 135^0.

8.2.47. (№853). Построить параллелограмм по основанию, равному 2 см, высоте, равной 1,5 см, и диагонали, равной 3,2 см.

8.2.48. (№854). Построить параллелограмм по смежным сторонам и высоте.

8.2.49. (№855). Построить параллелограмм по стороне, диагонали и углу между диагоналями.

8.2.50. (№856). Постройте параллелограмм по большей стороне, меньшей диагонали и углу между ними.

8.2.51. **(№857).** Постройте параллелограмм по меньшей стороне, острому углу и углу между этой стороной и меньшей диагональю.

8.2.52. **(№858).** Постройте параллелограмм по меньшей диагонали, меньшему углу между диагоналями и углу между меньшей диагональю и меньшей стороной.

8.2.53. **(№859).** Постройте параллелограмм по диагонали, стороне и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими данную сторону и ей противоположную.

8.2.54. **(№860).** Постройте параллелограмм по двум диагоналям и перпендикуляру проведенному из конца одной диагонали к прямой, содержащей другую диагональ.

8.2.55. **(№861).** Постройте параллелограмм по стороне, диагонали и углу, противолежащему этой диагонали.

8.2.56. **(№862).** Постройте параллелограмм по стороне, диагонали и углу, между этой диагональю и другой стороной.

8.2.57. **(№863).** Построить параллелограмм по стороне и двум высотам.

8.2.58. **(№864).** Построить параллелограмм по его сторонам и высоте, проведенной к двум меньшим сторонам.

8.2.59. **(№865).** Доказать, что в каждом параллелограмме есть высота, не превышающая стороны, к которой она проведена.

8.2.60. **(№866).** Построить параллелограмм по высоте, углу и периметру.

8.2.61. **(№867).** Постройте ромб $ABCD$, если известны середина стороны AD и точки, в которых вписанная в ромб окружность касается сторон AB и BC.

8.2.62. **(№868).** Построить четырехугольник, если известны три его стороны и два внутренних острых угла, прилежащих к четвертой стороне.

8.2.63. **(№869).** Постройте параллелограмм по середине стороны AD и серединам высот, проведенных из вершины B.

8.2.64. **(№870).** Постройте параллелограмм $ABCD$ по серединам сторон BC и CD и основанию высоты, проведенной из B к AD.

8.2.65. **(№871).** Постройте параллелограмм $ABCD$, если известна середина стороны AB и основание высоты, проведенной из вершины B к AD.

Прямоугольник

8.2.66. **(№872).** Построить прямоугольник по стороне и углу между диагоналями.

8.2.67. **(№873).** Построить прямоугольник по основанию, равному 2,4 см, и диагонали, равной 3,1 см.

8.2.68. **(№874).** Построить прямоугольник по диагонали, равной 4,2 см, и углу между диагоналями, равному 135^0.

8.2.69. **(№875).** Построить прямоугольник по основанию, равному 3,2 см, и углу между диагоналями, равному 120^0.

8.2.70. **(№876).** Постройте прямоугольник по его стороне и периметру.

8.2.71. **(№877).** Постройте прямоугольник по диагонали и углу, который эта диагональ образует со стороной.

8.2.72. **(№878).** Постройте прямоугольник по углу между стороной и диагональю и перпендикуляру, проведенному из вершины прямоугольника к прямой, содержащей эту диагональ.

8.2.73. **(№879).** Построить прямоугольник по диагонали и разнице двух его смежных сторон.

8.2.74. **(№880).** Построить прямоугольник по диагонали и периметру.

Ромб

8.2.75. **(№881).** (Устно.) В каком ромбе сторона равна высоте?

8.2.76. **(№882).** Построить ромб по стороне, равной 2,7 см, и диагонали, равной 6 см.

8.2.77. **(№883).** Построить ромб по двум диагоналям, равным 4 см и 3 см.

8.2.78. **(№884).** Построить ромб по высоте, равной 2,2 см, и диагонали, равной 4,2 см.

8.2.79. **(№885).** Построить ромб по углу, содержащему 70^0, и диагонали, проходящей через вершину этого угла и равной 3,7 см.

8.2.80. **(№886).** Построить ромб по диагонали, равной 5 см, и противолежащему углу, равному 120^0.

8.2.81. **(№887).** Постройте ромб по тупому углу и меньшей диагонали.

8.2.82. (№888). Постройте ромб по острому углу и отрезку, длина которого равна расстоянию между прямыми, содержащими противоположные стороны ромба.

8.2.83. (№889). Постройте ромб $ABCD$, если даны середины сторон и центры окружностей, описанных около треугольников ABC и ADC.

8.2.84. (№890). Постройте ромб по диагонали и углу, который образует другая диагональ со стороной.

8.2.85. (№891). Построить ромб по стороне и разнице прилежащих к ней углов.

8.2.86. (№892). Построить ромб по стороне и сумме диагоналей.

8.2.87. (№893). Построить ромб по острому углу и сумме стороны и высоты.

8.2.88. (№894). Постройте ромб по стороне и разности диагоналей.

8.2.89. (№895). Построить ромб $ABCD$ по прямой AC и точкам M и N, которые будучи серединами AB и CD, равноудалены от AC и расположены по разные стороны от нее.

8.2.90. (№896). Построить ромб $ABCD$ по прямой DM, перпендикулярной к BC, и серединам сторон AB и AD.

8.2.91. (№897). Построить ромб $ABCD$ по прямой AC и концам высот, проведенных из B к AD и из D к BC.

8.2.92. (№898). Построить ромб $ABCD$ по вершине A и концами перпендикуляров, опущенных из точки M (лежащей на стороне CD) на стороны угла BAD.

8.2.93. **(№899).** Построить ромб, у которого центром симметрии является точка O, а три вершины лежат на прямых l_1, l_2, l_3.

8.2.94. **(№900).** Построить ромб $ABCD$ по двум взаимно перпендикулярным прямым, на которых лежат диагонали ромба, и точкам M и N, через которые проходят соответственно стороны AB и BC (или перпендикулярные им прямые).

8.2.95. **(№901).** Построить ромб $ABCD$, у которого заданы середины сторон AB и BC, а середина стороны CD лежит на данной окружности.

8.2.96. **(№902).** Построить ромб $ABCD$, у которого заданы середины сторон AB и CD, а середина BC лежит на данной окружности.

8.2.97. **(№903).** Постройте ромб $ABCD$ по положению вершин A и B и расстоянию от данной точки M до середины DC.

8.2.98. **(№904).** Постройте ромб $ABCD$ по положению вершин A и C и расстоянию от данной точки M до середины BC.

Квадрат

8.2.99. **(№905).** Построить квадрат по разности его диагонали и стороны.

8.2.100. **(№906).** Постройте квадрат по сумме стороны с диагональю.

8.2.101. **(№907).** Построить квадрат $ABCD$ по сумме расстояний от дочки A до CD и BC.

8.2.102. (№908). Построить квадрат $ABCD$ по разнице расстояний от точки B до CD и AC.

8.2.103. (№909). Построить квадрат, у которого центр симметрии находится в данной точке O, а концы одной из сторон лежат на данных прямых l_1 и l_2.

8.2.104. (№910). Построить квадрат, у которого одна диагональ лежит на данной прямой, а концы другой диагонали лежат на двух данных окружностях.

8.2.105. (№911). Построить квадрат, у которого одна диагональ лежит на данной прямой, а один из концов другой диагонали — на данной окружности; длина диагонали d.

8.2.106. (№912). Построить квадрат, центр симметрии которого находится в данной точке O, а концы одной из сторон удалены от данной точки M на a и b соответственно.

8.2.107. (№913). Построить квадрат, у которого три вершины лежат на трех данных параллельных прямых, а четвертая вершина лежит на прямой, пересекающей три данные прямые.

8.2.108. (№914). Постройте квадрат со стороной a, у которого концы одной стороны находятся на двух данных параллельных прямых, а центр — на данной окружности.

8.2.109. (№915). Постройте квадрат, у которого три вершины лежат на трех данных параллельных прямых, а четвертая — на данной окружности.

8.2.110. (№916). Дан отрезок, равный перпендикуляру, проведенному из точки пересечения диагоналей некоторого квадрата на его сторону. Постройте этот квадрат.

8.2.111. **(№917).** Внутри данного острого угла постройте квадрат с данной стороной так, чтобы две вершины квадрата принадлежали одной стороне угла, а третья — другой.

8.2.112. **(№918).** Постройте квадрат по данной диагонали так, чтобы две противоположные вершины этого квадрата лежали на разных сторонах данного острого угла.

8.2.113. **(№919).** Постройте квадрат $ABCD$ по отрезку PQ, равному биссектрисе AE треугольника ABC.

8.2.114. **(№920).** Постройте квадрат $ABCD$ по отрезку PQ и углу α, если $PQ = BM$, $\alpha = \angle DBM$ (точка M — середина отрезка AD).

Трапеция

8.2.115. **(№921).** Построить трапецию по ее основаниям, боковой стороне и диагонали.

8.2.116. **(№922).** Построить трапецию по четырем ее сторонам.

8.2.117. **(№923).** Построить трапецию по трем ее сторонам и диагонали.

8.2.118. **(№924).** Построить трапецию по трем ее сторонам и высоте.

8.2.119. **(№925).** Построить прямоугольную трапецию, если даны ее большее основание и боковые стороны.

8.2.120. **(№926).** Построить равнобедренную трапецию по большему основанию a, высоте h и диагонали m.

8.2.121. **(№927).** Построить трапецию по двум боковым сторонам, равным 1,5 см и 2 см, и основаниям, равным 5 см и 2,3 см.

8.2.122. **(№928).** Построить трапецию по одному из оснований, равному 4,8 см, высоте, равной 3,2 см, и двум диагоналям, равным 4,2 см и 5 см.

8.2.123. **(№929).** Построить трапецию по основанию, равному 4 см, боковой стороне, равной 2,4 см, углу между ними, содержащему 72^0, и другой боковой стороне, равной 3 см.

8.2.124. **(№930).** Построить трапецию по двум основаниям и по двум диагоналям (условие возможности построения?).

8.2.125. **(№931).** Построить трапецию по ее основаниям и углам при большем основании.

8.2.126. **(№932).** Построить трапецию по боковой стороне, диагоналям и углу между диагоналями.

8.2.127. **(№933).** Построить трапецию по боковым сторонам, меньшему основанию и расстоянию между серединами оснований.

8.2.128. **(№934).** Построить трапецию $ABCD$ по основанию, боковым сторонам и разности углов при основании.

8.2.129. **(№935).** Постройте прямоугольную трапецию по меньшему основанию и боковым сторонам.

8.2.130. **(№936).** Постройте прямоугольную трапецию по меньшей диагонали, большему основанию и большей боковой стороне.

8.2.131. **(№937).** Постройте равнобедренную трапецию по боковой стороне, большему основанию и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими основания трапеции.

8.2.132. **(№938).** Постройте равнобедренную трапецию по диагонали, большему основанию и перпендикуляру, проведенному из вершины тупого угла к прямой, содержащей большее основание трапеции.

8.2.133. **(№939).** Постройте равнобедренную трапецию по острому углу, диагонали и перпендикуляру, проведенному из вершины острого угла к прямой, содержащей меньшее основание трапеции.

8.2.134. **(№940).** Постройте равнобедренную трапецию по двум углам, на которые диагональ делит тупой угол, и отрезку длиной, равной расстоянию между прямыми, содержащими основание трапеции.

8.2.135. **(№941).** Постройте параллелограмм по двум диагоналям и углу между сторонами.

8.2.136. **(№942).** Постройте параллелограмм по двум сторонам и углу между диагоналями.

8.2.137. **(№943).** $\angle A$; $\angle B$; m_c.

8.2.138. **(№944).** $\angle A$; h_a; m_a.

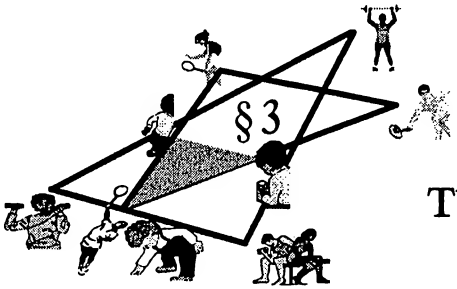
8.2.139. **(№945).** a; $\angle A$; $b+c$.

8.2.140. **(№946).** $\angle A$; m_b; m_c.

8.2.141. **(№947).** R; r; $\angle A$.

8.2.142. **(№948).** $\angle A$; m_a; m_b.

8.2.143. **(№949).** Постройте трапецию по двум углам и двум диагоналям.



Подобие треугольников

Пропорциональные отрезки. Свойство биссектрисы.

8.3.1. **(№950).** Середина сторон квадрата последовательно соединены отрезками прямых. Соразмерны ли периметры данного квадрата и построенного четырехугольника?

8.3.2. **(№951).** Середина стороны параллелограмма соединена отрезком с вершиной одного из противоположных углов. Делятся ли диагональ параллелограмма и проведенный отрезок точкой пересечения на соразмерные отрезки?

8.3.3. **(№952).** На одной стороне угла A взяты точки B и C, а на другой стороне — точки B_1 и C_1; $AB:BC = AB_1:B_1C_1$. Всегда ли $BB_1 \parallel CC_1$?

8.3.4. **(№953).** Начертите трапецию и ее диагонали. Определите на рисунке пропорциональные отрезки.

8.3.5. **(№954).** В каких четырехугольниках точка пересечения диагоналей делит их на пропорциональные части?

8.3.6. (№955). К одной стороне треугольника проведена высота, а к другой — медиана, причем отрезок, который соединяет основания медианы и высоты, параллелен третьей стороне треугольника. Что это за треугольник?

8.3.7. (№956). Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, пересекает высоту треугольника, проведенную к его основанию. При каком условии отрезок прямой, заключенный внутри треугольника, делит эту высоту пополам?

8.3.8. (№957). Прямая, проведенная из вершины угла треугольника, делит противоположную сторону на отрезки, отношение которых равно отношению двух других сторон треугольника. Обязательно ли эта прямая является биссектрисой?

8.3.9. (№958). В параллелограмме биссектриса одного из его углов делит сторону параллелограмма в отношении $1:2$. Соизмеримы ли отрезки, на которые биссектриса делит диагональ?

8.3.10. (№959). В треугольнике ABC стороны $AB = 5$ м, $BC = 3$ м. На стороне AC взята точка D так, что $AD : DC = 4 : 3$. Проведен отрезок BD. Какой из углов больше: $\angle ABD$ или $\angle DBC$?

8.3.11. (№960). Что длиннее, медиана или биссектриса, проведенные из одной вершины треугольника?

8.3.12. (№961). Найти (с точностью до 0,01) отношение высоты равностороннего треугольника к его стороне.

8.3.13. (№962). Точка M делит отрезок AB в отношении $AM : MB = 1 : 2$. Найти отношение $AM : AB$ и $MB : AB$.

8.3.14. (№963). Точка K делит отрезок AB в отношении $m : n$. Найти отношение $AK : AB$ и $KB : AB$.

8.3.15. (№964). На отрезке AB длиной 6 см дана точка C, расстояние которой от A равно 3,6 см; на продолжении отрезка AB за точку B найти такую точку D, чтобы расстояние ее от A относилось к расстоянию ее от B, как $AC:CB$.

8.3.16. (№965). Отрезок AB, равный 78, разделен на части в отношении $\frac{2}{5} : 0{,}8 : \frac{3}{4}$. Определить каждую его часть.

8.3.17. (№966). Отрезки AB, CD и EF, MN пропорциональны. Найдите EF, если $AB = 5$ см, $CD = 80$ мм, $MN = 1$ дм.

8.3.18. (№967). Отрезки KP, MN и DO, AL пропорциональны. Найдите AL, если $KP = 8$ дм, $MN = 40$ см, $DO = 1$ м.

8.3.19. (№968). Даны два отрезка AB и EK. Точки C и M лежат соответственно на отрезках AB и EK. Отрезки AC, CB и EM, MK пропорциональны. Докажите, что $AB \cdot MK = CB \cdot EK$.

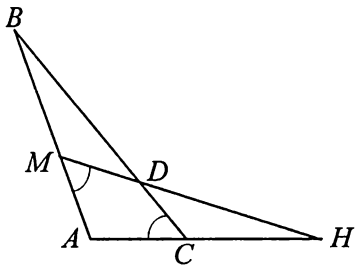
8.3.20. (№969). Даны два отрезка KP и EC. Точки M и L лежат соответственно на отрезках KP и EC. Отрезки KP, MP и EC, LC пропорциональны. Докажите, что $KM \cdot LC = MP \cdot EL$.

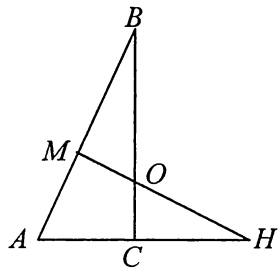
8.3.21. (№970). Поделить отрезок AB на 3 равные части, не проводя параллельных прямых.

8.3.22. (№971). Острый угол одного прямоугольного треугольника равен 43^0, а другого 47^0. Подобны ли эти треугольники?

8.3.23. (№972). В равнобедренном треугольнике угол при основании равен 62^0, в другом равнобедренном треугольнике угол при вершине равен 58^0. Подобны ли эти треугольники?

8.3.24. **(№973).** Какие из треугольников (см. рис.) подобны треугольнику ABC, если $AH \perp BC$, $MH \perp AB$?





8.3.25. **(№974).** Дано: $\angle AMH = \angle ACB$ (см. рис.). Подобны ли треугольники MBD и DCH?

8.3.26. **(№975).** Из вершин острых углов параллелограмм проведены высоты. Подобны ли получившиеся при этом треугольники?

8.3.27. **(№976).** Через вершины треугольника вне его проведены прямые, перпендикулярные последовательно каждой из его сторон. Будет ли треугольник, полученный пересечением этих прямых, подобен данному?

8.3.28. **(№977).** Биссектрисы внешних углов равнобедренного треугольника образуют треугольник. Будет ли он подобен данному?

8.3.29. **(№978).** Треугольники ABC и DEF подобны; $\angle A = \angle D$, $\angle C = \angle F$, $EF = 14$, $DF = 20$, $BC = 21$. Найдите AC.

8.3.30. **(№979).** Площади подобных треугольников равны $16\ см^2$ и $25\ см^2$. Одна из сторон первого треугольника равна 2 см. Найдите сходственную ей сторону второго треугольника.

8.3.31. **(№980).** Треугольники KPF и EMT подобны, причем $\frac{KP}{ME} = \frac{PF}{MT} = \frac{KF}{ET}$, $\angle F = 20^0$, $\angle E = 40^0$. Найдите остальные углы этих треугольников.

8.3.32. (№981). В остроугольный треугольник впишите равнобедренный прямоугольный треугольник так, чтобы вершина прямого угла лежала на стороне треугольника, а гипотенуза была параллельна этой стороне и ее концы располагались на двух других сторонах треугольника.

8.3.33. (№982). Две сходственные стороны подобных треугольников равны 2 см и 5 см. Площадь первого треугольника 8 см^2. Найдите площадь второго треугольника.

8.3.34. (№983). Периметры подобных треугольников относятся как 2 : 3, сумма их площадей равна 260 см^2. Найдите площадь каждого треугольника.

8.3.35. (№984). Отрезок DE, непараллельный стороне AB треугольника ABC отсекает подобный ему треугольник DEC; $AD = 3$ см, $DC = 5$ см, $BC = 7$ см. Найдите CE.

8.3.36. (№985). Площади двух подобных треугольников равны 50 дм^2 и 32 дм^2, сумма их периметров равна 117 дм. Найдите периметр каждого треугольника.

8.3.37. (№986). Диагональ AC делит трапецию $ABCD$ на два подобных треугольника ABC и ACD, $BC = 4$ см, $AD = 9$ см. Найти AC.

8.3.38. (№987). Прямая DE, параллельная стороне AC треугольника ABC, отсекает от него треугольник DBE, стороны которого в три раза меньше сторон данного треугольника. Найдите площадь трапеции $ADEC$, если площадь треугольника ABC равна 27 см^2.

8.3.39. (№988). В трапеции $ABCD$ $(AD \parallel BC)$ AC — биссектриса угла A делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD, $AB = 9$ см, $CD = 12$ см. Найдите периметр трапеции.

8.3.40. (№989). Прямая DE, параллельная стороне AC треугольника ABC, отсекает от него треугольник DBC, стороны которого в четыре раза меньше сторон данного треугольника. Найдите площадь треугольника ABC, если площадь трапеции $ADEC$ равна 30 см^2.

8.3.41. (№990). Отрезок BK $(K \in AC)$ разбивает треугольник ABC на два подобных треугольника ABK и KBC, причем $\frac{S_{ABK}}{S_{BKC}} = \frac{1}{3}$. Найдите углы треугольника.

8.3.42. (№991). Отрезок FP разбивает треугольник EFM на два подобных треугольника EFP и PFM, причем $\angle PFM = 60^0$. Площадь треугольника PFM равна 30 см^2. Найдите площадь треугольника EFM.

8.3.43. (№992). Две параллельные улицы пересечены двумя улицами, выходящими из одной точки A. Части параллельных улиц, заключенные между "лучевыми улицами", равны 0,75 км и 1,25 км. Трамвай идет по одной из лучевых улиц от точки A до первой параллельной улицы 15 мин. Сколько времени он при той же скорости будет идти по той же лучевой улице от первой до второй параллельной улицы?

8.3.44. (№993). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AE, если $AB = 8$ м, $AD = 12$ м, и $AC = 10$ м.

8.3.45. (№994). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AB, если $AB + AD = 21$ дм, $AC = 12$ дм, и $AE = 16$ дм.

8.3.46. (№995). Стороны угла A пересечены двумя параллельными прямыми BC и DE (через B и D обозначены точки на одной стороне угла). Определить AD, если $AC : AE = \frac{3}{11} : 0{,}6$ и $BD = 12$ дм.

8.3.47. (№996). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CM, если $AB = 1$ м, $CD = 15$ дм и $BM = 8$ дм.

8.3.48. (№997). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок BM, если $AB = 1{,}2$ и $CD : CM = \frac{1}{6} : 0{,}25$.

8.3.49. (№998). В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD продолжены до взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CD, если $AB : BM = 17 : 9$ и $CD - CM = 1{,}6$ м.

8.3.50. (№999). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BA : AD = 3 : 4$, $BC = 1{,}2$ м и $BE = 2{,}8$ м.

8.3.51. (№1000). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BD : AD = 11 : 8{,}5$, $BC = \frac{5}{17} CE$.

8.3.52. (№1001). BA и BD — отрезки одной стороны угла B; BC и BE — отрезки другой стороны его. Узнать, параллельны ли прямые AC и DE, если $BA = \frac{7}{13} BD$, $BC = 2{,}8$ м, и $CE = 2$ м.

8.3.53. (№1002). Боковая сторона треугольника разделена на пять равных частей, и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. Основание равно 20 см. Определить отрезки параллельных прямых, заключенные между боковыми сторонами.

8.3.54. **(№1003).** В трапеции боковая сторона разделена на восемь равных частей, и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию, до пересечения с другой боковой стороной. Основания трапеции равны 50 см и 30 см. Найти длины отрезков параллельных прямых между боковыми сторонами.

8.3.55. **(№1004).** Основания трапеции 1,8 м и 1,2 м; боковые стороны, равные 1,5 м и 1,2 м, продолжены до взаимного пересечения. Определить, на сколько они продолжены.

8.3.56. **(№1005).** На отрезке AB длиной 10 ед. взята точка M так, что $AM : BM = 2 : 3$. На продолжении AB за точку B найти такую точку N, чтобы $AN : BN = 3 : 1$, и определить длину каждого из образовавшихся отрезков.

8.3.57. **(№1006).** AB и BD — отрезки на одной стороне угла A; AC и EC — отрезки на второй его стороне. Будут ли параллельны прямые BC и DE, если известно, что $AC : EC = 0{,}5 : 0{,}75$; $AB = 1{,}5$; $BD = 2{,}5$.

8.3.58. **(№1007).** Через вершину B параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая продолжение стороны AD в точке F, а сторону CD в точке E. Определить отрезок DF, если сторона AD равна 5, а $BE : FE = 3 : 2$.

8.3.59. **(№1008).** Боковые стороны AD и BC трапеции $ABCD$ продолжены до из взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок CM, если $AD : MD = \frac{1}{4} : 0{,}375$, $BC = 5$.

8.3.60. **(№1009).** Боковые стороны AD и BC трапеции $ABCD$ продолжены до из взаимного пересечения в точке M. Определить отрезок BC, если $MC = 4{,}5$, $AD : MD = \frac{1}{3} : 0{,}25$.

8.3.61. (№1010). В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ $AB = 20$ см, $AC = 16$ см, AK — биссектриса. Найдите BC, BK, KC.

8.3.62. (№1011). В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O, $CD = 10$ см. Найдите периметр параллелограмма, если $\frac{BC}{CD} = \frac{AC}{OC}$.

8.3.63. (№1012). В треугольнике ABC точка K лежит на стороне AC. Площади треугольников ABK и KBC относятся как $1:3$, $BC = 10$ см. Найдите AC, если $\frac{BC}{AC} = \frac{AK}{KC}$.

8.3.64. (№1013). Основание равнобедренного треугольника равно 18 мм, а биссектриса делит боковую сторону на отрезки, причём прилежащий к основанию равен 12 мм. Найдите периметр треугольника.

8.3.65. (№1014). Треугольник ABC прямоугольный $(\angle C = 90^0)$, $D \in AC$ и $E \in AB$, причем $DE \parallel BC$ и $DE = DC$, $AE = 15$ мм, $EB = 20$ мм. Найдите периметр треугольника ABC.

8.3.66. (№1015). Треугольник ABC прямоугольный $(\angle C = 90^0)$, $P \in AC$ и $K \in AB$, причем $PK \parallel BC$ и $PK = KB$, $AP = 5$ дм, $PC = 4$ дм. Найдите периметр треугольника ABC.

8.3.67. (№1016). В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D. Докажите, что если $\frac{AC}{DC} > \frac{AB}{BC}$, то $\angle ABD > \angle DBC$.

8.3.68. (№1017). В треугольнике ABC на стороне AC взята точка D. Докажите, что если $\angle ABD > \angle DBC$, то $\frac{AD}{DC} > \frac{AB}{BC}$.

8.3.69. (№1018). Острые углы прямоугольного треугольника относятся как 1 : 2. Как относятся проекции его катетов на гипотенузу?

8.3.70. (№1019). Высота BM равнобедренной трапеции $ABCD$ делит диагональ AC пополам. В каком отношении она делит сторону AD?

8.3.71. (№1020). В равносторонний треугольник ABC вписан треугольник KLM, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC. В каком соотношении точки K, L, M делят стороны треугольника ABC?

8.3.72. (№1021). Высота CD треугольника ABC делит медиану BM в отношении 3 : 1, считая от B. В каком отношении эта высота делит сторону AB?

8.3.73. (№1022). В треугольник вписан прямоугольник. Зная, что диагонали прямоугольника соответственно параллельны боковым сторонам треугольника, определить, в каком соотношении боковые стороны треугольника делятся вершинами прямоугольника.

8.3.74. (№1023). Высота треугольника делит основание в отношении 5 : 9. В каком отношении серединный перпендикуляр к основанию делит боковую сторону треугольника?

8.3.75. (№1024). Перпендикуляр AK делит медиану BM треугольника ABC в отношении 1 : 5, считая от M. В каком отношении серединный перпендикуляр к этой медиане делит стороны AB и BC?

8.3.76. (№1025). Медиана BM делит высоту AD треугольника ABC в отношении 3 : 1, считая от вершины. В каком отношении эта высота делит медиану BM?

8.3.77. (№1026). В треугольнике ABC проведены медианы AM и BK. Через середину BK проведена прямая, параллельная AM. В каком соотношении эта прямая и точка M делят сторону треугольника?

8.3.78. (№1027). В равнобедренном треугольнике основание меньше боковой стороны на 9,6 см, а биссектриса делит боковую сторону на отрезки, которые относятся как 3 : 5. Найдите периметр треугольника.

8.3.79. (№1028). В треугольнике ABC $AB = 8$ см, $BC = 9$ см, $AC = 2$ см. На сколько нужно продолжить сторону AC до пересечения с биссектрисой внешнего угла при вершине B?

8.3.80. (№1029). Стороны треугольника ABC ($\angle B$ — меньший из углов треугольника) равны 16 см, 20 см, 24 см. Найдите расстояние между точками пересечения биссектрисы угла B и биссектрисы внешнего угла при вершине B с меньшей стороной треугольника и ее продолжением.

8.3.81. (№1030). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить отрезки AD и DC, если $AB = 10$ м, $BC = 15$ м и $AC = 20$ м.

8.3.82. (№1031). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить сторону BC, если $AD : DC = 8 : 5$ и $AB = 16$ м.

8.3.83. (№1032). BD — биссектриса угла B в треугольнике ABC. Определить сторону AC, если $AB : BC = 2 : 7$ и $DC - AD = 1$ м.

8.3.84. (№1033). Угол треугольника, заключенный между сторонами в 9 см и 6 см, разделен пополам. Один из отрезков третьей стороны оказался равным одной из данных сторон. Определить третью сторону.

8.3.85. (№1034). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 12$ м, $AC = 15$ см и $BD = 8$ см и $DC = 10$ см.

8.3.86. (№1035). D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 12$ м, $AC = 56$ м и $BD : DC = 14 : 3$.

8.3.87. **(№1036).** D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = \frac{5}{11}AC$, $BD = 2$ м и $DC = 4{,}5$ м.

8.3.88. **(№1037).** D — точка на стороне BC в треугольнике ABC. Узнать, делит ли прямая AD угол A пополам, если $AB = 6$ м, $AC = 28$ м и $BD = \frac{3}{17}BC$.

8.3.89. **(№1038).** В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что вершины D, E, F лежат соответственно на сторонах AB, BC и AC. Определить отрезки BE и EC, если $AB = 14$ см, $BC = 12$ см и $AC = 10$ см.

8.3.90. **(№1039).** (Устно.) Биссектриса прямого угла треугольника делит гипотенузу на части в отношении 2 : 5. В каком отношении высота делит гипотенузу?

8.3.91. **(№1040).** Какие треугольники можно разбить прямой на два подобных треугольника?

8.3.92. **(№1041).** Катеты одного прямоугольного треугольника равны 1,8 см и 0,8 см, другого 2,7 см и 1,2 см. Подобны ли эти треугольники?

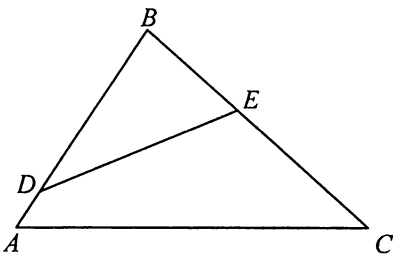
8.3.93. **(№1042).** В треугольнике ABC сторона $AB = 15$ см и $AC = 10$ см; AD — биссектриса угла A; из точки D проведена прямая, параллельная AB, до пересечения с AC в точке E. Определить AE, EC и DE.

8.3.94. **(№1043).** Две стороны треугольника поделены в равном соотношении и полученные точки соединены. Подобны ли данный и полученный треугольники?

8.3.95. **(№1044).** В равнобедренном треугольнике ABC сторона $AC = b$; сторона $BA = BC = a$; AN и CM — биссектрисы углов A и C. Определить длину MN.

8.3.96. **(№1045).** В треугольнике ABC даны стороны a, b и c. BD — биссектриса угла B; O — точка пересечения BD и биссектрисы угла C. Требуется определить отношение $OD : OB$.

8.3.97. **(№1046).** В треугольнике ABC $AB = 12$ см, $BC = 15$ см. На стороне AB отложен отрезок $AD = 2$ см, на стороне BC — отрезок $BE = 8$ см. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольники ABC и BDE?



8.3.98. **(№1047).** В разностороннем треугольнике ABC проведены медианы AE и BD, пересекающиеся в точке M. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольнике ABM и DME?

8.3.99. **(№1048).** В разностороннем треугольнике ABC проведены медианы AE и BD, пересекающиеся в точке M. Точки D и E соединены. Подобны ли треугольнике AMD и BME?

8.3.100. **(№1049).** Каждую сторону треугольника увеличили на 5 см. Из полученных отрезков построили новый треугольник. Подобен ли он данному?

8.3.101. **(№1050).** Соответствующие стороны двух подобных треугольников попарно сложили и из полученных трех отрезков построили новый треугольник. Подобен ли полученный треугольник данным?

8.3.102. **(№1051).** Равен ли коэффициент подобия двух подобных треугольников отношению биссектрис их соответствующих углов?

8.3.103. **(№1052).** Пропорциональны ли соответствующие медианы подобных треугольников их соответствующим сторонам?

8.3.104. **(№1053).** В остроугольном треугольнике основания двух высот соединены отрезком. Подобен ли отсекаемый этим отрезком треугольник данному?

8.3.105. **(№1054).** Изменится ли ответ в предыдущей задаче, если треугольник будет тупоугольным?

8.3.106. **(№1055).** Сумма сходственных высот двух подобных треугольников равна 36, коэффициент подобия треугольников равен 2. Определить высоты.

8.3.107. **(№1056).** Существуют ли подобные треугольники, у которых отношения двух сторон одного треугольника равно отношению квадратов соответствующих сторон другого?

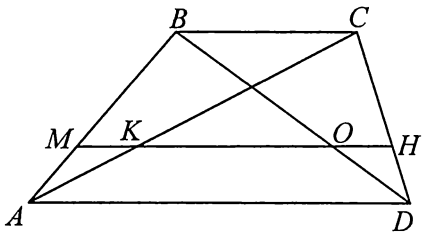
8.3.108. **(№1057).** Прямая, параллельная общему основанию двух равновеликих треугольников, отсекает от каждого из них новый треугольник. Равновелики ли полученные треугольники?

8.3.109. **(№1058).** Через середины отрезков, соединяющих центр массы треугольника с его вершинами, проведены прямые, параллельные противоположным сторонам треугольника. Равен ли полученный треугольник данному?

8.3.110. **(№1059).** Точки, делящие каждую из сторон треугольника на три равные части, последовательно через две соединены отрезками. Пересекутся ли эти отрезки в одной точке? Что это за точка?

8.3.111. **(№1060).** Две биссектрисы треугольника при пересечении делятся в одинаковом соотношении. Каков вид данного треугольника?

8.3.112. **(№1061).** Прямая, параллельная основаниям трапеции $ABCD$, пересекает ее боковые стороны в точках M и H, а диагонали — в точках K и O. Равны ли отрезки MK и OH? Для каждой ли трапеции справедливо, что $\frac{MK}{BC}+\frac{KH}{AD}=1$?



8.3.113. **(№1062).** Прямые соединяют середины оснований трапеции с ее вершинами. Точки пересечения этих прямых соединены отрезком. Параллелен ли этот отрезок основаниям трапеции?

8.3.114. **(№1063).** Середины оснований трапеции соединены отрезками прямых с ее вершинами. Сравнить площади треугольников, вершины которых — точки пересечения проведенных отрезков, а основания — боковые стороны трапеции.

8.3.115. **(№1064).** Прямая, параллельная диагонали BD трапеции $ABCD$ (основание AD больше BC), пересекает диагональ AC в точке K, а стороны AB и AD — соответственно в точках M и H. Могут ли быть равными отрезки MK и KH?

8.3.116. **(№1065).** Два подобных треугольника равновелики? Равны ли они?

8.3.117. **(№1066).** Можно ли вписать окружность в два неравных, но подобных треугольника?

8.3.118. **(№1067).** В квадрате $ABCD$ точка E — середина стороны AB, а точка M — середина BC. Отрезки CE и DM пересекаются в точке K. Как зависит площадь треугольника KMC от площади квадрата?

8.3.119. (№1068). Стороны треугольника равны 51 см, 85 см и 104 см. Проведена окружность, которая касается обеих меньших сторон, а центр имеет на большей стороне. На какие части бóльшая сторона делится центром?

8.3.120. (№1069). В равнобедренном треугольнике высота равна 20 см, а основание относится к боковой стороне, как 4 : 3. Определить радиус вписанного круга.

8.3.121. (№1070). В треугольнике ABC сторона AC делится биссектрисой внутреннего угла B на отрезки $AD = 12$, $CD = 3$. Найти радиус окружности с центром на прямой AC, проходящей через точки B и D.

8.3.122. (№1071). Углы A и B треугольника ABC соответственно равны 30^0 и 50^0. Доказать, что стороны треугольника связаны соотношением $a = \dfrac{c^2 - b^2}{b}$, где a, b, c — стороны треугольника.

8.3.123. (№1072). Через один конец хорды, общей для двух пересекающихся окружностей, проведены касательные к этим окружностям, а другой конец хорды соединен отрезками с точками пересечения касательных с окружностями. Подобны ли образованные при этом треугольники?

8.3.124. (№1073). В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 12 : 5, а боковая сторона равна 60 см. Определить основание.

8.3.125. (№1074). В равнобедренном треугольнике радиус вписанного круга составляет $\dfrac{2}{7}$ высоты, а периметр этого треугольника равен 56 см. Определить его стороны.

8.3.126. **(№1075).** Хорда $AB = 15$ м, хорда $AC = 21$ м и хорда $BC = 24$ м. Точка D — середина дуги CB. На какие части BE и EC делится хорда BC прямой AED?

8.3.127. **(№1076).** Дан треугольник ABC, в котором угол B тупой. Построена окружность, касающаяся сторона AB и BC, имеющая центр O на стороне AC. Найти отношение $AO : OC$, если $AB = 20$, $BC = 30$.

8.3.128. **(№1077).** В окружность O вписан равнобедренный треугольник ABC, боковая сторона которого равна 10, а высота, опущенная из вершины C на основание равна 6. Найти отрезки, на которые делится боковая сторона треугольника биссектрисой угла при основании, и радиус окружности.

8.3.129. **(№1078).** Доказать, что в треугольнике ABC, у которого разность углов при основании AB равна прямому углу, биссектрисы внутреннего и внешнего углов при вершине C равны.

8.3.130. **(№1079).** Острый угол параллелограмма $ABCD$ равен 60^0. Вне его на больших сторонах построены равносторонние треугольники BCM и ADH, в результате чего получился параллелограмм $AMCH$. Подобны ли параллелограммы $AMCH$ и $ABCD$?

8.3.131. **(№1080).** Короткое плечо шлагбаума имеет длину 0,75 м, а длинное плечо — 3,75 м. Как высоко поднимается конец длинного плеча, когда конец короткого опускается на 0,5 м? (Сделать чертеж).

8.3.132. **(№1081).** Через точку P, данную внутри или вне угла MAN, провести прямую так, чтобы части ее заключенные между этой точкой и сторонами угла, имели данное отношение $m : n$. (Рассмотреть особо случай $m = n$).

8.3.133. **(№1082).** Найти геометрическое место точек, расстояния которых от сторон данного угла имеют одно и то же отношение $m : n$.

8.3.134. **(№1083).** Найти в треугольнике такую точку, чтобы перпендикуляры, опущенные из нее на стороны, находились в данном отношении $m : n : p$.

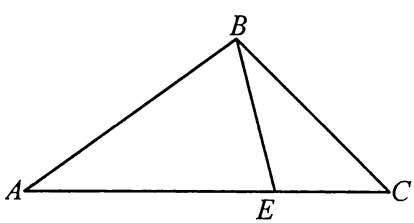
8.3.135. **(№1084).** У четырехугольной площадки земли измеряли длину всех сторон. Достаточно ли этого, чтобы начертить план этой площадки?

8.3.136. **(№1085).** Соотношение диагоналей двух параллелограммов равны. Подобны ли эти параллелограммы?

8.3.137. **(№1086).** Стороны одного прямоугольника равны 10 см и 6 см, стороны другого прямоугольника — 5 см и 4 см. Подобны ли эти прямоугольники?

8.3.138. **(№1087).** Внутри прямоугольника со сторонами 24 см и 16 см размещен другой прямоугольник, стороны которого удалены от сторон данного прямоугольника на 2 см. Подобны ли эти прямоугольники? Будут ли подобными треугольники, построенные таким способом?

8.3.139. **(№1088).** На рисунке ΔBEC подобен ΔABC. $AE = 16$ см, $CE = 9$ см. Углы ABC и BEC тупые. Найдите длину стороны BC.



8.3.140. **(№1089).** Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая сторону BC в точке E, а продолжение стороны DC в точке F. Докажите что треугольники ABE и EFC подобны.

8.3.141. **(№1090).** В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle B_1 = \angle C$, $\angle B = \angle A_1$, $AC = 2$, $B_1C_1 = 4$, A_1C_1 больше, чем AB на 2,2, $A_1B_1 = 2{,}8$. Найдите неизвестные стороны треугольников.

8.3.142. (№1091). Через вершину C параллелограмма проведена прямая, пересекающая сторону AD в точке E, а продолжение стороны BA — в точке F. Докажите, что треугольники ECD и FBC подобны.

8.3.143. (№1092). (Устно.) Подобны ли четырехугольники, если стороны одного пропорциональны сторонам другого?

8.3.144. (№1093). (Устно.) Установить несколько признаков подобия двух прямоугольников, двух ромбов, двух параллелограммов.

8.3.145. (№1094). (Устно.) Можно ли пересечь две стороны треугольника прямой, не параллельной третьей, так, чтобы образовался треугольник, ему подобный?

8.3.146. (№1095). Катеты прямоугольного треугольника равны 5 и 12. К гипотенузе в ее середине восстановлен перпендикуляр, пересекающий продолжение меньшего катета. Определить длину отрезка перпендикуляра, расположенного внутри треугольника.

8.3.147. (№1096). Доказать, что диаметр окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, есть средняя пропорциональная между ее основаниями.

8.3.148. (№1097). Точки, делящие каждую из диагоналей прямоугольника на три равные части, последовательно соединены отрезками. Подобен ли построенный четырехугольник данному?

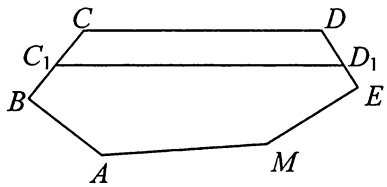
8.3.149. (№1098). Один угол ромба равен 35^0, угол другого ромба равен 145^0. Подобны ли эти ромбы?

8.3.150. (№1099). Можно ли на данном отрезке, как на стороне, построить два неравных, но подобных ромба?

8.3.151. (№1100). Подобны ли равнобокие трапеции, у которых угол при основании общий?

8.3.152. **(№1101).** Сравнить длину средней линии трапеции с отрезком прямой, делящей ее на две подобные трапеции.

8.3.153. **(№1102).** Подобны ли многоугольники $ABCDEM$ и ABC_1D_1EM, если $C_1D_1 \parallel CD$?



8.3.154. **(№1103).** Доказать, что две трапеции подобны, если соответственные стороны этих трапеций пропорциональны.

8.3.155. **(№1104).** Из точки S, расположенной вне окружности, проведены две секущие SAB и SDE. Доказать, что $\frac{BS}{DS} = \frac{ES}{AS}$, где A, B, D и E — точки пересечения секущих с окружностью.

8.3.156. **(№1105).** Доказать, что высоты параллелограмма обратно пропорциональны соответствующим им сторонам.

8.3.157. **(№1106).** На боковой стороне AB трапеции $ABCD$ взята произвольная точка E, которая соединена с C и D. Проведена $AH \parallel EC$. B и H соединены отрезком. Параллельны ли BH и ED?

8.3.158. **(№1107).** Высота прямоугольного треугольника, опущенная из вершины прямого угла на гипотенузу, делит прямой угол в отношении 1 : 2. Доказать, что гипотенуза делится основанием высоты в отношении 1 : 3.

8.3.159. **(№1108).** Диагонали AC и BD трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Определить основания трапеции, если ее средняя линия равна 24, а $AO : CO = 3 : 1$.

8.3.160. **(№1109).** На окружности O, в которой проведены два перпендикулярных диаметра AB и CD взята точка P. Прямая BP пересекает продолжение диаметра CD в точке E. Доказать, что $OF \cdot OE = r^2$, где F — точка пересечения хорды AP с диаметром CD, r — радиус окружности.

8.3.161. **(№1110).** В данный угол вписаны три окружности, средняя из которых касается двух других. Доказать, что радиус средней окружности является средней пропорциональной величиной между радиусами крайних окружностей.

8.3.162. **(№1111).** Радиус окружности равен 8, хорда AB равна 12. В точке A проведена касательная, а из точки B — хорда, параллельная касательной. Определить расстояние между касательной и хордой.

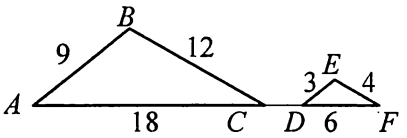
8.3.163. **(№1112).** В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что если касательные к окружности в вершинах A и C четырехугольника пересекаются на продолжении его диагонали BD, то $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DC}$.

8.3.164. **(№1113).** Две окружности пересекаются в точках A и B. Через точку A проведены к окружностям касательные, пересекающие окружности в точках D и C. Доказать что $\dfrac{AC^2}{AD^2} = \dfrac{BC}{DC}$.

8.3.165. **(№1114).** Угол C треугольника ABC равен 120^0. Доказать, что биссектриса этого угла треугольника равна $\dfrac{ab}{a+b}$ (a и b — стороны, заключающие данный угол).

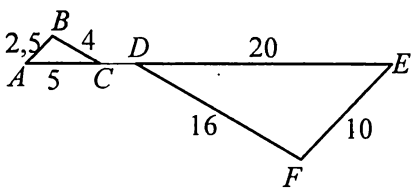
8.3.166. **(№1115).** Доказать, что радиус окружности, проходящей через середины сторон треугольника, равен половине радиуса окружности, описанной около этого треугольника.

8.3.167. **(№1116).** Докажите, что треугольники, изображенные на рисунке, подобны, и выясните взаимное положение прямых AB и DE.



8.3.168. **(№1117).** Дан параллелограмм $ABCD$. Точки E, F, M, N принадлежат соответственно сторонам AB, BC, CD, AD, $\frac{EB}{BF}=\frac{DM}{DN}$. Докажите, что $\angle BEF=\angle NMD$.

8.3.169. **(№1118).** Докажите, что треугольники, изображенные на рисунке, подобны, и выясните взаимное положение прямых BC и DF.



8.3.170. **(№1119).** Дана трапеция $ABCD$, причем стороны BC и AD параллельны; O — точка пересечения диагоналей; $BO:OD=0{,}3:\frac{2}{3}$; средняя линия трапеции равна 29 см. Определить основания и отношение $AO:OC$.

8.3.171. **(№1120).** В трапеции $ABCD$ (где $BC\parallel AD$) с диагональю BD углы ABD и BCD равны; $BC=10$ см, $DC=15$ см, $BD=20$ см. Определить AB и AD.

8.3.172. **(№1121).** В трапеции $ABCD$ с диагональю AC углы ABC и ACD равны. Определить диагональ AC, если основания BC и AD соответственно равны 12 см и 27 см.

8.3.173. **(№1122).** Основания трапеции относятся, как 5:9, а одна из боковых сторон равна 16 см. На сколько над ее продолжить, чтобы она встретилась с продолжением другой боковой стороны?

8.3.174. (№1123). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 420$ м. На стороне BC взята точка E так, что $BE : EC = 5 : 7$, и проведена прямая DE, пересекающая продолжение AB в точке F. Требуется определить BF.

8.3.175. (№1124). $ABCD$ — данный параллелограмм; F — точка на продолжении стороны AB; E — точка пересечения DF и AC. Определить BF, если $AE : EC = m : n$ и $AB = a$.

8.3.176. (№1125). $ABCD$ — данный параллелограмм. Через точку пересечения его диагоналей проведена перпендикулярная к BC прямая, которая пересекает BC в точке E, а продолжение AB — в точке F. Определить BE, если $AB = a$, $BC = b$ и $BF = c$.

8.3.177. (№1126). В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, равны 20 см и 25 см, а параллельные им стороны параллелограмма относятся, как 6 : 5. Определить стороны этого параллелограмма.

8.3.178. (№1127). В треугольник ABC вписан ромб $ADEF$ так, что угол A у них общий, а вершина E находится на стороне BC. Определить сторону ромба, если $AB = c$ и $AC = b$.

8.3.179. (№1128). Стороны одного пятиугольника равны 35 см, 14 см, 28 см, 21 см и 42 см; меньшая сторона подобного ему пятиугольника равна 12 см. Определить остальные стороны его.

8.3.180. (№1129). Стороны одного четырехугольника относятся между собой, как $1 : \frac{1}{2} : \frac{2}{3} : 2$; периметр подобного ему четырехугольника равен 75 м. Определить стороны второго четырехугольника.

8.3.181. (№1130). Стороны одного четырехугольника равны 10 дм, 15 дм, 20 дм и 25 дм; в подобном ему четырехугольнике сумма наибольшей и наименьшей сторон равна 28 дм. Определить стороны второго четырехугольника.

8.3.182. (№1131). Наибольшие стороны двух подобных многоугольников равны 35 м и 14 м, а разность их периметров равна 60 м. Определить периметры.

8.3.183. (№1132). Верно ли, что два равнобедренных треугольника подобны, если их бóльшие углы конгруэнтны?

8.3.184. (№1133). Подобны ли равнобедренные треугольники, если у одного из них угол между конгруэнтными сторонами 52^0, а у другого угол при основании 64^0?

8.3.185. (№1134). Соответствующие стороны двух треугольников параллельны. Подобны ли эти треугольники?

8.3.186. (№1135). Стороны двух треугольников соответственно перпендикулярны. Подобны ли эти треугольники?

8.3.187. (№1136). Доказать, что диагонали трапеции, пересекаясь, делятся на части, пропорциональные прилежащим основаниям трапеции.

8.3.188. (№1137). Основания трапеции $BC = 20$ см, $AD = 30$ см; длины диагоналей 41 см и 24 см. Диагонали пересекаются в точке O. Найти периметры треугольников BCO и ADO.

8.3.189. (№1138). В треугольнике ABC $AB = 12$, $AC = 15$. На этих сторонах взяты точки D и E так, что $BD = 2$, $CE = 7$. Подобны ли треугольники ABC и ADE?

8.3.190. **(№1139).** На одной из сторон угла O взяты точки A и B так, что $OA=12$, $AB=3$, а на другой — точки K и M так, что $OK=10$, $KM=8$, причем A лежит между O и B, а K — между O и M. Подобны ли треугольники OAM и OBK?

8.3.191. **(№1140).** В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ BD и B_1D_1 — медианы, $\angle A=\angle A_1$, $\angle BDA=\angle B_1D_1A_1$. Докажите, что треугольник BDC подобен треугольнику $B_1D_1C_1$.

8.3.192. **(№1141).** В треугольнике ABC $AB=4$, $BC=6$, $AC=9$. Точка E лежит на стороне BC. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB=1\frac{7}{9}$, $ME=2\frac{2}{3}$, $CE=2$. Докажите, что $ME \parallel AC$.

8.3.193. **(№1142).** В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ BE и B_1E_1 — биссектрисы, $\angle B=\angle B_1$, $\frac{AC}{EC}=\frac{A_1E_1}{E_1C_1}$. Докажите, что треугольник ABE подобен треугольнику $A_1B_1E_1$.

8.3.194. **(№1143).** В треугольнике ABC $AB=4$, $BC=6$, $AC=7$. Точка E лежит на стороне AB. Внутри треугольника взята точка M так, что $MB=5\frac{1}{4}$, $ME=4\frac{1}{2}$, $AE=1$. Прямая BM пересекает AC в точке P. Докажите, что ΔAPB равнобедренный.

8.3.195. **(№1144).** В трапеции $ABCD$ основания $AD=a$, $BC=b$, боковая сторона $AC=\sqrt{ab}$. Докажите, что $\angle BAC=\angle ADC$.

8.3.196. **(№1145).** В четырехугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ $\angle BAC=$ $=\angle B_1A_1C_1$, $\angle ADB=\angle A_1D_1B_1$, $\angle CAD=\angle C_1A_1D_1$ и $\angle ACD=\angle A_1C_1D_1$. Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$.

8.3.197. (№1146). В треугольнике ABC точка D лежит на стороне AC, $DC=a$, $AC=b$, $BC=\sqrt{ab}$. Докажите, что $\angle BAC = \ = \angle DBC$.

8.3.198. (№1147). В четырехугольниках $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ диагонали пересекаются в точках O и O_1, причем $AO=OC$ и $A_1O_1=O_1C_1$, $\angle AOD=\angle A_1O_1D_1$ и $\angle ADO=\angle A_1D_1O_1$, $\angle ABO=\angle A_1B_1O_1$. Докажите, что треугольник ABC подобен треугольнику $A_1B_1C_1$.

8.3.199. (№1148). Внутри треугольника ABC взята точка D и соединена с его вершинами A и B. На стороне BC вне его построен треугольник BCE так, что $\angle EBC=\angle BAD$. Докажите, что треугольники DBE и ABC подобны.

8.3.200. (№1149). В треугольнике ABC $BC=a$, $AC=b$, $AB=c$. Докажите, что если $a^2=bc+b^2$, то $\angle A=2\angle B$.

8.3.201. (№1150). B — середина отрезка AC. Точки D и E находятся по одну сторону от прямой AC, причем $\angle ADB=\angle EBC$ и $\angle DAB=\angle BCE$. Докажете, что $\angle BDE=\angle ADB$.

8.3.202. (№1151). $ABCD$ — параллелограмм. На сторонах AB, BC, CD и DA отмечены соответственно точки M, K, T, P, причем $\frac{AM}{CT}=\frac{AP}{CK}=\frac{1}{2}$. MT и KP пересекаются в точке E. В каком отношении эта точка делит отрезок MT?

8.3.203. (№1152). $ABCD$ — данная трапеция, причем $BC \parallel AD$; O — точка пересечения диагоналей; $AO=8$ см, $OC=1$ дм и $BD=27$ см. Определить OB и OD.

8.3.204. (№1153). CD и BE — высоты остроугольного треугольника ABC. Доказать, что треугольники ABC и ADE подобны.

8.3.205. **(№1154).** Отрезки AB и CD пересекаются в точке O, $\frac{AO}{OB}=\frac{DO}{OC}$. Докажите, что $\angle CBO=\angle DAO$.

8.3.206. **(№1155).** Доказать, что отрезок прямой, лежащий внутри трапеции и проходящий через точку пересечения ее диагоналей параллельно основаниям, делится этой точкой пополам.

8.3.207. **(№1156).** Три прямые исходят из одной точки. Доказать, что если по одной из них движется какая-либо точка, то расстояния ее от двух других прямых сохраняют одно и то же отношение.

8.3.208. **(№1157).** Точки M и N являются серединами сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$. Отрезки DM и BN пересекаются диагональю AC соответственно в точках A_1 и C_1, а отрезки AN и MC пересекают вторую диагональ в точках D_1 и B_1. Доказать, что четырехугольник $A_1B_1C_1D_1$ есть параллелограмм, подобный и подобно расположенный данному, причем отношение их соответствующих сторон равно $\frac{1}{3}$.

8.3.209. **(№1158).** Основание AB и высота CD равнобедренного треугольника ABC соответственно равны 3 и 4. Через вершины A и B и середину O высоты CD треугольника проведены прямые, пересекающие боковые стороны в точках K и L. Вычислить площадь треугольника CKL.

8.3.210. **(№1159).** Прямоугольники вписаны в треугольник так, что две вершины каждого прямоугольника лежат на его основании, а две другие — на боковых сторонах. Доказать, что если периметры вписанных прямоугольников равны, то $c=h_c$.

8.3.211. (№1160). Доказать, что если площади двух прямоугольных треугольников относятся как квадраты их гипотенуз, то треугольники подобны.

8.3.212. (№1161). Из произвольной точки D, взятой на основании AB треугольника ABC, проведены две прямые, параллельные сторонам BC и AC, пересекающие их соответственно в точках F и K. Доказать, что сумма длин окружностей, описанных около треугольников ADK и DBF, равна длине окружности, описанной около треугольника ABC.

8.3.213. (№1162). Доказать, что если через точку, взятую внутри окружности, Провести две пересекающиеся хорды, то произведение отрезков одной из них равно произведению отрезков другой.

8.3.214. (№1163). В окружность вписан четырехугольник, произведения противоположных сторон которого равны. Доказать, что касательные, проведенные в двух противоположных вершинах четырехугольника, пересекутся на прямой, проведенной через вторую пару противоположных вершин (или параллельны ей).

8.3.215. (№1164). Доказать, что произведение двух сторон треугольника равно произведению диаметра описанной около него окружности и высоты, опущенной на третью сторону.

8.3.216. (№1165). Доказать, что во всяком четырехугольнике со взаимно перпендикулярными диагоналями, вписанном в окружность, сумма квадратов каждой пары противоположных сторон равна квадрату диаметра этой окружности.

8.3.217. (№1166). В треугольнике ABC через точку P, лежащую на стороне BC, проведены прямые, пересекающие стороны AB и AC соответственно в точках Q и R и параллельный AC и AB. Докажите, что $PQ \cdot PR = BQ \cdot CR$.

8.3.218. (№1167). Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD относятся как $1:9$. Сумма оснований BC и AD равна 4,8 см. найдите основания трапеции.

8.3.219. (№1168). На продолжении сторон DC (за точку C) и BA (за точку A) параллелограмма $ABCD$ взяты соответственно точки K и E. KE пересекает сторону BC в точке M, а сторону AD — в точке F. Докажите, что $AE \cdot MC = KC \cdot AF$.

8.3.220. (№1169). Диагонали трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O. Периметры треугольников BOC и AOD относятся как $2:3$, $AC = 20$. Найти длины отрезков AO и OC.

8.3.221. (№1170). В остроугольном треугольнике ABC BD и AE — высоты. Докажите, что $DC \cdot AC = EC \cdot BC$.

8.3.222. (№1171). В трапеции $ABCD$ (AD и BC — основания) точка K лежит на стороне CD, причем $CK : KD = 1:2$. AK пересекает BD в точке O. Докажите, что если $BC : AD = 1:2$, то $BO = OD$.

8.3.223. (№1172). В остроугольном треугольнике ABC его высоты BD и AE пересекаются в точке O. Докажите, что $BO \cdot OD = AO \cdot OE$.

8.3.224. (№1173). В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) точка M лежит на стороне CD, причем $CM : MD = 2:3$, $AB = AD$, $BC : AD = 1:3$. Докажите, что $BD \perp AM$.

8.3.225. (№1174). В треугольнике ABC угол A в два раза больше угла B, $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$. Докажите, что $a^2 = bc + b^2$.

8.3.226. (№1175). В треугольнике ABC на сторонах AB и BC выбраны соответственно точки D и E. CD и AE пересекаются в точке O, $S_{ADO} = S_{CEO} = 8$, $S_{DOE} = 4$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.3.227. (№1176). Катеты прямоугольного треугольника ACB ($\angle C = 90^0$) $BC = a$, $AC = b$, $E \in AB$, причем $AE : EB = 1 : 2$. Докажите, что $CE = \dfrac{\sqrt{4b^2 + a^2}}{3}$.

8.3.228. (№1177). В треугольнике ABC точки D и E лежат соответственно на сторонах AB и BC, AE и CD пересекаются в точке O, $S_{ADC} = S_{AEC}$, $S_{ODE} = 2$, $S_{AOC} = 8$. Найдите площадь треугольника ABC.

8.3.229. (№1178). В концах диаметра AB окружности O проведены касательные. Касательная, проведенная в произвольной точке N этой окружности, пересекает первые две касательные и диаметр соответственно в точках K, L и M. Доказать, что $\dfrac{KM}{LM} = \dfrac{KN}{LN}$.

8.3.230. (№1179). Две окружности пересекаются в точках A и B. Касательные к окружностям в точке A пересекают окружности в точках M и N. Доказать, что середины хорд AM и AN и точки A и B принадлежат одной окружности.

8.3.231. (№1180). Углы B и D четырехугольника $ABCD$ прямые. Из точки M, взятой на диагонали AC, проведены прямые MP и MQ, соответственно перпендикулярные прямым BC и AD. Доказать, что $\dfrac{MP}{AB} + \dfrac{MQ}{CD} = 1$.

8.3.232. (№1181). Определить высоту, опущенную на боковую сторону равнобедренного треугольника, если боковая сторона и основание соответственно равны 10 и 12.

8.3.233. (№1182). Из точки K, делящей пополам дугу AB окружности O, проведена произвольная хорда, пересекающая хорду AB. Доказать, что произведение секущей хорды на ее отрезок от точки K до точки пересечения с хордой AB равно квадрату хорды AK.

8.3.234. (№1183). Диаметр AB данной окружности продолжен за точку B. Через точку C, расположенную на продолжении этого диаметра, проведена прямая CD перпендикулярно AB. Доказать, что если произвольную точку M перпендикуляра CD соединить с точкой A и обозначить через A_1 вторую точку пересечения прямой AM с окружностью, то произведение $AA_1 \cdot AM$ имеет постоянное значение.

8.3.235. (№1184). В равнобедренный треугольник ABC с основанием AB вписана окружность с центром O. Определить отношение отрезков высоты треугольника, проведенной из вершины C, на которые она делится точкой O, если $BC = 30$, $AB = 48$.

8.3.236. (№1185). Доказать, что квадрат биссектрисы треугольника равен разности между произведением заключающих ее сторон и произведением отрезков третьей стороны, на которые сторона делится биссектрисой.

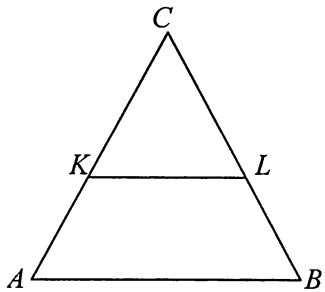
8.3.237. (№1186). В произвольной точке D гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC восставлен к ней перпендикуляр, пересекающий катет BC в точке E, а продолжение катета AC — в точке K. Доказать, что $AD \cdot BC = DK \cdot DE$.

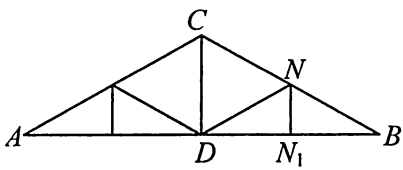
8.3.238. (№1187). Доказать, что для всякого треугольника радиус описанной окружности равен частному от деления произведения сторон треугольника на его учетверенную площадь.

8.3.239. (№1188). Одна из двух взаимно перпендикулярных хорд окружности равная 9, делится второй хордой на две части в отношении 1 : 2. Найти расстояние каждой хорды от центра окружности и площадь соответствующего ей круга, если один отрезок второй хорды равен 2.

8.3.240. (№1189). Паркетная плитка, имеющая форму ромба с диагоналями 30 и 40, окаймлена рамкой, площадь которой равна площади плитки. Определить ширину рамки.

8.3.241. **(№1190).** Какой длины должна быть поднога стропильной фермы, если длина стропильной ноги равна 10, а длина ригеля составляет $\frac{5}{8}$ от длины затяжки (AB — затяжка, KL — ригель, AC — стропильная нога, AK — поднога).





8.3.242. **(№1191).** Пролет треугольной строительной фермы AB равен d, а уклон $\frac{CD}{BD}$ равен $\frac{1}{3}$. Определить длину раскоса DN, если известной, что $DN = BN$.

8.3.243. **(№1192).** Прямая, проведенная через вершину ромба вне его, отсекает на продолжениях двух сторон отрезки p и q. Определить сторону ромба.

8.3.244. **(№1193).** Вписать квадрат в данных сегмент так, чтобы одна его сторона лежала на хорде, а концы противоположной стороны — на дуге.

8.3.245. **(№1194).** В треугольник с основанием a и высотой h вписан квадрат так, что две его вершины лежат на основании треугольника, а другие две — на боковых сторонах. Вычислить сторону квадрата.

8.3.246. **(№1195).** В данный треугольник вписать прямоугольник, у которого стороны относились бы, как $m : n$.

8.3.247. **(№1196).** В треугольник, основание которого равно 48 см, а высота 16 см, вписан прямоугольник с отношением сторон 5 : 9, причем большая сторона лежит на основании треугольника. Определить стороны прямоугольника.

8.3.248. (№1197). В треугольник, у которого основание равно 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольный равнобедренный треугольник так, что его гипотенуза параллельна основанию данного треугольника, а вершина прямого угла лежит на этом основании. Определить гипотенузу.

8.3.249. (№1198). В треугольник вписан полукруг, у которого полуокружность касается основания, а диаметр (с концами на боковых сторонах треугольника) параллелен основанию. Определить радиус, если основание треугольника равно a, а высота h.

8.3.250. (№1199). В треугольнике ABC угол C — прямой; $AC = 6$ см, $BC = 12$ см. На стороне BC взята точка D так, что $\angle ADC = 90^0 - \angle B$. На какие части точка D делит сторону BC?

8.3.251. (№1200). В треугольнике ABC даны стороны: $BC = 16$ м и $AC = 12$ м и сумма соответствующих высот $AD + BE = 14$ м. Определить AD и BE.

8.3.252. (№1201). Стороны параллелограмма равны 2 м и 16 дм; расстояние между большими сторонами равно 8 дм. Определить расстояние между меньшими сторонами.

8.3.253. (№1202). Периметр параллелограмма равен 48 см, а его высоты относятся, как 5 : 7. Определить соответствующие им стороны.

8.3.254. (№1203). Определить длину хорды, если дан радиус r и расстояние a от одного конца хорды до касательной, проведенной через другой ее конец.

8.3.255. (№1204). Две окружности внешне касаются. Прямая, проведенная через точку касания, образует в окружностях хорды, из которых одна равна $\frac{13}{5}$ другой. Определить радиусы, если расстояние между центрами равно 36 см.

8.3.256. (№1205). ABC — данный треугольник; CD — биссектриса угла C; точка E лежит на BC, причем $DE \parallel AC$. Определить DE, если $BC = a$ и $AC = b$.

8.3.257. (№1206). ABC — данный треугольник; BD — высота, AE — биссектриса угла A; EF — перпендикуляр на AC. Определить EF, если $BD = 30$ см и $AB : AC = 7 : 8$.

8.3.258. (№1207). В параллелограмм вписан ромб так, что его стороны параллельны диагоналям параллелограмма. Определить сторону ромба, если диагонали параллелограмма равны l и m.

8.3.259. (№1208). Четыре параллели, между которым последовательные расстояния относятся, считая сверху, как $2 : 3 : 4$, пересечены двумя сходящимися над ними прямыми. Из полученных четырех параллельных отрезков крайние равны 60 дм и 96 дм. Определить средние отрезки.

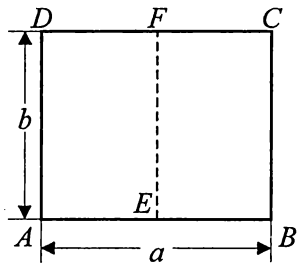
8.3.260. (№1209). В треугольнике ABC проведен от BA к BC отрезок DE, параллельный AC. Дано: $AB = 24$ м, $BC = 32$ м, $AC = 28$ м и $AD + CE = 16$ м. Требуется определить DE.

8.3.261. (№1210). AD и BE — высоты треугольника ABC, пересекающиеся в точке O. Дано: $AD + BE = 36$ дм, $AO = 9$ дм и $BO = 12$ дм. Требуется определить OE и OD.

8.3.262. (№1211). В равнобедренный треугольник, у которого боковая сторона равна 100 дм, а основание 60 дм, вписан круг. Определить расстояние между точками касания, находящимися на боковых сторонах.

8.3.263. (№1212). Радиус сектора равен r, а хорда его дуги равна a. Определить радиус круга, вписанного в этот сектор.

8.3.264. **(№1213).** Завод, изготовляющий цементные плиты для пола, установил у себя нормальную форму (стандарт) для прямоугольных плит, такую чтобы половина $BCFE$ плиты была подобна целой плите $ABCD$. Найти отношение сторон таких плит.



8.3.265. **(№1214).** В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Прямая EF отсекает параллелограмм $ABEF$, подобный $ABCD$. Определить отрезок BE.

8.3.266. **(№1215).** Доказать, что высоты треугольника обратно пропорциональны сторонам, к которым они проведены.

8.3.267. **(№1216).** Через внутреннюю точку M треугольника ABC провести прямую, которая отсекает треугольник, подобный треугольнику ABC. Сколько решений имеет задача?

8.3.268. **(№1217).** Трехэтажный дом на фотографии имеет высоту 8 мм. Зная, что его настоящая высота равна 13 м, а глубина камеры фотоаппарата 12 см, определить, на каком расстоянии от дома находился фотоаппарат.

8.3.269. **(№1218).** Две окружности, радиусы которых 4 см и 6 см, касаются внешним образом. Их общая внешняя касательная пересекает линию центров в точке M. Определить расстояние от центров этих окружностей до точки M.

8.3.270. **(№1219).** В треугольнике ABC $AB = 15$, $AC = 20$, $AC = 30$. Прямая пересекает стороны угла A и отсекает при этом трапецию, периметр которой равен 63. Найти меньшее основание трапеции.

8.3.271. **(№1220).** Отрезок DE имеет концы на сторонах угла A треугольника ABC и параллелен BC. Доказать, что медиана AM делит этот отрезок пополам.

8.3.272. (№1221). Можно ли считать, что медиана треугольника является множеством середин отрезков, которые параллельны данной стороне треугольника и чьи концы расположены на двух других его сторонах.

8.3.273. (№1222). Вершины A и B треугольника ABC недоступны. Используя результат предыдущей задачи, определить построением положение середины стороны AB.

8.3.274. (№1223). Все вершины треугольника недоступны. Определить построением длины всех его сторон.

8.3.275. (№1224). Медиана AM треугольника ABC образует угол AMC, равный углу BAC. Найти отношении сторон угла C этого треугольника.

8.3.276. (№1225). В треугольнике ABC $AB=10$, $BC=15$, $AC=20$; отрезок DE параллелен BC, его концы расположены на других сторонах треугольника; $AD=EC$. Определить DE.

8.3.277. (№1226). Доказать, что расстояния от центра масс треугольника до его сторон втрое меньше чем длина соответствующих высот треугольника.

8.3.278. (№1227). Периметр равностороннего треугольника P. Через центр масс проведена прямая, параллельно стороне. Найти длину отрезка этой прямой, ограниченную сторонами треугольника.

8.3.279. (№1228). Если прямая пересекает стороны AB, BC и AC треугольника ABC (или их продолжения), соответственно в точках C_1, A_1, B_1, то $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=1$. Доказать.

8.3.280. (№1229). На участке пути 320 подъем одинаковый. Отметки на конца участка 186,5 м и 194,5 м. Какая отметка на расстоянии 120 м от начала подъема?

8.3.281. (№1230). Доказать, что треугольник можно разбить на произвольное натуральной число $n > 5$ подобных ему треугольников.

8.3.282. (№1231). Из вершины ромба проведены две высоты. Расстояние между концами высот равно половине меньшей диагонали. Найти величины углов ромба.

8.3.283. (№1232). Если в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ углы A и A_1 равны, а произведения $AB \cdot A_1B_1$ и $AC \cdot A_1C_1$ равны, то эти треугольники подобны. Доказать.

8.3.284. (№1233). Внутри треугольника ABC на серединном перпендикуляре к стороне AB взята точка M. Вне треугольника ABC построены треугольники ACT и BCK (с основаниями AC и BC), подобные треугольнику ABM. Доказать, что точки M, T, C, K являются вершинами параллелограмма.

8.3.285. (№1234). Длины оснований трапеции 6 см и 12 см. Середина каждого из оснований соединена с концами другого основания. Проведенные отрезки пересекаются в точках M и N. Найти расстояния между этими точками.

8.3.286. (№1235). Длины оснований трапеции a и $4a$. Середина меньшего основания соединена с концами большего основания. Проведенные отрезки пересекают диагонали в точках M и N. Найти расстояния между этими точками.

8.3.287. (№1236). Длины оснований трапеции $2a$ и $3a$. Середины большего основания соединены с концами меньшего. Проведенные отрезки пересекают диагонали трапеции в точках M и N. Найти расстояние между этими точками.

8.3.288. (№1237). В угол вписаны три окружности, одна из которых касается двух других. Докажите, что их радиусы связаны соотношением: $r_2^2 = r_1 \cdot r_3$.

8.3.289. (№1238). MAB и MCD — секущие к окружности. Докажите, что треугольники MAC и MBD подобны.

8.3.290. (№1239). Через точку пересечения диагоналей четырехугольника $ABCD$ проведена прямая, пересекающая две его стороны в точках M и N. Из этих точек опущены перпендикуляры на диагонали четырехугольника. Верно ли, что основания перпендикуляров являются вершинами трапеции или параллелограмма?

8.3.291. (№1240). Два треугольника подобны. Разность их бóльших сторон 12 см, разность их меньших сторон 6 см, длины двух средних сторон 30 см и 20 см. Определите периметры треугольников.

8.3.292. (№1241). Периметры двух подобных прямоугольных треугольников относятся, как 1 : 8. У одного треугольника гипотенуза больше большего катета на 16 см, у другого — сумма гипотенузы с меньшим катетом имеет ту же величину. Найдите длины сторон этих треугольников.

8.3.293. (№1242). Два треугольника не равны. Могут ли 5 основных элементов одного треугольника равняться пяти основным элементам другого?

8.3.294. (№1243). Треугольники со сторонами a, b, c и b, c, d подобны. Может ли коэффициент подобия равняться 2; 1,6; 0,6?

8.3.295. (№1244). Длины катетов и гипотенузы двух подобных треугольников равны соответственно a, b, c и a_1, b_1, c_1. Докажите, что $aa_1 + bb_1 = cc_1$.

8.3.296. (№1245). Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что AH вдвое больше расстояния от центра описанной окружности до стороны BC.

8.3.297. (№1246). O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC, $\overline{OA}+\overline{OB}+\overline{OC}=\overline{OM}$. Докажите, что точка M находится внутри треугольника ABC.

8.3.298. (№1247). AA_1 и BB_1 — высоты треугольника ABC у которого $\angle C = 60^0$. Докажите, что точки A_1, B_1 и середина стороны AB — вершины равностороннего треугольника.

8.3.299. (№1248). Даны две непараллельные прямые l_1 и l_2 и точки A и B вне этих прямых. Постройте через A и B две параллельные прямые, которые отсекают на l_1 и l_2 отрезки с отношением длин 2:3.

8.3.300. (№1249). На сторонах AB и AC треугольника ABC отметьте такие точки D и E, чтобы $AD = DE = EC$.

8.3.301. (№1250). AB — диаметр полуокружности. Хорды AC и BD (или их продолжения) пересекаются в точке M. Докажите, что $AC\cdot AM + BD\cdot BM = AB^2$.

8.3.302. (№1251). Точка M находится внутри треугольника ABC, причем $AB = BM$. На сторонах AC и BC вне треугольника ABC построены треугольники ACP и BCK, подобные треугольнику ABM, причем их равные стороны лежат вне треугольника ABC. Докажите, что четырехугольник $MPCK$ — параллелограмм.

8.3.303. (№1252). $ABCD$ — четырехугольник, M_1, M_2, M_3, M_4 — центры масс треугольников ABC, BCD, CDA, DAB. Докажите, что четырехугольники $ABCD$ и $M_1M_2M_3M_4$ подобны.

8.3.304. (№1253). Основания трапеции 12 и 36 см. Середину меньшего основания соединили с концами второго основания. Эти отрезки пересекли диагонали трапеции в точках M и N. Найдите расстояние между M и N.

8.3.305. (№1254). В окружность вписан выпуклый четырехугольник $ABCD$. Докажите, что $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BC \cdot AD$.

8.3.306. (№1255). Две хорды пересекаются внутри окружности. Докажите, что произведения отрезков этих хорд равны квадрату диаметра окружности.

8.3.307. (№1256). Окружность проходит через вершину A параллелограмма $ABCD$ и пересекает прямые AB, AC AD в точках B_1, C_1, D_1. Докажите, что $AB \cdot AB_1 + AD \cdot AD_1 = AC \cdot AC_1$.

Построение

8.3.308. (№1257). Постройте треугольник по углу C, отношению его сторон a и b и биссектрисе (медиане) угла C.

8.3.309. (№1258). Постройте треугольник по двум сторонам и биссектрисе угла между ними.

8.3.310. (№1259). Постройте треугольник по стороне a, отношению сторон $a:b$ и углу C.

8.3.311. (№1260). Постройте треугольник по углу A, стороне a и отношению двух других сторон.

8.3.312. (№1261). Постройте прямоугольный треугольник по его периметру и отношению катетов.

8.3.313. (№1262). Постройте треугольник по высоте и отношению сторон ($h_b = 8$, $a : b : c = 2 : 3 : 4$).

8.3.314. (№1263). Постройте треугольник по следующим данным: h_c, a, $a : b$.

8.3.315. (№1264). Постройте треугольник по двум углам и наибольшей высоте.

8.3.316. (№1265). Постройте треугольник ABC по тупому углу B, отношению сторон $AB : BC = 3 : 2$ и высоте AD.

8.3.317. (№1266). Постройте прямоугольный треугольник, если катеты относятся как 2 : 3, и, если известен его периметр.

8.3.318. (№1267). Постройте равнобедренный ΔABC $(AB = BC)$, если высота BD относится к боковой стороне как 1 : 4, и если известен его периметр.

8.3.319. (№1268). Постройте треугольник ABC по данному углу B, по расстоянию от точки пересечения биссектрис до вершины B, если $AB : BC = 1 : 2$.

8.3.320. (№1269). В данный остроугольный треугольник вписать ромб с данным острым углом φ так, чтобы две его вершины принадлежали одной из сторон треугольника.

8.3.321. (№1270). Постройте треугольник ABC по данным углам A и C и медиане AM.

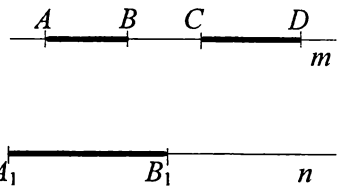
8.3.322. (№1271). Данный отрезок разделите в отношении 2 : 3 : 5.

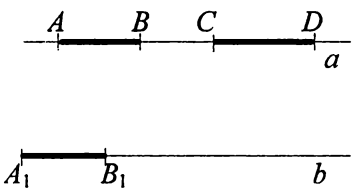
8.3.323. **(№1272).** Данный отрезок разделите в отношении 1 : 4 : 7.

8.3.324. **(№1273).** Даны два отрезка a и b. Постройте отрезок $x = \dfrac{a^2}{b}$.

8.3.325. **(№1274).** Даны два отрезка a и b. Постройте отрезок $x = \dfrac{(a+b)b}{a}$.

8.3.326. **(№1275).** На рисунке $m \parallel n$. Постройте на прямой n только с помощью линейки отрезок C_1D_1 такой, чтобы $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{A_1B_1}{C_1D_1}$.





8.3.327. **(№1276).** На рисунке $a \parallel b$. При помощи прямой линейки постройте отрезок C_1D_1 такой, чтобы $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{C_1D_1}{A_1B_1}$.

8.3.328. **(№1277).** Постройте треугольник ABC по углу A, отношению сторон $AB : AC = 1:3$ и расстоянию от точки пересечения медиан до вершины B.

8.3.329. **(№1278).** Постройте треугольник ABC по двум острым углам A и C ($\angle A + \angle C > 90^0$) и расстоянию от точки пересечения высот до вершины B.

8.3.330. **(№1279).** Вписать в данный треугольник прямоугольник с отношением сторон 2 : 5 так, чтобы одна из больших сторон лежала на основании треугольника, а концы параллельных сторон — на боковых сторонах треугольника.

8.3.331. (№1280). Построить трапецию по углу при основании, отношениям оснований и боковой стороне.

8.3.332. (№1281). Построить трапецию по углу при основании, отношениям оснований и одной из диагоналей.

8.3.333. (№1282). Построить трапецию по отношениям длин оснований и диагоналей ($a : b : d_1 : d_2$) и высоте.

8.3.334. (№1283). Постройте трапецию по ее высоте и отношению длин всех сторон $AB : BC : CD : AD$ (основания трапеции BC и AD).

8.3.335. (№1284). Вписать в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно параллельны биссектрисам внутренних углов треугольника ABC.

8.3.336. (№1285). Впишите в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC.

8.3.337. (№1286). Впишите в треугольник ABC треугольник, стороны которого соответственно перпендикулярны биссектрисам углов треугольника ABC.

8.3.338. (№1287). Постройте квадрат $ABCD$, зная положение вершины A и двух прямых, одна из которых проходит через точку B, а вторая через центр квадрата.

8.3.339. (№1288). Доказать, что если центр гомотетии двух окружностей лежит на одной из них, то обе окружности касаются в этом центре гомотетии.

8.3.340. (№1289). Построить центры гомотетий, переводящих данную окружность в другую данную окружность.

8.3.341. **(№1290).** В данный сектор MON вписать квадрат так, чтобы две смежные его вершины находились на дуге MN сектора, а две другие — на радиусах, ограничивающих сектор.

8.3.342. **(№1291).** Вписать в треугольник ABC полукруг, у которого дуга касается стороны AB, а основание параллельно этой сторон.

8.3.343. **(№1292).** Вписать в данный круговой сегмент прямоугольник с отношением длин сторон 1 : 3 так, чтобы концы одной из меньших сторон лежали на основании сегмента, а две другие вершины — на дуге сегмента.

8.3.344. **(№1293).** В остроугольный треугольник впишите прямоугольник, у которого одна сторона в два раза больше другой, так, чтобы большая сторона прямоугольника лежала на одной стороне треугольника, а две его вершины лежали на двух других сторонах треугольника.

8.3.345. **(№1294).** Докажите, что середины всех отрезков, которые параллельны стороне AB треугольника ABC и имеют концы на двух других сторонах, лежат на медиане CF.

8.3.346. **(№1295).** Постройте прямую, параллельную стороне BC треугольника ABC и пересекающую AB и AC в таких точках D и E, что $AD = EC$.

8.3.347. **(№1296).** Постройте равносторонний треугольник, у которого медианы пересекаются в данной точке M, а концы одной из высот лежат на двух данных окружностях.

8.3.348. **(№1297).** Вершины треугольника недоступны (то есть лежат за пределами данной части плоскости). Используя результат предыдущей задачи определите построением длины всех сторон треугольника.

8.3.349. **(№1298).** Вершины треугольника недоступны. Постройте центр описанной окружности.

8.3.350. **(№1299).** Вершины треугольника недоступны. Постройте центр описанной окружности.

8.3.351. **(№1300).** Вершины треугольника недоступны. Постройте точку пересечения высот треугольника (или их продолжений).

8.3.352. **(№1301).** Дана окружность и две непараллельные прямые. Построить окружность, касающуюся данных окружности и прямых.

8.3.353. **(№1302).** Постройте окружность, которая касается данной окружности и в данной точке касается данной прямой.

8.3.354. **(№1303).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и в точках A и B касаются сторон данного угла.

8.3.355. **(№1304).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и в точках A и B касаются двух данных окружностей.

8.3.356. **(№1305).** На обломке круга сохранился центр круга O и часть хорды AB без ее концов. Найдите построением величину угла AOB.

8.3.357. **(№1306).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и основания AC треугольника ABC. Кроме того, одна окружность касается боковой стороны AB треугольника ABC, а другая — боковой стороны BC.

8.3.358. **(№1307).** Постройте две равные окружности, которые касаются одна другой и основания AB треугольника ABC. Кроме того, одна из них касается продолжения стороны AB, а другая — продолжения стороны BC, а другая — продолжения стороны BC.

8.3.359. (№1308). Даны прямые a и B и точка M, не принадлежащая этим прямым. Постройте две окружности, которые пересекаются в точке M, касаются прямой a и имеют центры на прямой b.

8.3.360. (№1309). AB и AC — хорды данной окружности. Постройте окружность, которая касается данной окружности и сторон угла BAC.

8.3.361. (№1310). Даны две пересекающиеся прямые и окружность. Постройте окружность, которая касается этих прямых и данной окружности.

Прямоугольный треугольник. Метрические соотношения.

8.3.362. (№1311). Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 12 см и 35 см.

8.3.363. (№1312). Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 56 см и 33 см.

8.3.364. (№1313). Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 4 м и 9 дм.

8.3.365. (№1314). Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 60 см и 91 см.

8.3.366. (№1315). Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 21 и $3\frac{1}{4}$.

8.3.367. **(№1316).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета $\frac{3}{2}$ и $\frac{7}{16}$.

8.3.368. **(№1317).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 16,8 и 2,6.

8.3.369. **(№1318).** Вычислить гипотенузу, если даны оба катета: 5 и 6.

8.3.370. **(№1319).** Вычислить второй катет, если даны гипотенуза и первый катет[1]: 1) 289 и 240; 2) 269 и 69; 3) 145 и 143; 4) 42,5 и 6,5; 5) 17 и $15\frac{2}{5}$; 6) 10 и 7.

8.3.371. **(№1320).** По двум данным элементам прямоугольного треугольника вычислить остальные четыре:

1) $a=15,\ b=20$; 2) $a=24,\ b=7$; 3) $a=4,\ b=5$;

4) $a=100,\ c=125$; 5) $b=65,\ c=169$; 6) $a=600,\ c=625$;

7) $a=6,\ c=125$; 8) $b=7,\ b_c=1{,}96$; 9) $c=29,\ a_c=15\frac{6}{29}$;

10) $c=3,\ b_c=2$; 11) $a_c=1\frac{1}{2},\ b_c=2\frac{2}{3}$; 12) $a_c=2,\ b_c=18$;

13) $a=136,\ h=120$; 14) $b=9,\ h=8\frac{32}{41}$.

8.3.372. **(№1321).** Справедлива ли теорема, обратная теореме Пифагора?

8.3.373. **(№1322).** Может ли катет являться средним пропорциональным между гипотенузой и другим катетом.

---

[1] В данной задаче и во многих других случаях выгодно при вычислении разность квадратов заменять произведением суммы на разность.

8.3.374. **(№1323).** Могут ли длины всех сторон прямоугольного треугольника выражаться нечетными целыми числами?

8.3.375. **(№1324).** По данной сумме двух отрезков и среднему пропорциональному этих отрезков построить отрезки.

8.3.376. **(№1325).** Построить два отрезка, квадраты которых относятся, как $m : n$.

8.3.377. **(№1326).** Построить два отрезка, которые относились бы, как квадраты двух данных отрезков.

8.3.378. **(№1327).** По данной разности двух отрезков и среднему пропорциональному этих отрезков построить отрезки.

8.3.379. **(№1328).** Известно, что в прямоугольном треугольнике квадрат высоты, опущенной из вершины прямого угла, равен произведению проекций катетов на гипотенузу. Провести аналогичные сравнения квадрата высоты и произведения проекций боковых сторон на основание в остроугольном и тупоугольном треугольниках.

8.3.380. **(№1329).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике $ab = ch$.

8.3.381. **(№1330).** Катеты относятся, как 5 : 6, а гипотенуза равна 122 см. Найти отрезки гипотенузы, отсекаемые высотой.

8.3.382. **(№1331).** В тупоугольном треугольнике квадрат высоты, опущенной из вершины острого угла, равен произведению проекций двух сторон на третью, которая лежит против этого острого угла. Найти зависимость между острыми углами треугольника.

8.3.383. **(№1332).** Сформулируйте задачу, обратную предыдущей и решите ее.

8.3.384. (№1333). Катеты относятся, как 3 : 2, а высота делит гипотенузу на отрезки, из которых один на 2 м больше другого. Определить гипотенузу.

8.3.385. (№1334). Катеты относятся, как 3 : 7, а высота, проведенная на гипотенузу, равна 42 см. Определить отрезки гипотенузы.

8.3.386. (№1335). Какова зависимость между сторонами треугольника, если из его высот можно построить прямоугольный треугольник?

8.3.387. (№1336). Доказать, что диаметр окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, есть средняя пропорциональная между параллельными сторонами трапеции.

8.3.388. (№1337). В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна a, высота h. При какому условии сумма боковых сторон равна сумме основания и высоты?

8.3.389. (№1338). В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна a, высота h. При какому условии сумма боковых сторон больше суммы основания и высоты?

8.3.390. (№1339). Доказать, что отношение квадратов катетов равно отношению их проекций на гипотенузу.

8.3.391. (№1340). Высота треугольника — среднее пропорциональное между проекциями боковых сторон на основание. Будет ли этот треугольник прямоугольным?

8.3.392. (№1341). Квадрат наибольшей стороны прямоугольного треугольника равен сумме квадратов двух меньших сторон (теорема Пифагора). Провести аналогичное сравнение квадратов сторон в тупоугольном и остроугольном треугольниках.

8.3.393. **(№1342).** Проекции катетов на гипотенузу равны a и b ($a > b$). Найти зависимость между площадями квадратов, построенных на катетах.

8.3.394. **(№1343).** Сформулируйте теоремы, обратные теоремам, определенным ответами предыдущей задачи. Справедливы ли сформулированные теоремы?

8.3.395. **(№1344).** Какой вид имеет треугольник, если стороны его равны 1) 8 см, 6 см, 10 см; 2) 3 см, 5 см, 7 см; 3) 9 см, 7 см, 8 см?

8.3.396. **(№1345).** Стороны треугольника выражены числами: а) 4, 5, 6; б) 10, 15, 18; в) 8, 7, 3; г) 5, 3, 4. Каково положение центра описанной около треугольника окружности относительно контура треугольника?

8.3.397. **(№1346).** Две стороны треугольника равны 14 см и 22 см, а медиана к третьей стороне 12 см. Какой вид имеет треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.398. **(№1347).** Каждую сторону прямоугольного треугольника увеличили на 1. Какой вид имеет полученный треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.399. **(№1348).** Каждую сторону прямоугольного треугольника уменьшили на 1. Какой вид имеет полученный треугольник (остроугольный, тупоугольный, прямоугольный)?

8.3.400. **(№1349).** Две медианы треугольника перпендикулярны. Определить зависимость между сторонами треугольника.

8.3.401. **(№1350).** Справедливо ли для ромба $ABCD$ равенство: $AP \cdot PC = AB^2 - PB^2$, где P — произвольная точка диагонали AC.

8.3.402. **(№1351).** В остроугольном треугольнике ABC $AD \perp BC$, $CF \perp AB$, AD пересекает CF в точке M. Докажите, что $\angle ABM = \angle MCA$.

8.3.403. **(№1352).** В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90^0)$ p — серединный перпендикуляр к AB, p пересекает AC в точке K, $AK = 5$, $BC = 4$. Найти периметр треугольника BKC.

8.3.404. **(№1353).** Высоты AD и CE остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке O, $OA = 4$, $OD = 3$, $BD = 4$. Найдите расстояния от точки O до стороны AC.

8.3.405. **(№1354).** В остроугольном треугольнике ABC h и p — серединные перпендикуляры к сторонам BC и AC. Они пересекаются в точке F, $CF = 10$, $AB = 16$. Найдите расстояние от точки F до стороны AB.

8.3.406. **(№1355).** Вершины треугольника ABC лежат на окружности, $\angle A = 2\angle B$. Биссектрисы AF и CE пересекаются в точке O, AO пересекает окружность в точке K. Докажите, что $KC \parallel AB$.

8.3.407. **(№1356).** В треугольнике ABC $\angle ACB = 120^0$, $AC = CB = \alpha$. Серединные перпендикуляры к сторонам AC и CB пересекаются в точке M. Найдите расстояние от точки M до середины стороны AB.

8.3.408. **(№1357).** Из точки M к окружности с центром в точке O проведены касательные MA и MB (A и B — точки касания), $BF \perp AM$. BF пересекает MO в точке K, $MO = 2OB$. Найдите угол KAB.

8.3.409. **(№1358).** В треугольнике ABC $\angle ABC$ — тупой. Продолжения высот AD и CE пересекаются в точке M, $MB = 5$, $AC = 10$. Найдите площадь четырехугольника $AMCB$.

8.3.410. **(№1359).** Во внутренней области треугольника ABC взята точка O, равноудаленная от его сторон. Найдите $\angle AOC$, если $\angle ABC = 2\alpha$.

8.3.411. **(№1360).** Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис равно данному отрезку m.

8.3.412. **(№1361).** Основание AC равнобедренного треугольника ABC равно 6, а боковая сторона равна 5. Найдите расстояние между точками пересечения медиан и высот этого треугольника.

8.3.413. **(№1362).** Основание AC равнобедренного треугольника равно 6, а боковая сторона равна 5. Найти расстояние между точками пересечения медиан и биссектрис этого треугольника.

8.3.414. **(№1363).** Постройте равнобедренный прямоугольный треугольник, в котором расстояние между точками пересечения высот и биссектрис равно данному отрезку p.

Окружность

8.3.415. **(№1364).** Из точки окружности проведен перпендикуляр на диаметр. Определить его длину при следующей длине отрезков диаметра: 1) 12 см и 3 см; 2) 16 см и 9 см; 3) 2 м и 5 дм.

8.3.416. **(№1365).** Из точки диаметра проведен перпендикуляр до пересечения с окружностью. Определить длину этого перпендикуляра, если диаметр равен 40 см, а проведенный перпендикуляр отстоит от одного из концов диаметра на 8 см.

8.3.417. **(№1366).** Диаметр разделен на отрезки: $AC = 8$ дм и $CB = 5$ м, а из точки C проведен к нему перпендикуляр CD данной длины. Указать положение точки D относительно круга, когда CD равняется: 1) 15 дм; 2) 2 м; 3) 23 дм.

8.3.418. **(№1367).** Ферма моста ограничена дугой окружности; высота фермы $MK = h = 3$; радиус дуги AMB пролета $R = 8{,}5$ м. Вычислить длину AB пролета моста.

8.3.419. **(№1368).** В сводчатом подвале, имеющем форму полуцилиндра, надо поставить две стойки, каждая на одинаковом расстоянии от ближайшей стены. Определить высоту стоек, если ширина подвала по низу равна 4 м, а расстояние между стойками 2 м.

8.3.420. **(№1369).** ACB — полуокружность, CD — перпендикуляр на диаметр AB. Требуется: 1) определить DB, если $AD = 25$ и $CD = 10$; 2) определить AB, если $AD : DB = 4 : 9$ и $CD = 30$; 3) определить AD, если $CD = 3AD$, а радиус равен r; 4) определить AD, если $AB = 50$ и $CD = 15$.

8.3.421. **(№1370).** ADB — диаметр; AC — хорда; CD — перпендикуляр к диаметру. Определить хорду AC: 1) если $AB = 2$ м и $AD = 0{,}5$ м; 2) если $AD = 4$ см и $DB = 5$ см; 3) если $AB = 20$ м и $DB = 15$ м.

8.3.422. **(№1371).** AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется: 1) определить AD, если $AB = 18$ см и $AC = 12$ см; 2) определить радиус, если $AC = 12$ м и $AD = 4$ м; 3) определить DB, если $AC = 24$ см и $DB = \frac{7}{9} AD$.

8.3.423. **(№1372).** AB — диаметр; AC — хорда; AD — ее проекция на диаметр AB. Требуется: 1) определить AC, если $AB = 35$ см и $AC = 5AD$; 2) определить AC, если радиус равен r и $AC = DB$.

8.3.424. **(№1373).** Перпендикуляр из точки окружности на радиус, равный 34 см, делит его в отношении 8 : 9 (начиная от центра). Определить длину перпендикуляра.

8.3.425. **(№1374).** Хорда BDC перпендикулярна к радиусу ODA. Определить BC, если $OA = 25$ см и $AD = 10$ см.

8.3.426. **(№1375).** Ширина кольца, образованного двумя концентрическими окружностями, равна 8 дм; хорда большей окружности, касательная к меньшей, равна 4 м. Определить радиусы окружностей.

8.3.427. **(№1376).** С помощью сравнения отрезков доказать, что среднее арифметическое двух неравных чисел больше их среднего геометрического.

8.3.428. **(№1377).** Построить отрезок, средний пропорциональный между отрезками 3 см и 5 см.

8.3.429. **(№1378).** Построить отрезок, равный: $\sqrt{15}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{6}$; $\sqrt{3}$.

8.3.430. **(№1379).** Две хорды пересекаются внутри круга. Отрезки одной хорды равны 24 см и 14 см; один из отрезков другой хорды равен 28 см. Определить второй ее отрезок.

8.3.431. **(№1380).** Мостовая ферма ограничена дугой окружности; длина моста $AB = 6$ м, высота $h = 1{,}2$ м. Определить радиус дуги $(OM = R)$.

8.3.432. **(№1381).** Через точку M, расположенную внутри круга, проведены две хорды AB и CD, причем $AM = MB$, $CM = 16$ см, $DM : MC = 1 : 4$. Найти AB.

8.3.433. **(№1382).** Хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E; $AE : EB = 1:3$, $CD = 20$, $DE = 5$. Найдите AB.

8.3.434. **(№1383).** AB — диаметр окружности. Точка E лежит на окружности $EF \perp AB$, $FB = 4$, $EF = 6$. Найдите радиус окружности.

8.3.435. **(№1384).** Диаметр CD окружности перпендикулярен хорде AB, AB и CD пересекаются в точке E, $CE = 2$ см. Сумма AB и CE равна диаметру окружности. Найдите радиус окружности.

8.3.436. **(№1385).** Диаметр CD окружности с центром в точке O пересекается с хордой AB, равной 12 см, в точке K, $OK = 5$ см. Расстояние от центра окружности до хорды равно 4 см. Найдите радиус окружности.

8.3.437. **(№1386).** Два отрезка AB и CD пересекаются в точке M так, что $MA = 7$ см, $MB = 21$ см, $MC = 3$ см и $MD = 16$ см. Лежат ли точки A, B, C и D на одной окружности?

8.3.438. **(№1387).** Хорда AMB повернута около точки M так, что отрезок MA увеличился в 2,5 раза. Как изменился отрезок MB?

8.3.439. **(№1388).** Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 48 см и 3 см, а другая — пополам. Определить длину второй хорды.

8.3.440. **(№1389).** Из двух пересекающихся хорд одна разделилась на части в 12 м и 18 м, а другая — в отношении 3 : 8. Определить длину второй хорды.

8.3.441. **(№1390).** Из двух пересекающихся хорд первая равна 32 см, а отрезки другой хорды равны 12 см и 16 см. Определить отрезки первой хорды.

8.3.442. **(№1391).** Секущая ABC повернута около внешней точки A так, что внешний ее отрезок AB уменьшился в три раза. Как изменилась длина секущей?

8.3.443. **(№1392).** Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Определить длину касательной, если внешний и внутренний отрезки секущей соответственно выражаются следующими числами: 1) 4 и 5; 2) 2,25 и 1,75; 3) 1 и 2.

8.3.444. **(№1393).** Касательная равна 20 см, а наибольшая секущая, проведенная из той же точки, равна 50 см. Определить радиус круга.

8.3.445. **(№1394).** Секущая больше своего внешнего отрезка в $2\frac{1}{4}$ раза. Во сколько раз она больше касательной, проведенной из той же точки?

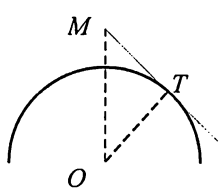
8.3.446. **(№1395).** Пусть будет: AB — касательная и ACD — секущая той же окружности. Требуется: 1) определить CD, если $AB = 2$ см и $AD = 4$ см; 2) определить AD, если $AC : CD = 4 : 5$ и $AB = 12$ см; 3) определить AB, если $AB = CD$ и $AC = a$.

8.3.447. **(№1396).** Как далеко видно с воздушного шара, поднявшегося на высоту 4 км над землей (радиус Земли ≈ 6370 км)?

8.3.448. **(№1397).** Гора Эльбрус (на Кавказе) поднимается над уровнем моря на 5 600 м. Как далеко можно видеть с вершины этой горы?

8.3.449. **(№1398).** M — наблюдательный пункт высотой h метров над землей; радиус земли R, $MT = d$ есть наибольшее видимое расстояние. Доказать, что $d = \sqrt{2Rh + h^2}$. *Замечание.* Так как h^2 вследствие своей малости сравнительно с $2Rh$ на результат почти не влияет, то можно пользоваться приближенной формулой

$$d \approx \sqrt{2Rh}.$$



8.3.450. (№1399). Касательная и секущая, выходящие из одной точки, соответственно равны 20 см и 40 см; секущая удалена от центра на 8 см. Определить радиус круга.

8.3.451. (№1400). Определить расстояние от центра до той точки, из которой выходят касательная и секущая, если они соответственно равны 4 см и 8 см, а секущая удалена от центра на 12 см.

8.3.452. (№1401). Общая хорда двух пересекающихся окружностей продолжена, и из точки, взятой на продолжении, проведены к ним касательные. Доказать, что они равны.

8.3.453. (№1402). На одной стороне угла A отложены один за другим отрезки: $AB = 6$ см и $BC = 8$ см; а на другой стороне отложен отрезок $AD = 10$ см. Через точки B, C и D проведена окружность. Узнать, касается ли этой окружности прямая AD, а если нет, то будет ли точка D первой (считая от A) или второй точкой пересечения.

8.3.454. (№1403). Пусть будет ABD и AEC две прямые, пересекающие окружность: первая — в точках D и B, вторая — в точках E и C. Требуется: 1) определить AE, если $AD = 5$ см, $DB = 15$ см и $AC = 25$ см; 2) определить BD, если $AB = 24$ м, $AC = 16$ м и $EC = 10$ м; 3) определить AB и AC, если $AB + AC = 50$ м, а $AD : AE = 3 : 7$.

8.3.455. (№1404). Радиус окружности равен 7 см. Из точки, удаленной от центра на 9 см, проведена секущая так, что она делится окружностью пополам. Определить длину этой секущей.

8.3.456. (№1405). MAB и MCD — две секущие к одной окружности. Требуется: 1) определить CD, если $MB = 1$ м, $MD = 15$ дм и $CD = MA$; 2) определить MD, если $MA = 18$ см, $AB = 12$ см и $MC : CD = 5 : 7$; 3) определить AB, если $AB = MC$, $MA = 20$ см, $CD = 11$ см.

8.3.457. (№1406). Две хорды продолжены до взаимного пересечения. Определить длину полученных продолжений, если хорды равны a и b, а их продолжения относятся, как $m : n$.

8.3.458. (№1407). Из общей точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить длину касательной, если она на 5 см больше внешнего отрезка секущей и на столько же меньше внутреннего отрезка.

8.3.459. (№1408). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Секущая равна a, а ее внутренний отрезок больше внешнего отрезка на длину касательной. Определить касательную.

8.3.460. (№1409). Из общей точки проведены к одной окружности касательная и секущая. Касательная больше внутреннего и внешнего отрезков секущей соответственно на 2 см и 4 см. Определить длину секущей.

8.3.461. (№1410). Из одной точки проведены к окружности касательная и секущая. Определить их длину, если касательная на 20 см меньше внутреннего отрезка секущей и на 8 см больше внешнего отрезка.

8.3.462. (№1411). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 30 см, а внутренний отрезок секущей на 2 см меньше касательной. Определить секущую и касательную.

8.3.463. (№1412). Из одной точки проведены к окружности секущая и касательная. Сумма их равна 15 см, а внешний отрезок секущей на 2 см меньше касательной. определить секущую и касательную.

8.3.464. (№1413). Отрезок AB продолжен на расстояние BC. На AB и AC, как на диаметрах, построены окружности. К отрезку AC в точке B проведен перпендикуляр BD до пересечения с большей окружностью. Из точки C проведена касательная CK к меньшей окружности. Доказать, что $CD = CK$.

8.3.465. (№1414). К окружности проведены две параллельные касательные и третья касательная, пересекающая их. Радиус есть среднее пропорциональное между отрезками третьей касательной. Доказать.

8.3.466. (№1415). Даны две параллельные прямые на расстоянии 15 дм одна от другой; между ними дана точка M на расстоянии 3 дм от одной из них. Через точку M проведена окружность, касательная к обеим параллелям. Определить расстояние между проекциями центра и точки M на одну из данных параллелей.

8.3.467. (№1416). В круг радиуса r вписан равнобедренный треугольник, у которого сумма высоты и основания равна диаметру круга. Определить высоту.

8.3.468. (№1417). Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника: 1) если основание равно 16 см, а высота 4 см; 2) если боковая сторона равна 12 дм, а высота 9 дм; 3) если боковая сторона равна 15 м, а основание 18 м.

8.3.469. (№1418). В равнобедренном треугольнике основание равно 48 дм, а боковая сторона равна 30 дм. Определить радиусы кругов, описанного и вписанного, и расстояние между их центрами.

8.3.470. (№1419). Радиус равен r, хорда данной дуги равна a. Определить хорду удвоенной дуги.

8.3.471. (№1420). Радиус окружности равен 8 дм; хорда AB равна 12 дм. Через точку A проведена касательная, а из точки B — хорда BC, параллельная касательной. Определить расстояние между касательной и хордой BC.

8.3.472. (№1421). Точка A удалена от прямой MN на расстояние a. Данным радиусом r описана окружность так, что она проходит через точку A и касается линии MN. Определить расстояние между полученной точкой касания и данной точкой A.

8.3.473. **(№1422).** Можно ли теоремы про произведение отрезков хорд и про касательную объединить в одну теорему? Как бы она тогда формулировалась и доказывалась?

8.3.474. **(№1423).** В окружности хорда CD пересекает диаметр MH и параллельную ему хорду AB. Может ли произведение отрезков хорды AB быть равным произведению отрезков диаметра?

8.3.475. **(№1424).** Справедлива ли теорема, обратная теореме про отрезки хорд, пересекающихся внутри окружности?

8.3.476. **(№1425).** К каждой из двух концентрических окружностей проведены касательные из точки, лежащей вне этих окружностей. Могут ли отрезки касательных, находящиеся между выбранной точкой и точками касания быть равными?

8.3.477. **(№1426).** На диаметре AB взята произвольная точка C и через нее перпендикулярно диаметру проведена хорда PH. Из точки B проведены хорды, пересекающие хорду PH. Сравнить произведения каждой из этих (последних) хорд на их отрезки от конца диаметра до первой хорды.

8.3.478. **(№1427).** AB — диаметр окружности с центром в точке O. На отрезке OB как на диаметре построена окружность с центром в точке O_1. Хорда большей окружности BC пересекает меньшую окружность в точке E. Через O_1 и E проведена прямая, которая пересекает большую окружность в точках K и F, $KE = 2$ см, $EF = 8$ см. Найдите BC.

8.3.479. **(№1428).** Две окружности пересекаются в точках A и B. На продолжении их общей хорды AB выбрана точка M. Из этой точки проведены касательные ME и MF к этим окружностям (E и F — точки касания). Докажите, что $ME = MF$.

8.3.480. (№1429). Вершины треугольника ABC лежат на окружности, $AB : BC = 2 : 3$. Точка D делит дугу AC пополам. BD пересекает AC в точке E. Через точку E проведена хорда KM, $KE = 4$ см, $ME = 6$ см. Найдите AC.

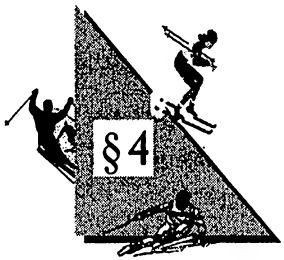
8.3.481. (№1430). Две окружности внешне касаются в точке F. Через эту точку проведена общая касательная к этим окружностям. На этой касательной выбрана точка M. Из этой точки к этим окружностям проведены секущие, которые пересекают первую окружность в точках A и B, а вторую — в точках C и D, $MA = MC$. Докажите, что $AB = CD$.

8.3.482. (№1431). QP — диаметр окружности с центром в точке O. На диаметре QP между точками O и P выбрана точка O_1 и с центром в этой точке радиусом O_1P проведена окружность. Прямая, проходящая через центр O_1 меньшей окружности, пересекает большую окружность в точках A и D, а меньшую — в точках B и C. Найдите $\frac{r}{R}$, если $AB : BC : CD = 2 : 4 : 3$.

8.3.483. (№1432). Две окружности касаются внешне в точке K. Через эту точку проведена прямая, которая, пересекаясь с окружностями, образует хорды KP и KQ. Из точек P и Q проведены к окружностям касательные PT_1 и QT_2, где T_1 и T_2 — точки касания. Докажите, что $PT_1^2 + QT_2^2 = PQ^2$.

8.3.484. (№1433). На диаметре CD окружности выбрана точка E. Через точку проведена хорда AB, $AE = 4$, $BE = 3$, $AD = 6{,}5$, $\angle ABC = 60^0$. Найдите CE и ED.

8.3.485. (№1434). В треугольнике ABC угол B тупой. Постройте на AC точку D, такую что $AB^2 = AD \cdot AC$.



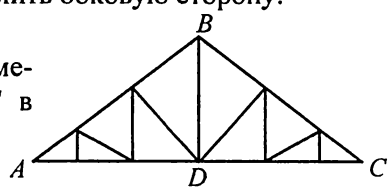
Практикум по теореме Пифагора

8.4.1. **(№1435).** В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 17 см, а основание 16 см. Определить высоту.

8.4.2. **(№1436).** Определить стороны равнобедренного треугольника, если его высота равна 35 см, а основание относится к боковой стороне, как 48 : 25.

8.4.3. **(№1437).** В равнобедренном треугольнике основание равно 4 см, а угол при нем равен 45^0. Определить боковую сторону.

8.4.4. **(№1438).** Стропильная ферма имеет ноги AB и CB по 9 м и пролет AC в 15 м. Определить высоту фермы BD.



8.4.5. **(№1439).** Стороны прямоугольника равны 60 см и 91 см. Чему равна его диагональ?

8.4.6. **(№1440).** Сторона квадрата равна a. Чему равна его диагональ?

8.4.7. **(№1441).** Определить сторону квадрата, если она меньше диагонали на 2 см.

8.4.8. **(№1442).** Стороны прямоугольника равны a и b. Определить радиус описанного круга.

8.4.9. **(№1443).** В круг вписан прямоугольник, стороны которого относятся, как 8 : 15. Определить эти стороны, если радиус круга равен 34 см.

8.4.10. **(№1444).** Катеты прямоугольного треугольника равны 8 дм и 18 см. Определить радиус описанного круга.

8.4.11. **(№1445).** Катеты прямоугольного треугольника равны 16 см и 12 см. Определить медиану гипотенузы.

8.4.12. **(№1446).** Решить прямоугольный треугольник (то есть найти неизвестные линейные элементы из a, b, c, a_c, b_c, h_c) по следующим данным: а) $a = 24$ см, $b = 32$ см; б) $a = 48$ см, $c = 50$ см; в) $a_c = 27$ см, $b_c = 48$ см; г) $c = 25$ см, $h_c = 12$ см; д) $b = 3$ см, $b_c = 1{,}8$ см; е) $a = 20$ см, $b_c = 9$ см.

8.4.13. **(№1447).** В равностороннем треугольнике определить высоту по данной стороне a.

8.4.14. **(№1448).** В равностороннем треугольнике определить сторону по данной высоте h.

8.4.15. **(№1449).** В прямоугольном треугольнике один из углов равен 30^0, а больший катет равен 6 см. Определить две другие стороны этого треугольника.

8.4.16. **(№1450).** Боковые стороны треугольника равны $a = 25$ см и $b = 30$ см, а высота $h_c = 24$ см. Определить основание c.

8.4.17. **(№1451).** В треугольнике больший угол при основании равен 45^0, а высота делит основание на части в 20 см и 21 см. Определить бóльшую боковую сторону.

8.4.18. **(№1452).** Диагонали ромба равны 24 см и 70 см. Определить сторону.

8.4.19. (№1453). В равнобедренной трапеции основания равны 10 см и 24 см, боковая сторона 25 см. Определить высоту трапеции.

8.4.20. (№1454). Радиусы двух пересекающихся окружностей равны 13 см и 15 см, а общая хорда равна 24 см. Определить расстояние между центрами.

8.4.21. (№1455). AB и CD — две параллельные хорды, расположенные по разные стороны от центра O окружности радиуса $R = 15$ см. Хорда $AB = 18$ см, хорда $CD = 24$ см. Определить расстояние между хордами.

8.4.22. (№1456). Две параллельные хорды AB и CD расположены по одну сторону от центра O окружности радиуса $R = 30$ см. Хорда $AB = 48$ см, хорда $CD = 36$ см. Определить расстояние между хордами.

8.4.23. (№1457). Радиус круга равен 25 см; две параллельные хорды — 14 см и 40 см. Определить расстояние между ними.

8.4.24. (№1458). Расстояния от одного конца диаметра до конца параллельной ему хорды равны 13 см и 84 см. Определить радиус круга.

8.4.25. (№1459). К окружности радиуса, равного 36 см, проведена касательная из точки, удаленной от центра на 85 см. Определить длину касательной.

8.4.26. (№1460). Из общей точки проведены к окружности две касательные. Радиус окружности равен 11 см, а сумма касательных равна 120 см. Определить расстояние от центра до исходной точки касательных.

8.4.27. (№1461). К окружности радиуса, равного 7 см, проведены две касательные из одной точки, удаленной от центра на 25 см. Определить расстояние между точками касания.

8.4.28. (№1462). Два круга радиусов R и r внешне касаются. Из центра одного круга проведена касательная к другому кругу, а из полученной точки касания проведена касательная к первому кругу. Определить длину последней касательной.

8.4.29. (№1463). Два круга касаются извне. Определить длину их общей внешней касательной (между точками касания), если радиусы равны 16 см и 25 см.

8.4.30. (№1464). Радиусы двух кругов равны 27 см и 13 см, а расстояние между центрами равно 50 см. Определить длину их общих касательных.

8.4.31. (№1465). Касательная и секущая, проведенные из общей точки к одной окружности, взаимно перпендикулярны. Касательная равна 12 м, а внутренняя часть секущей равна 10 м. Определить радиус окружности.

8.4.32. (№1466). Большая диагональ прямоугольной трапеции равна 13 см, а большее основание 12 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно 8 см.

8.4.33. (№1467). В треугольнике ABC проведена высота AD. Доказать, что $AB^2 - AC^2 = BD^2 - CD^2$.

8.4.34. (№1468). Доказать, что в прямоугольной трапеции разность квадратов диагоналей равна разности квадратов оснований.

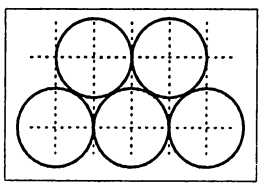
8.4.35. (№1469). Средняя линия равнобедренной трапеции равна 20, высота — 15. Определить диагональ и боковую сторону трапеции, если ее основания относятся как 3 : 7.

8.4.36. (№1470). Узнать, какими тремя последовательными целыми числами могут выражаться стороны прямоугольного треугольника.

8.4.37. (№1471). Между двумя фабричными зданиями устроен покатый желоб для передачи материалов, расстояние между зданиями равно 10 м, а концы желоба расположены на высоте 8 м и 4 м над землей. Определить длину желоба.

8.4.38. (№1472). В прямоугольной трапеции меньшая диагональ равна наклонной боковой стороне. Определить бóльшую диагональ, если наклонная боковая сторона равна a, а меньшее основание равно b.

8.4.39. (№1473). Из листа железа требуется выштамповать круглые шайбы диаметром в 28 мм. Найти расстояние между прямыми, на которых следует расположить центры шайб.



8.4.40. (№1474). Радиус круга равен 89 дм, хорда 16 м. Определить ее расстояние от центра.

8.4.41. (№1475). В сегменте хорда равна a, а высота h. Определить радиус круга.

8.4.42. (№1476). AB и CD — параллельные прямые. AC — секущая, E и F — точки пересечения прямых AB и CD с биссектрисами углов C и A. Дано: $AF = 96$ см и $CE = 110$ см. Требуется определить AC.

8.4.43. (№1477). В тупоугольном равнобедренном треугольнике ABC основание $AC = 32$ м, а боковая сторона 20 м. Из вершины B проведен перпендикуляр к боковой стороне до пересечения с основанием. На какие части от делит основание?

8.4.44. (№1478). AB — диаметр круга; BC — касательная, D — точка пересечения прямой AC с окружностью. Дано: $AD = 32$ см и $DC = 18$ см. Требуется определить радиус.

8.4.45. **(№1479).** В равнобедренной трапеции боковая сторона равна 41 см, высота равна 4 дм и средняя линия 45 см. Определить основание.

8.4.46. **(№1480).** Определить катеты, если биссектриса прямого угла делит гипотенузу на части в 15 см и 20 см.

8.4.47. **(№1481).** В равнобедренном прямоугольном треугольнике катет равен a. На какие части делит его биссектриса противолежащего угла?

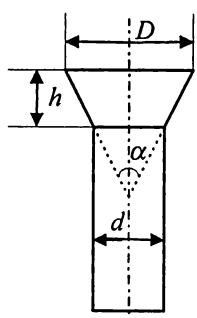
8.4.48. **(№1482).** В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки m и n ($m > n$). Определить другой катет и гипотенузу.

8.4.49. **(№1483).** Из одной точки проведены к данной прямой перпендикуляр и две наклонные. Определить длину перпендикуляра, если наклонные равны 41 см и 50 см, а их проекции на данную прямую относятся, как 3:10.

8.4.50. **(№1484).** На рисунке изображена заклепка. Угол $\alpha = 60^0$. Вычислить:

1) D, если $d = 16{,}5$ мм и $h = 7{,}5$ мм;
2) d, если $D = 30$ мм и $h = 9{,}5$ мм;
3) h, если $D = 35$ мм и $d = 22$ мм.

Написать формулу, связывающую между собой D, d, h.



8.4.51. **(№1485).** Точка внутри прямого угла удалена от его сторон на расстояние a и b. Найти ее расстояние от вершины.

8.4.52. **(№1486).** Требуется вырезать железный квадратик со стороной 32 мм. Чему должен быть равен наименьший диаметр круглого железа, годного для этой цели?

8.4.53. (№1487). Диаметр бревна 12 см. Можно ли из этого бревна вытесать квадратный брус со стороной 10 см?

8.4.54. (№1488). Катет $AC = 15$ см, катет $CB = 8$ см. Из центра C радиусом CB описана дуга, отсекающая от гипотенузы часть BD, которую и требуется определить.

8.4.55. (№1489). Дуга, описанная из вершины прямого угла прямоугольного треугольника радиусом, равным меньшему катету, делит гипотенузу на отрезки в 98 см и 527 см (начиная от меньшего катета). Определить катеты.

8.4.56. (№1490). AB — диаметр, BC и CDA — касательная и секущая. Определить отношение $CD : DA$, если BC равна радиусу.

8.4.57. (№1491). В прямоугольном треугольнике биссектриса прямого угла делит гипотенузу в отношении 7 : 9. В каком отношении (считая части в том же порядке) делит ее высота?

8.4.58. (№1492). В равнобедренном треугольнике основание равно 30 см, а боковая сторона равна 39 см. Определить радиус вписанного круга.

8.4.59. (№1493). Основание c равнобедренной трапеции равно ее диагонали. Найти боковую сторону этой трапеции, если разность ее оснований равна m.

8.4.60. (№1494). Средняя линия равнобедренной трапеции равна 18, отношение оснований равно 1 : 5. Определить высоту трапеции, если ее боковая сторона равна 15.

8.4.61. (№1495). В равнобедренном треугольнике центр вписанного круга делит высоту в отношении 17 : 15. Основание равно 60 см. Найти радиус этого круга.

8.4.62. (№1496). Из точки B проведены к данной прямой перпендикуляр BC и наклонная BA. На AC взята точка D, и прямая BD продолжена до пересечения в точке E с прямой AE, перпендикулярной к AC. Определить AE, если $BA = 53$ дм, $AD = 8$ дм и $DC = 20$ дм.

8.4.63. (№1497). В равнобедренном треугольнике основание равно 30 дм, а высота 20 дм. Определить высоту, опущенную на боковую сторону.

8.4.64. (№1498). В равнобедренном треугольнике высота, опущенная на основание, равна 3 дм, а высота, опущенная на боковую сторону равна 4 дм. Определить стороны этого треугольника.

8.4.65. (№1499). Диагонали ромба равны 14 дм и 48 дм. Определить его высоту.

8.4.66. (№1500). Гипотенуза $AB = 34$ см; катет $BC = 16$ см. Определить длину перпендикуляра, восстановленного к гипотенузе из середины до пересечения с катетом AC.

8.4.67. (№1501). В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC = 16$ дм и катет $BC = 12$ дм. Из центра B радиусом BC описана окружность и к ней проведена касательная, параллельная гипотенузе (причем касательная и треугольник лежат по разные стороны гипотенузы). Катет BC продолжен до пересечения с проведенной касательной. Определить, на сколько продолжен катет.

8.4.68. (№1502). Из одной точки проведены к кругу две касательные. Длина касательной равна 156 дм, а расстояние между точками касания равно 120 дм. Определить радиус круга.

8.4.69. (№1503). В треугольнике основание равно 60 м, высота 12 м и медиана основания 13 м. Определить боковые стороны.

8.4.70. **(№1504).** В прямоугольном треугольнике найти отношение катетов, если высота и медиана, выходящие из вершины прямого угла, относятся, как 40 : 41.

8.4.71. **(№1505).** Определить радиус круга, описанного около равнобедренного треугольника, если основание и боковая сторона треугольника соответственно равны: 1) 6 дм и 5 дм; 2) 24 м и 13 м.

8.4.72. **(№1506).** В прямоугольном треугольнике катеты равны 13 дм и 84 дм. Определить радиус вписанного круга.

8.4.73. **(№1507).** В равнобедренной трапеции, описанной около круга, основания равны 36 см и 1 м. Определить радиус круга.

8.4.74. **(№1508).** Около круга, радиус которого равен 12 см, описана равнобедренная трапеция с боковой стороной в 25 см. Определить основания этой трапеции.

8.4.75. **(№1509).** Около круга радиуса r описана равнобедренная трапеция, у которой параллельные стороны относятся, как $m : n$. Определить стороны этой трапеции.

8.4.76. **(№1510).** Найти неизвестные стороны прямоугольного треугольника, у которого длина катета 60 см, а сумма длин двух других сторон на 12 см больше.

8.4.77. **(№1511).** В прямоугольном треугольнике длины медианы и высоты, проведенных из вершины прямого угла, 25 см и 24 см. Найти периметр треугольника.

8.4.78. **(№1512).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике длины катетов a и b и длина высоты h связаны зависимостью: $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{1}{h^2}$.

8.4.79. (№1513). Определить длину транспортера, горизонтальная проекция которого 16 м, один из концов находится ниже уровня земли на 0,3 м, а другой — выше уровня земли на 7,5 м.

8.4.80. (№1514). В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 77$, $BC = 84$. Точку M, находящуюся внутри данного прямоугольника соединили с его вершинами. Зная, что площади треугольников MAB, MBC, MCD, MAD относятся как $22 : 32 : 55 : 45$, найти расстояния от точки M до вершин прямоугольника.

8.4.81. (№1515). Наблюдатель видел стену из двух пунктов, расстояние между которыми 300 м, под углами по 30^0. Первый пункт лежал на юге от одного конца стены, а другой — на западе от другого. Определить длину стены.

8.4.82. (№1516). Хорда перпендикулярна диаметру и делит его на части длиной 27 см и 75 см. Определить длину этой хорды.

8.4.83. (№1517). Радиус окружности 15 см. Хорда, перпендикулярная диаметру окружности, делит его на части, одна из которых на 18 см короче другой. Найди длину этой хорды.

8.4.84. (№1518). Радиус окружности равен 15 см. Длина хорды относится к расстоянию хорды от центра как 8 : 3. Найти длину хорды.

8.4.85. (№1519). Если два круга имеют внешнее касание, то их общая внешняя касательная есть среднее пропорциональное между их диаметрами. Доказать.

8.4.86. (№1520). Катеты треугольника относятся как 8 : 15. Длина медианы, проведенной к гипотенузе, 34 см. Найти длины катетов.

8.4.87. (№1521). Если M — некоторая точка высоты AD треугольника ABC, то $AB^2 - AC^2 = BM^2 - CM^2$. Доказать

8.4.88. **(№1522).** Найти радиус аркового моста, у которого пролет 24 м, а высота арки 4 м.

8.4.89. **(№1523).** В прямоугольном треугольнике, катеты которого равны 15 дм и 2 м, проведены: высота из вершины прямого угла и биссектрисы обоих углов, образуемых высотой с катетами. Определить отрезок гипотенузы, заключенный между биссектрисами.

8.4.90. **(№1524).** В прямоугольном треугольнике ABC катет $BC = 6$ см и гипотенуза $AB = 10$ см. Проведены биссектрисы угла ABC и угла с ним смежного, пересекающие катет AC и его продолжение в точках D и E. Определить длину DE.

8.4.91. **(№1525).** В равнобедренном треугольнике ABC боковая сторона $AB = 10$ м и основание $AC = 12$ м. Биссектрисы углов A и C пересекаются в точке D. Требуется определить BD.

8.4.92. **(№1526).** В прямоугольной трапеции основания равны 17 дм и 25 дм, а бóльшая боковая сторона равна 10 дм. Из середины этой стороны проведен перпендикуляр к ней до встречи с продолжением другой боковой стороны. Определить длину этого перпендикуляра.

8.4.93. **(№1527).** AC и BC — катеты треугольника, CD — высота; $DE \parallel BC$. Определить отношение $AE : EC$, если $AC : CB = 4 : 5$.

8.4.94. **(№1528).** В двух равнобедренных треугольниках боковые стороны имеют одинаковую длину, а сумма углов при вершинах равна 180^0. Основания относятся, как 9 : 40, а длина боковой стороны равна 41 дм. Определить основания.

8.4.95. **(№1529).** Расстояния между центрами двух окружностей, лежащих одна вне другой, равно 65 дм, длина их общей внешней касательной (между точками касания) равна 63 дм; длина их общей внутренней касательной равна 25 дм. Определить радиусы окружностей.

8.4.96. (№1530). Длины двух параллельных хорды равны 40 дм и 48 дм, расстояние между ними равно 22 дм. Определить радиус круга.

8.4.97. (№1531). AB и AC — касательные к одному кругу с центром O, M — точка пересечения прямой AO с окружностью; DME — отрезок касательной, проведенный через M, между AB и AC. Определить длину DE, если радиус круга равен 15 дм, а расстояние $AO = 39$ дм.

8.4.98. (№1532). Катеты прямоугольного треугольника равны 15 дм и 20 дм. Определить расстояние от центра вписанного круга до высоты, опущенной на гипотенузу.

8.4.99. (№1533). В прямоугольном треугольнике ABC из вершины C прямого угла опущен перпендикуляр на гипотенузу, и на нем, как на диаметре, описана окружность, которая на катетах CA и CB дает внутренние отрезки m и n. Определить катеты.

8.4.100. (№1534). В прямоугольном треугольнике катеты равны 75 дм и 100 дм. На отрезках гипотенузы, образуемых высотой, построены полукруги по одну сторону с данным треугольником. Определить отрезки катетов. заключенные внутри этих полукругов.

8.4.101. (№1535). Две окружности, радиусы которых 9 см и 13 см, касаются внутренне. Найти длину хорды большей окружности, которая перпендикулярна линии центров и касается меньшей окружности.

8.4.102. (№1536). Две хорды, пересекающиеся в круге, взаимно перпендикулярных. Доказать, что сумма квадратов длин отрезков этих хорд равна квадрату длины диаметра. (Теорема Архимеда).

8.4.103. (№1537). Найти площадь треугольника, у которого длины сторон 41 см, 41 см и 18 см.

8.4.104. (№1538). Найти площадь прямоугольного треугольника, у которого длина двух больших сторон 65 см и 63 см.

8.4.105. **(№1539).** Найти площадь треугольника, у которого длины боковых сторон 29 см и 25 см, а их общая вершина удалена от основания на 20 см.

8.4.106. **(№1540).** Площадь ромба 96 см^2, одна из диагоналей равна 12 см. Найти периметр ромба.

8.4.107. **(№1541).** Найти площадь параллелограмма, у которого длины диагоналей 20 см и 34 см, а центр симметрии отдален от стороны на 8 см.

8.4.108. **(№1542).** Длины трех меньших сторон прямоугольной трапеции 15 см, 16 см и 17 см. Вычислить площадь трапеции.

8.4.109. **(№1543).** Длины трех бóльших сторон прямоугольной трапеции 25 см, 25 см и 32 см. Вычислить периметр и площадь трапеции.

8.4.110. **(№1544).** Длины катетов прямоугольного треугольника 12 см и 16 см. Вычислить расстояние от середины наименьшей медианы до его сторон.

8.4.111. **(№1545).** Длины сторон прямоугольника $ABCD$ 15 см и 17 см. На BC взята точка M так, что $\angle AMB = \angle AMD$. На какие части точка M делит отрезок BC ?

8.4.112. **(№1546).** Найти площадь равнобокой трапеции, у которой длины диагонали и высоты 17 см и 15 см.

8.4.113. **(№1547).** Найти площадь равнобокой трапеции, у которой длины диагонали и средней линии 37 см и 35 см.

8.4.114. **(№1548).** Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого $\angle A = \angle B = 120^0$, $\angle D = 90^0$, $CD = DE$, $AB = BC = AE = a$.

8.4.115. **(№1549).** Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого углы A, B, C прямые, $AB = BC = 12$ см, $AE = 3$ см, $CD = 8$ см.

8.4.116. **(№1550).** Найти площадь пятиугольника $ABCDE$, у которого углы A, B, D прямые, $AE = 7$, $AB = 8$, $BC = 13$, $CD = DE$.

8.4.117. **(№1551).** Прямая AB перпендикулярна отрезку CD. Доказать, что для всех точек этой прямой разность квадратов расстояний от точек C и D одинакова.

8.4.118. **(№1552).** Суммы квадратов длин противоположных сторон четырехугольника одинаковы. Доказать, что его диагонали взаимно перпендикулярны.

8.4.119. **(№1553).** Найти множество точек плоскости, у которых разность квадратов расстояний от данных точек A и B равна a^2.

8.4.120. **(№1554).** Если x и y положительные $(x > y)$, то числа $x^2 + y^2$, $x^2 - y^2$ и $2xy$ могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника. Доказать это.

8.4.121. **(№1555).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике сумма квадратов длин медиан в полтора раза больше квадрата длины гипотенузы.

8.4.122. **(№1556).** Доказать, что в прямоугольном треугольнике квадрат длины наименьшей медианы в 5 раз меньше суммы квадратов длин других медиан.

8.4.123. **(№1557).** Докажите, что если $b^2 + c^2 = 2a^2$, то существует прямоугольный треугольник, длины сторон которого a, $\frac{b+c}{2}$, $\frac{b-c}{2}$.

8.4.124. **(№1558).** Докажите, что сумма кубов катетов прямоугольного треугольника меньше куба его гипотенузы.

8.4.125. **(№1559).** Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до всех вершин данного прямоугольника наименьшая возможная.

8.4.126. **(№1560).** Доказать, что разность квадратов двух сторон треугольника равна разности квадратов их проекций на третью сторону.

8.4.127. **(№1561).** Доказать, что если диагонали четырехугольника $ABCD$ взаимно перпендикулярны, то $AD^2 + BC^2 = AB^2 + CD^2$.

8.4.128. **(№1562).** В плоскости прямоугольника $ABCD$ взята произвольно точка M, которая соединена со всеми его вершинами. Доказать, что $AM^2 + CM^2 = BM^2 + DM^2$.

8.4.129. **(№1563).** Из вершины C квадрата $ABCD$ со стороной равной 4, проведена прямая, которая пересекает сторону AD в точке K. Определить высоту BM треугольника BKC, если отрезок KC равен 5.

8.4.130. **(№1564).** Определить сторону BC треугольника ABC, если сторона $AC = 7\sqrt{2}$, проекция стороны BC на сторону AB равна $\sqrt{51}$, а $\angle CAB = 45^0$.

8.4.131. **(№1565).** Доказать, что если диагональ равнобедренной трапеции равна большему ее основанию, то боковая сторона есть среднее пропорциональное между диагональю и разностью оснований.

8.4.132. **(№1566).** Высота AD равнобедренного треугольника ABC делит боковую сторону BC на отрезки 2 и 7, считая от основания. Определить высоту DE треугольника ABD.

8.4.133. **(№1567).** Одна из диагоналей параллелограмма служит его высотой. Определить диагонали, если периметр параллелограмма равен 50, а разность его сторон равна единице.

8.4.134. (№1568). Определить высоту трапеции, если ее основания равны 8 и 21, а боковые стороны — 14 и 15.

8.4.135. (№1569). Диагональ AC трапеции $ABCD$ перпендикулярна ее боковой стороне BC. Определить высоту трапеции и диагональ AC, если основание AB равно 26, боковая сторона BC равна 10.

8.4.136. (№1570). Стороны AC и BC треугольника ABC соответственно равны 8 и 15, угол CAB равен 30^0. Определить проекции сторон AC и BC на сторону AB.

8.4.137. (№1571). Катеты прямоугольного треугольника 20 и 50 см. Определить радиус окружности, которая касается меньшего катета и проходит через середины двух других сторон треугольника.

8.4.138. (№1572). В треугольнике ABC проведена высота CD. На боковых сторонах треугольника BC и AC построены прямоугольные треугольники MCB и CNA, у которых катеты MB и NA соответственно равны отрезкам гипотенузы AD и BD (A и B — вершины прямых углов). Доказать, что $CM = CN$.

8.4.139. (№1573). На основании AB равнобедренного треугольника ABC взята точка M. Доказать, что $AM \cdot BM = BC^2 - CM^2$.

8.4.140. (№1574). Угол BAC треугольника ABC равен 135^0. Определить сторону BC, если $AC = \sqrt{50}$, $AB = 7$.

8.4.141. (№1575). На продолжении диагонали AC ромба $ABCD$ взята произвольная точка P, которая соединена отрезком с вершиной B. Доказать, что $AP \cdot CP = PB^2 - AB^2$.

8.4.142. (№1576). Сумма углов при стороне AD выпуклого четырехугольника $ABCD$ равна 90^0. Докажите, что $BC^2 + AD^2 = AC^2 + BD^2$.

8.4.143. **(№1577).** Докажите, что в прямоугольном треугольнике с катетами a, b и гипотенузой c:

а) $\frac{1}{2} \le \frac{a^2}{a^2+c^2} + \frac{b^2}{b^2+c^2} \le \frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{3} \le \frac{a^2}{b^2+c^2} + \frac{b^2}{a^2+c^2} \le 1$;

в) $\frac{a^2}{c^3+a^3} + \frac{b^3}{c^3+b^3} < \frac{5}{9}$.

8.4.144. **(№1578).** Докажите, что сумма квадратов медиан прямоугольного треугольника в полтора раза больше квадрата его гипотенузы.

8.4.145. **(№1579).** Докажите, что квадрат наименьшей медианы прямоугольного треугольника в 5 раз меньше суммы квадратов двух других медиан.

8.4.146. **(№1580).** Если суммы квадратов противоположных сторон четырехугольника равны, то его диагонали взаимно перпендикулярны. Докажите.

8.4.147. **(№1581).** Периметр квадрата P. Найдите сумму квадратов расстояний от всех вершин квадрата до прямой, проходящей через его центр.

8.4.148. **(№1582).** Катет $AB = a$ лежит против угла в 15^0. Найдите длину второго катета.

8.4.149. **(№1583).** Катет $AB = a$ лежит против угла в $22^0 30'$. Найдите длину второго катета.

8.4.150. **(№1584).** Отрезок $AB = 12$ см служит диаметром окружности с центром O. На отрезках AO и BO, как на диаметрах построены окружности. Найдите радиус окружности, которая касается трех названных окружностей.

8.4.151. **(№1585).** Из точки M стороны BC прямоугольника $ABCD$ отрезки AB и AD видны под равными углами. Зная, что $AB = 80$ см, $AD = 89$ см, определите, на какие части точка M делит сторону BC.

8.4.152. **(№1586).** Меньшее основание трапеции 4 см. Высота делит ее на треугольник и квадрат. Если в них вписать окружности, то диаметр одной равен радиусу другой. Найдите периметр трапеции.

8.4.153. **(№1587).** Две равные окружности радиуса R пересекаются так, что каждая из них проходит через центр другой. Найти длину их общей хорды.

8.4.154. **(№1588).** Бамбуковый ствол переломлен бурей так, что вершина ствола коснулась земли на расстоянии 3 единиц от его основания. На какой высоте переломлен ствол, если высота ствола равна 9 единицам?

8.4.155. **(№1589).** Из середины катета прямоугольного треугольника опущен перпендикуляр на гипотенузу. Доказать, что разность квадратов отрезков гипотенузы равна квадрату второго катета.

8.4.156. **(№1590).** Доказать, что квадрат медианы прямоугольного треугольника, проведенной к катету, равен разности квадрата гипотенузы и 0,75 квадрата катета, соответствующего медиане.

8.4.157. **(№1591).** Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна c. Точки M и N, расположенные соответственно на катетах BC и AC, соединены с вершинами A и B. Определить длину отрезка MN, если $AM^2 + BN^2 = m^2$.

8.4.158. **(№1592).** Доказать, что квадрат стороны треугольника, лежащей против угла в 120^0, равен неполному квадрату суммы двух других сторон, а сторона, лежащая против угла в 60^0, — неполному квадрату их разности.

8.4.159. (№1593). Пусть c — гипотенуза, a и b — катеты прямоугольного треугольника. Доказать, что из отрезков $a+b$, h_c, $c+h_c$ можно построить прямоугольный треугольник.

8.4.160. (№1594). Сторона квадрата 7. Внутри него отмечены 50 точек. Докажите, что среди них найдутся две, расстояние между которыми меньше $\sqrt{2}$.

8.4.161. (№1595). Доказать, что если из вершины B основания AB равнобедренного треугольника ABC опущен перпендикуляр BD на сторону AC, то $AB^2 + BC^2 + AC^2 = AD^2 + 2CD^2 + 3BD^2$.

8.4.162. (№1596). В треугольнике определить вторую боковую сторону, если следующими числами соответственно выражаются первая боковая сторона, основание и проекция второй боковой стороны на основание: 1) 6; 5,3; 8; 2) 2; 3; 2; 3) 12; 8; 11; 4) 2; 2; 3.

8.4.163. (№1597). Определить вид треугольника (относительно углов), если даны три стороны или отношения их: 1) 2, 3, 4; 2) 3, 4, 5; 3) 4, 5, 6; 4) 10, 15, 18; 5) 68, 119, 170.

8.4.164. (№1598). В треугольнике ABC пусть будут: b — основание, a и c — боковые стороны; p и q — их проекции на основание, h — высота. Определить p, q и h, если даны три стороны:

1) $a=13,\ b=14,\ c=15$; 2) $a=37,\ b=30,\ c=13$;

3) $a=25,\ b=12,\ c=17$; 4) $a=2,\ b=4,\ c=3$.

8.4.165. (№1599). В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 60^0 и соответственно равны: 1) 5 см и 8 см; 2) 8 см и 15 см; 3) 63 см и 80 см.

8.4.166. (№1600). В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют углы в 120^0 и соответственно равны: 1) 3 см и 5 см; 2) 7 см и 8 см; 3) 11 см и 24 см.

8.4.167. (№1601). В треугольнике определить третью сторону, если две другие образуют угол в 45^0 и соответственно равны: 1) 2 и 3; 2) $\sqrt{8}$ и 5; 3) $\sqrt{18}$ и 7.

8.4.168. (№1602). Сторона треугольника равна 21 см, а две другие стороны образуют угол в 60^0 и относятся, как 3 : 8. Определить эти стороны.

8.4.169. (№1603). В треугольнике боковая сторона равна 16 м и образует с основанием угол в 60^0; другая боковая сторона равна 14 м. Определить основание.

8.4.170. (№1604). Основание треугольника равно 13 см; угол при вершине равен 60^0; сумма боковых сторон равна 22 см. Определить боковые стороны и высоту.

8.4.171. (№1605). В основание равно 12 см; один из углов при нем равен 120^0; сторона против этого угла равна 28 см. Определить третью сторону.

8.4.172. (№1606). В равнобедренном прямоугольном треугольнике ABC гипотенуза AB продолжена на длину BD, равную BC, и точка D соединена с C. Найдите стороны треугольника ADC, если катет $BC = a$.

8.4.173. (№1607). Определить стороны треугольника, зная, что средняя по величине сторона отличается от каждой из двух других на единицу и что проекция большей стороны на среднюю равна 9 единицам.

8.4.174. (№1608). Определить хорду половинной дуги, если хорда целой дуги равна a, радиус равен r $(r = 25;\ a = 48)$.

8.4.175. (№1609). В прямоугольном треугольнике ABC катет $AC = 15$ см и катет $BC = 20$ см. На гипотенузе AB отложена часть AD длиной в 4 см, и точка D соединена с C. Определить длину CD.

8.4.176. (№1610). Треугольник ABC — прямоугольный при C. На продолжении гипотенузы AB отложен отрезок BD, равный катету BC, и точка D соединена с C. Определить длину CD, если $BC = 7$ см и $AC = 24$ см.

8.4.177. (№1611). В треугольнике ABC проведены высоты BD и CE, и точки D и E соединены. Найти отношение площади ΔADE к площади ΔABC, если: 1) $\angle A = 45^0$; 2) $\angle A = 30^0$.

8.4.178. (№1612). В треугольнике ABC дана точка D на стороне AB; определить длину CD, если известно, что $a = 37$, $b = 15$, $c = 44$ и $AD = 14$.

8.4.179. (№1613). В тупоугольном треугольнике бóльшая сторона равняется 16 см, а высоты, проведенные из обоих ее концов, отстоят от вершины тупого угла на 2 см и на 3 см. Определить две меньшие стороны треугольника.

8.4.180. (№1614). Стороны равнобедренного треугольника суть: $AB = BC = 50$ см и $AC = 60$ см. Проведены высоты AE и CD, и точки D и E соединены. Определить стороны треугольника DBE.

8.4.181. (№1615). В треугольнике ABC из конца C стороны AC проведен перпендикуляр к ней до пересечения в точке D с продолжением стороны AB. Определить BD и CD, если $AB = 45$, $BC = 39$ и $AC = 42$.

8.4.182. (№1616). В треугольнике ABC даны стороны: $AB = 15$, $AC = 14$ и $BC = 13$. Биссектриса угла B продолжена за его вершину до пересечения в точке E с перпендикуляром к AC, проведенным из точки C. Определить длину CE.

8.4.183. **(№1617).** Данного круга касаются два равных меньших круга. Один изнутри, другой извне, причем дуга между точками касания содержит 60^0. Радиусы меньших кругов равны r, радиус большего круга равен R. Определить расстояние между центрами меньших кругов.

8.4.184. **(№1618).** Во всякой неравнобедренной трапеции сумма оснований относится к их разности так, как разность квадратов диагоналей относится к разности квадратов боковых сторон. Доказать.

8.4.185. **(№1619).** Доказать, что отрезок прямой, проходящей через середину основания равнобедренного треугольника и заключенный между одной боковой стороной и продолжением другой, больше основания этого треугольника (середина основания принадлежит отрезку).

8.4.186. **(№1620).** Доказать, что во всякой трапеции сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов боковых сторон, сложенной с удвоенным произведением оснований.

8.4.187. **(№1621).** Доказать, что в равнобедренной трапеции квадрат диагонали равен квадрату боковой стороны, сложенному с произведением оснований.

8.4.188. **(№1622).** Две стороны a и b треугольника ABC составляют угол, равный 120^0. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

8.4.189. **(№1623).** Доказать, что для всякой трапеции имеет место зависимость: $ab = \dfrac{m^2 + n^2 - p^2 - q^2}{2}$, где a и b — основания, p и q — непараллельные стороны, m и n — диагонали.

8.4.190. **(№1624).** В равнобедренной трапеции определить длину диагоналей: 1) если основания равны 4 м и 6 м, а боковая сторона равна 5 м; 2) если одна сторона равна 5 см, а другие три равны каждая 4 см.

8.4.191. (№1625). Определить высоту и диагонали трапеции, если основания a и c и боковые стороны b и d выражаются следующими числами: 1) $a=25$, $b=13$, $c=11$, $d=15$; 2) $a=28$, $b=25$, $c=16$, $d=17$; 3) $a=6$, $b=3$, $c=1$, $d=4$.

8.4.192. (№1626). Стороны параллелограмма равны 23 см и 11 см, а диагонали относятся, как 2:3. Определить диагонали.

8.4.193. (№1627). Диагонали параллелограмма равны 17 см и 19 см, а стороны относятся, как 2:3. Определить стороны.

8.4.194. (№1628). Диагонали параллелограмма равны 12 см и 14 см, а разность сторон равна 4 см. Определить стороны параллелограмма.

8.4.195. (№1629). Определить стороны и диагонали параллелограмма, если бóльшая сторона равна меньшей диагонали, разность сторон равна 3 см и разность диагоналей равна 2 см.

8.4.196. (№1630). Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Периметры треугольников ABO, BCO и параллелограмма соответственно 28, 30 и 48 см. Найдите диагонали параллелограмма.

8.4.197. (№1631). Стороны треугольника a, b и c. Определить медианы этого треугольника.

8.4.198. (№1632). Стороны треугольника: 16, 18 и 26. Вычислить медиану большей стороны.

8.4.199. (№1633). Две стороны треугольника 7 и 11; медиана к третьей стороне равна 6. Определить третью сторону.

8.4.200. (№1634). Определить высоту параллелограмма, у которого основание равно 51 см, а диагонали 40 см и 74 см.

8.4.201. **(№1635).** В треугольник вписан параллелограмм так, что одна его сторона лежит на основании треугольника, а диагонали соответственно параллельны боковым сторонам треугольника. Основание треугольника равно 45 см, а боковые стороны 39 см и 48 см. Определить стороны параллелограмма.

8.4.202. **(№1636).** Выразить отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон четырехугольника, через его стороны и диагонали.

8.4.203. **(№1637).** Доказать, что во всяком четырехугольнике сумма квадратов диагоналей вдвое больше суммы квадратов отрезков, соединяющих середины противоположных сторон.

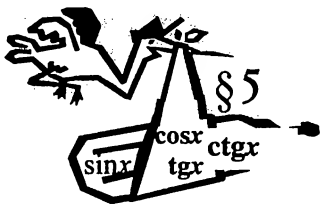
8.4.204. **(№1638).** Докажите, что в четырехугольнике сумма квадратов диагоналей меньше суммы квадратов сторон на учетверенный квадрат расстояния между серединами диагоналей.

8.4.205. **(№1639).** Докажите, что четырехугольник, у которого сумма квадратов диагоналей равна сумме квадратов сторон, является параллелограммом.

8.4.206. **(№1640).** Используя результат предыдущей задачи, установите, что:

а) $m_a^2 + b_b^2 + m_c^2 = \frac{3}{4}\left(a^2 + b^2 + c^2\right)$;

б) $m_a^4 + b_b^4 + m_c^4 = \frac{9}{16}\left(a^4 + b^4 + c^4\right)$.



Тригонометрия помогает геометрии

8.5.1. **(№1641).** Вычислить длину параллели земного шара с географической широтой φ, если радиус земного шара равен R.

8.5.2. **(№1642).** *Практическая работа.* Из вершины C прямого угла прямоугольного треугольника ABC опустить высоту CD. Обозначив катеты треугольника через a и b, гипотенузу — через c, высоту — через h, отрезки гипотенузы — через p и q, заполнить таблицу, рассматривая каждый из образовавшихся треугольников на чертеже:

$\sin A$	$\frac{h}{b}$		
$\cos A$		$\frac{b}{c}$	
$\operatorname{tg} A$			$\frac{h}{q}$

Используя таблицу, доказать следующие зависимости: а) $a^2 = cp$, б) $b^2 = cq$; в) $h^2 = pq$; г) $ab = ch_c$; д) $a^2 + b^2 = c^2$; прочитать и записать каждое равенство словами.

8.5.3. (№1643). Катет прямоугольного треугольника равен 6, а его проекция на гипотенузу равна 3,6. Определить гипотенузу и второй катет.

8.5.4. (№1644). Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведена высота, разделяющая гипотенузу на отрезки 4 и 9. Определить катеты данного треугольника.

8.5.5. (№1645). В прямоугольный треугольник с катетами 5 и 12 вписана окружность. Определить расстояние центра окружности до высоты, опущенной на гипотенузу.

8.5.6. (№1646). Длины сторон прямоугольника 12 и 16. Определить синус и косинус угла а) между диагональю и стороной; б) между диагоналями.

8.5.7. (№1647). Длины сторон треугольника 5, 5, 8. Найти значение синусов и косинусов его углов.

8.5.8. (№1648). Построить прямоугольный треугольник, у которого: а) синус одного из углов равен: $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{7}$; 0,9; 0,55; б) косинус одного из углов равен: 0,4; 0,85; $\frac{2}{3}$; $\frac{7}{9}$.

8.5.9. (№1649). Найти периметр прямоугольного треугольника по а) гипотенузе и острому углу; б) катету и прилежащему углу.

8.5.10. (№1650). Решить прямоугольные треугольники по приведенным данным. Данные числа — приближенные. Поэтому количество значащих цифр в ответе не должно превышать количества цифр в данных условия. Углы определить до минут, если длины даны числом с четырьмя значащими цифрами; до 6′, если длины указаны числом с тремя значащими цифрами; до градусов, если длины даны числом с двумя значащими цифрами.

а) $a=44,\ b=117$; б) $a=5{,}86,\ b=9{,}45$;

в) $a=1{,}7351,\ b=0{,}4687$; г) $b=312, c=313$;

д) $a=61{,}5,\ c=179{,}8$; е) $b=15{,}6,\ \angle B=26^0 18'$;

ж) $a=0{,}795,\ \angle A=37^0 6'$; з) $a=3758,\ \angle B=76^0 5'$;

и) $c=0{,}83,\ A=41^0$; к) $c=0{,}0754,\ \angle B=73^0 54'$.

8.5.11. (№1651). Стороны прямоугольника, равные 8 и 15, спроектированы на его диагональ. Вычислить полученные проекции.

8.5.12. (№1652). Из вершины прямого угла прямоугольного треугольника проведены высота и медиана, соответственно равные 12 и 15. Определить стороны треугольника.

8.5.13. (№1653). Из точки A, взятой вне окружности O радиуса 15, проведены к ней касательные AB и AC. Определить площадь круга, построенного на отрезке BC как на диаметре, если расстояние точки A до центра окружности равно 25.

8.5.14. (№1654). В треугольнике ABC медиана BD составляет со стороной BC угол DBC, равный 60^0. Точка пересечения медиан удалена от прямой BC на $\sqrt{3}$ см. а) Найдите BD. б) Найдите AB, если $\angle ABD=30^0$.

8.5.15. (№1655). На пути — отметки высоты над уровнем моря (в метрах) через каждые 100 м: 237,5; 240,0; 241,8. Найти углы подъема на этих участках.

8.5.16. (№1656). Высота треугольника 38,5 см, углы при основании $62^0 30'$ и $51^0 06'$. Определить периметр треугольника.

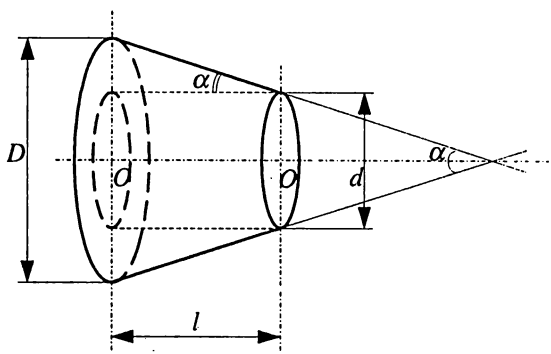
8.5.17. (№1657). Диагональ прямоугольника, равная 32,5 см, делит его угол на части, которые относятся как 4 : 11. Найти периметр прямоугольника.

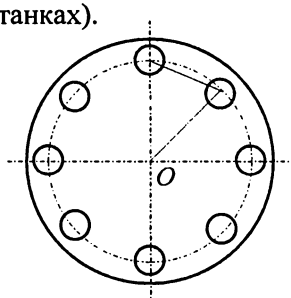
8.5.18. **(№1658).** Радиус окружности R. Определить длину хорды, стягивающей дугу α этой окружности.

8.5.19. **(№1659).** Найти периметр равнобедренного треугольника, у которого угол при основании $49^0 54'$, а основание длиннее большей стороны на 10,8 м.

8.5.20. **(№1660).** Требуется провести железную дорогу между пунктами A и B, удаленными друг от друга (по прямой линии) на расстояние 12,5 км. Почвенные условия заставляют провести железную дорогу в форме дуги, радиус R которой равен 8 км. Определить длину железнодорожной линии.

8.5.21. **(№1661).** Определить, какие углы α (конусность) имеют конусы Морзе, если $D \approx 12{,}3$ мм, $d \approx 9{,}4$ мм, $l \approx 54$ мм. (Конусы Морзе употребляются для закрепления инструментов в сверлильных, фрезерных и других станках).





8.5.22. **(№1662).** На крыше парового цилиндра диаметра 350 мм требуется просверлить 8 отверстий для болтов. Определить расстояния между центрами этих отверстий если центры должны отстоять от краев крышки на 50 мм.

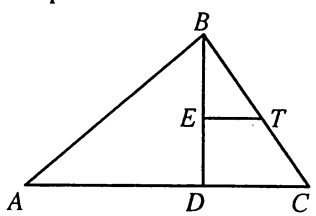
8.5.23. **(№1663).** Диагональ прямоугольника равна d, а острый угол между диагоналями равен α. Вычислить площадь прямоугольника при $d \approx 7{,}5$ см, $\alpha = 43^0 15'$.

8.5.24. **(№1664).** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10. Квадрат, построенный на катете b, составляет 0,75 площади квадрата, построенного на гипотенузе. Найти стороны и углы треугольника.

8.5.25. **(№1665).** Вычислить площадь кругового сектора, если радиус окружности равен 7, а хорда, стягивающая дугу сектора, равна 8,5.

8.5.26. **(№1666).** В трапеции $ABCD$ $BC \parallel AD$, $AB \perp BD$, точки M и K — середины отрезков BC и CD соответственно, $MK = \sqrt{5}$ см, $AD = 2\sqrt{10}$ см. а) Найдите $\angle DBC$. б) Найдите BE, если CE — высота треугольника BCD, а тангенс угла ECD равен 3.

8.5.27. **(№1667).** На рисунке $AB \perp BC$, $BD \perp AC$, точки E и T — середины отрезков BD и BC, $AD = 25$ дм, $ET = 8$ дм. Найдите BD и $\operatorname{tg}\angle A$.



8.5.28. **(№1668).** Найти длины сторон равнобедренного треугольника, у которого угол между равными сторонами $47^0 12'$, а сумма длин двух неравных сторон 59,4 см.

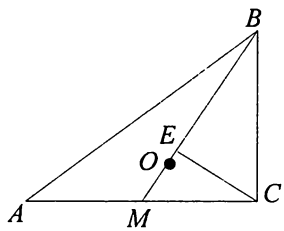
8.5.29. **(№1669).** Какую силу надо приложить к вагону весом 8,0 т, чтобы удержать его в равновесии на рельсовом пути, наклоненном к горизонту под углом 28'?

8.5.30. **(№1670).** С наблюдательного пункта замечают под углом $63^0 30'$ самолет, пролетающий над башней, высота которой 79,5 м. Прямая из того же наблюдательного пункта к верхушке башни образует с горизонтальной плоскостью угол $20^0 45'$. На какой высоте находится самолет?

8.5.31. **(№1671).** На наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол $20^0 45'$, находится тело весом 40 кг. Определить, с какой силой оно стремится скатиться по наклонной плоскости и какое давление оно производит на эту плоскость.

8.5.32. **(№1672).** Силы в 7,25 кг и 10,3 кг действуют на одну и ту же точку тела под прямым углом друг к другу. Определить равнодействующую этих сил и углы, образуемые ею с каждой из составляющих.

8.5.33. **(№1673).** На рисунке $BC \perp AC$, $EC \perp MB$, O — точка пересечения медиан треугольника ABC, $MC = 30$ мм, $ME = 20$ мм. Найдите $\cos \angle EMC$ и OM.



8.5.34. **(№1674).** Постройте прямоугольный треугольник, косинус острого угла которого равен $\frac{2}{5}$, а гипотенуза равна 1.

8.5.35. **(№1675).** Постройте прямоугольный треугольник, тангенс острого угла которого равен $\frac{6}{5}$, а прилежащий к этому углу катет равен 5.

8.5.36. **(№1676).** В круге O проведен диаметр AB, равный 14,08, а хорда AC, делящая полуокружность ACB на части в отношении 3 : 5 (считая от точки A). Определить расстояние от центра до хорды AC и площадь сектора AOC.

8.5.37. **(№1677).** На стороне данного угла φ на расстоянии a от его вершины дана точка M. Найти на этой стороне такую точку N, чтобы отрезок MN был равен расстоянию точки N до второй стороны угла.

8.5.38. **(№1678).** Сумма двух неравных высот равнобедренного треугольника равна l, угол при вершине равен 2α. Найдите боковую сторону.

8.5.39. (№1679). В треугольнике ABC $\angle C = 90^0$, медианы BM и CN перпендикулярны, O — точка их пересечения, $\angle COM = 90^0$, $OM = \sqrt{2}$ дм. Найдите OC и $\operatorname{tg}\angle OBC$.

8.5.40. (№1680). Высота равнобедренной трапеции равна h, а угол между её диагоналями, противолежащий боковой стороне равен α. Найдите среднюю линию трапеции.

8.5.41. (№1681). Диагональ прямоугольника равна d и делит угол прямоугольника в отношении 1 : 5. Найти периметр прямоугольника.

8.5.42. (№1682). В трапеции $ABCD$ $\angle A = 90^0$. Расстояние между серединами большего основания AD и боковой стороны CD равно $\sqrt{18}$ см, $BC = 6$ см. а) Найдите угол CAD. б) Найдите расстояние от точки D до прямой AC, если тангенс угла ACD равен 2.

8.5.43. (№1683). Точка M лежит на расстоянии 2 см от окружности, радиус которой 3 см. Найти косинус угла между касательными, проведенными из точки M до этой окружности.

8.5.44. (№1684). Длины катетов прямоугольного треугольника 7 и 24. Найти значения синуса и косинуса угла между гипотенузой и проведенной к ней медианой.

8.5.45. (№1685). Доказать, что для острого угла α а) $\sin\alpha + \cos\alpha > 1$; б) $\sin^3\alpha + \cos^3\alpha < 1$.

8.5.46. (№1686). M — произвольная точка гипотенузы AB прямоугольного треугольника ABC. Зависит ли сумма квадратов синусов углов ACM и BCM от положения точки M?

8.5.47. (№1687). Доказать, что в прямоугольном треугольнике ABC $\sin^2\angle A + \sin^2\angle B + \sin^2\angle C = 2$.

8.5.48. **(№1688).** Две взаимно перпендикулярные хорды AB и AC имеют длины 38,5 см и 21,3 см. Под какими углами они наклонены к диаметру AM?

8.5.49. **(№1689).** Определить периметр ромба, у которого большая диагональ имеет длину d и пересекает высоту под углом α.

8.5.50. **(№1690).** Построить равнобедренный треугольник, у которого косинус одного из углов равен: а) 0,8; б) – 0,6.

8.5.51. **(№1691).** Две окружности с радиусами 3 и 12 касаются внешним образом. Найти угол между общими внешними касательными этих окружностей.

8.5.52. **(№1692).** Найти значение синуса и косинуса наименьшего угла прямоугольного треугольника, если

а) $a-b=17,\ c=25$; б) $c-a=1,\ c-b=50$;

в) $c+a=49,\ c+b=50$; г) $c=25,\ h_c=12$;

д) $h_c=40,\ m_c=41$.

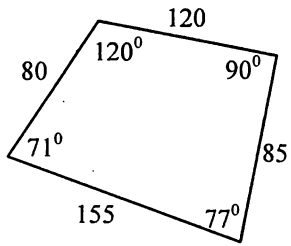
8.5.53. **(№1693).** Длины оснований равнобедренной трапеции 9 и 21, длина боковой стороны 10. Найти сумму углов: а) при большем основании; б) между диагональю и основанием; в) между диагональю и высотой; г) между диагональю и средней линией.

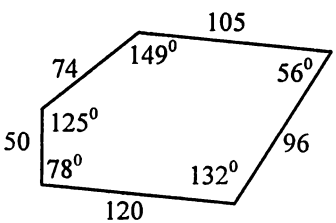
8.5.54. **(№1694).** В прямоугольной трапеции длины боковых сторон 12 и 15, а большего основания — 35. Найти синус и косинус угла между: а) большей диагональю и высотой; б) большим основанием и большей боковой стороной.

8.5.55. **(№1695).** Три окружности с радиусами 1 м, 2 м, 3 м, попарно касаются извне. Найти углы треугольника, вершинами которого являются центры этих окружностей.

8.5.56. (№1696). Два наблюдателя в пунктах A и B, расстояние между которыми a, одновременно увидели самолет C под углами α и β к горизонту. Зная, что в этот момент точки A, B и C лежат в одной вертикальной плоскости, определить, на какой высоте был самолет.

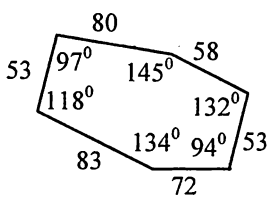
8.5.57. (№1697). Проверьте качество измерения учащимися размеров четырехугольного участка вычислением координат (см. рис.).

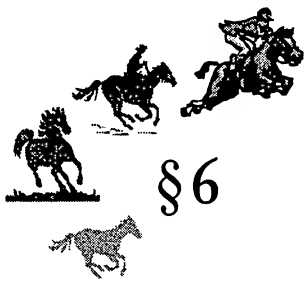




8.5.58. (№1698). Проверьте качество измерения учащимися размеров пятиугольного участка вычислением координат (см. рис.).

8.5.59. (№1699). Результаты измерения школьниками сторон и углов земельного участка изображены на рисунке. Проверьте качество работы вычислением координат.

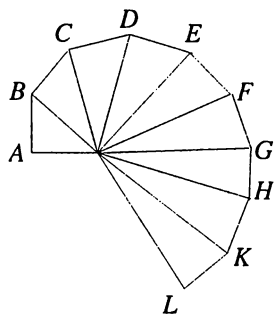




§6 Практикум по задачам восьмого класса

8.6.1. **(№1700).** Доказать, что сумма расстояний любой точки основания равнобедренного треугольника до боковых сторон равна высоте, опущенной на боковую сторону.

8.6.2. **(№1701).** Известно, что $OA = AB = BC = CD = DE = EF = FG = GH = HK = KL = 1$ (см. рис.), причем $AB \perp AO$, $BC \perp BO$, $CD \perp CO$ и т.д. Вычислить OB, OC, OE, OF, OG, OH, OK, OL.



8.6.3. **(№1702).** Доказать, что серединные перпендикуляры к двум симметричным относительно оси отрезкам симметричны относительно той же оси.

8.6.4. **(№1703).** Назвать типы параллелограммов, вписываемых в окружность.

8.6.5. **(№1704).** Расстояния центра тяжести треугольника от его сторон относятся как 2 : 3 : 4. Определить длину каждой стороны треугольника, если его периметр равен 26.

8.6.6. **(№1705).** Как измерить расстояние между недоступными вершинами двух углов, пользуясь осевой симметрией?

8.6.7. (№1706). Две окружности пересекаются в точках A и B. Доказать, что их общая хорда AB симметрична сама себе относительно линии центров данных окружностей.

8.6.8. (№1707). Две окружности пересекаются в точках A и B. Точки A и B соединены между собой и с центрами O и O_1 окружностей. Доказать, что прямая OO_1 является осью симметрии треугольников AOO_1 и BOO_1.

8.6.9. (№1708). Две окружности пересекаются в точках A и B. Построить ось, относительно которой точка A симметрична B.

8.6.10. (№1709). Назовите четырехугольники, имеющие только одну ось симметрии.

8.6.11. (№1710). В четырехугольнике $ABCD$ $AB = AD$, $BC = DC$. Доказать, что четырехугольник имеет ось симметрии.

8.6.12. (№1711). Даны две окружности равных радиусов. Назвать оси симметрии данных окружностей.

8.6.13. (№1712). Почему диаметр окружности, перпендикулярный к хорде, делит эту хорду пополам?

8.6.14. (№1713). Точка M отражается последовательно от двух перпендикулярных прямых. Доказать, что после второго отражения получим точку M_2, симметричную точке M относительно точки пересечения данных прямых.

8.6.15. (№1714). Точка M отражена относительно середин сторон треугольника ABC. Доказать, что отражение точки M_1, M_2 и M_3 являются вершинами треугольника $M_1M_2M_3$, равного данному треугольнику ABC.

8.6.16. (№1715). Точка M отражается относительно вершин, треугольника последовательно в точки M_1, M_2 и M_3. Доказать, что середина отрезка, соединяющего начальную точку M с точкой M_3, не зависит от выбора точки M.

8.6.17. (№1716). Доказать, что точки, симметричные с произвольной точкой M относительно середин сторон четырехугольника, являются вершинами параллелограмма.

8.6.18. (№1717). Точка отражается последовательно около вершин параллелограмма. Доказать, что после четвертого отражения она займет исходное положение.

8.6.19. (№1718). На прямой даны два равных отрезка AB и CD. Построить их центр симметрии.

8.6.20. (№1719). В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC. Доказать, что окружности, описанные около треугольника ABC и ACD, равны между собой, и найти их центр симметрии.

8.6.21. (№1720). Точка M — центр симметрии параллелограмма $ABCD$; N, S, P, Q — точки пересечения медиан треугольников ABM, CDM, BCM, ADM. Доказать, что четырехугольник $NSPQ$ — параллелограмм.

8.6.22. (№1721). Четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм, Q_1 и Q_2 — центры окружностей, вписанных в треугольник ABC и ADC. Доказать, что отрезки AC, BD, Q_1Q_2 пересекаются в одной точке.

8.6.23. (№1722). Найти угол, под которым пересекаются биссектрисы острых углов треугольника, если его тупой угол равен 120^0.

8.6.24. (№1723). Угол, при вершине равнобедренного треугольника равен 135^0; из его вершины проведены две прямые так, что каждая из них отсекает от основания отрезок, равный боковой стороне. Найти угол между этими прямыми.

8.6.25. (№1724). Один угол треугольника равен разности двух других. Найти наибольший угол треугольника.

8.6.26. (№1725). Какие буквы нашего алфавита имеют ось симметрии? Какие цифры имеют ось симметрии?

8.6.27. (№1726). Внутри каждого ли параллелограмма существует точка, равноотстоящая от всех его вершин (от всех его сторон)?

8.6.28. (№1727). Из вершины тупого угла параллелограмма проведены две высоты, образующие угол α, равный 45^0. Стороны параллелограмма равны a и b. Определить проекцию одной из сторон параллелограмма на другую.

8.6.29. (№1728). Периметр прямоугольника равен 28, а площадь его — 48. Найти длину окружности, описанной около прямоугольника.

8.6.30. (№1729). Площадь параллелограмма равна 120, расстояние от его центра симметрии до большей стороны равно 4, периметр — 50. Определить стороны и диагонали параллелограмма.

8.6.31. (№1730). В треугольник ABC вписан прямоугольник со сторонами 10 и 18, причем большая его сторона лежит на стороне AB, равной 48. Определить высоту CD треугольника ABC.

8.6.32. (№1731). Найти внутри выпуклого четырехугольника такую точку, чтобы сумма ее расстояний до всех его вершин была наименьшей.

8.6.33. (№1732). Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 26, а высота, опущенная на основание, равна 10. Определить радиус окружности, описанной около данного треугольника.

8.6.34. (№1733). В прямоугольный треугольник вписана окружность, точка касания которой делит гипотенузу на части 10 и 3. Определить радиус этой окружности.

8.6.35. (№1734). Доказать, что площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на синус угла между ними, а площадь параллелограмма равна произведению двух его смежных сторон на синус угла между ними. (Если угол тупой, то рассмотреть соответствующий внешний угол треугольника.)

8.6.36. (№1735). Доказать, что параллелограмм делится диагоналями на четыре равновеликих треугольника.

8.6.37. (№1736). В прямоугольный треугольник вписана полуокружность с центром на гипотенузе. Доказать, что отрезок, соединяющий точки касания полуокружности с катетами, равен биссектрисе прямого угла.

8.6.38. (№1737). Два равных треугольника приложены друг к другу равными сторонами. Является ли прямая, содержащая общую сторону, осью симметрии для полученного четырехугольника?

8.6.39. (№1738). Доказать, что точка, симметричная ортоцентру треугольника относительно середины стороны треугольника, лежит на описанной около него окружности.

8.6.40. (№1739). Даны два угла α и α_1, симметричные относительно оси MN. Доказать, что биссектрисы углов тоже симметричны относительно оси MN.

8.6.41. (№1740). Дан треугольник ABC с недоступной вершиной A. Опустить из вершины A на сторону BC перпендикуляр.

8.6.42. (№1741). Вершины A, B, C треугольника недоступны. Построить отрезки, равные сторонам треугольника.

8.6.43. (№1742). Дана прямая l и точка A и B по разные стороны от нее. На прямой l найти точку M, чтобы разность расстояний от нее до точек A и B была наибольшей.

8.6.44. (№1743). Даны прямая l и две точки A и B по одну сторону от нее. Найти на прямой l такую точку M, чтобы сумма $AM + BM$ была наименьшей.

8.6.45. (№1744). Дан угол XOY и внутри него точка A. Найти на его сторонах такие точки B и C, чтобы треугольник ABC имел наименьший периметр.

8.6.46. (№1745). Дан острый угол с недоступной вершиной S и на одной из сторон угла точка M. Определить расстояние от точки M до недоступной вершины.

8.6.47. (№1746). Через диаметрально противоположные точки A и B окружности проведены параллельные хорды AC и BD. Доказать, что хорда CD есть диаметр окружности.

8.6.48. (№1747). Доказать, что если прямая l, пересекающая равные окружности O_1 и O_2, делит пополам отрезок линии центров этих окружностей, то окружности O_1 и O_2 высекают на l равные хорды.

8.6.49. (№1748). Отрезок, соединяющий середины двух противоположных сторон четырехугольника, равен полусумме двух других его сторон. Доказать, что четырехугольник — трапеция.

8.6.50. **(№1749).** Дан ромб $ABCD$, острый угол B которого равен 60^0. Прямая MN отсекает от сторон BC и CD отрезки CM и CN, сумма которых равна стороне ромба. Доказать, что треугольник AMN равносторонний.

8.6.51. **(№1750).** На внешней биссектрисе угла C треугольника ABC взята произвольная точка C_1. Доказать, что $CA+CB<C_1A+C_1B$.

8.6.52. **(№1751).** Доказать, что меньшей медиане треугольника соответствует большая сторона.

8.6.53. **(№1752).** Полуокружность с диаметром AB разделена на три равные части точками C и D. Определить площади треугольников CBD и ACB, если радиус окружности равен r.

8.6.54. **(№1753).** Доказать, что сумма расстояний оснований двух высот треугольника до середины его третьей стороны равна этой стороне.

8.6.55. **(№1754).** В трапеции проведена средняя линия. Будут ли образовавшиеся трапеции подобны?

8.6.56. **(№1755).** Доказать, что хорда, проведенная через середину радиуса окружности перпендикулярно к нему, равна стороне правильного треугольника, вписанного в эту окружность.

8.6.57. **(№1756).** Доказать, что сумма внутренних углов пятиконечной звезды равна 180^0.

8.6.58. **(№1757).** Стороны треугольника равны 18, 11, 15. Найти длину биссектрисы угла A, если сторона a равна 11.

8.6.59. **(№1758).** В треугольнике две стороны равны 5 и 10, а угол между ними — 120^0. Определить длину биссектрисы данного угла.

8.6.60. **(№1759).** Если один угол треугольника тупой, то два других... Сформулировать обратную теорему. Верна ли она?

8.6.61. **(№1760).** В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная к гипотенузе равна... Сформулировать обратную теорему.

8.6.62. **(№1761).** Два отрезка AB и CD пересекаются в точке M. $AM = 6$, $BM = 8$, $CM = 12$, $DM = 3{,}5$. Лежат ли точки A, B, C, D на одной окружности?

8.6.63. **(№1762).** Из точки A, взятой вне круга, проведены две секущие ADB и AEC, сумма секущих равна 125. Внешние отрезки секущих AD и AE относятся как 2 : 3. Найти длины каждой секущей.

8.6.64. **(№1763).** Две окружности внешне касаются. В их общей точке восставлен перпендикуляр к линии центров. Доказать, что касательные, проведенные из любой точки перпендикуляра к данным окружностям, равны.

8.6.65. **(№1764).** Даны две концентрические окружности. Доказать, что сумма квадратов расстояний любой точки, взятой на одной из них от концов любого диаметра другой, есть величина постоянная.

8.6.66. **(№1765).** Доказать, что треугольник равносторонний, если центр вписанной в него окружности совпадает с точкой пересечения его медиан.

8.6.67. **(№1766).** (Устно.) Какой отрезок симметричен отрезку, лежащему на оси симметрии?

8.6.68. **(№1767).** В данной трапеции проведены диагонали. Указать на чертеже пропорциональные отрезки, подобные треугольники.

8.6.69. **(№1768).** Стороны одного треугольника больше сторон другого на 3. Будут ли треугольники подобны?

8.6.70. **(№1769).** (Устно.) Верно ли, что все равнобедренные треугольники подобны? Рассмотреть различные случаи.

8.6.71. **(№1770).** Выяснить, когда подобны треугольники, на которые разбивает треугольник его биссектриса, его высота? Рассмотреть различные случаи.

8.6.72. **(№1771).** (Устно.) Назовите неподобные четырехугольники с соответственно пропорциональными сторонами.

8.6.73. **(№1772).** В треугольнике ABC проведена биссектриса угла A, на которую опущены перпендикуляры из концов стороны BC. Назовите пары подобных треугольников.

8.6.74. **(№1773).** В треугольнике ABC проведена прямая, пересекающая стороны AC и BC соответственно в точках K и L так, что $\angle ABC = \angle CKL$. Определить стороны треугольника CKL, если $AC = 8$, $AB = 14$, $BC = 10$, $CK = 5$.

8.6.75. **(№1774).** Вычислить наименьший радиус заготовки круглой формы, чтобы из нее можно было получить деталь квадратной формы со стороной 5,2.

8.6.76. **(№1775).** В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD угол ADC равен углу ACB. Вычислить стороны AB и BC, если $AD = 7$, $DC = 5$ и $AC = 10$.

8.6.77. **(№1776).** В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты CE и BD, пересекающиеся в точке H. Доказать, что $DC \cdot BH = BE \cdot CH$.

8.6.78. **(№1777).** Через вершину A параллелограмма $ABCD$ проведена биссектриса этого угла, которая пересекает сторону CD в точке F, а продолжение стороны BC — в точке E. Доказать, что треугольник CEF равнобедренный.

8.6.79. (№1778). В треугольник вписан параллелограмм, угол которого совпадает с углом треугольника. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся как 4 : 5, а параллельные им стороны параллелограмма соответственно равны 12 и 10. Определить стороны треугольника, заключающие их общий угол.

8.6.80. (№1779). В окружность радиуса 6 вписан треугольник, две стороны которого равны 9 и 4. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

8.6.81. (№1780). Катеты прямоугольного треугольника равны 3 и 6. Вычислить биссектрису прямого угла этого треугольника.

8.6.82. (№1781). На гипотенузе прямоугольного треугольника, катеты которого равны 3 и 4, построен квадрат. Найти расстояние от центра квадрата до вершины прямого угла данного треугольника. (Центр квадрата и вершина прямого угла лежат по разные стороны от гипотенузы.)

8.6.83. (№1782). Дана средняя линия A_1B_1 треугольника ABC. Пользуясь одной линейкой, построить последовательность отрезков длиной: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots, \frac{1}{n}$, если $AB = 1$.

8.6.84. (№1783). В треугольнике ABC имеет место равенство $h_c^2 = AC_1 \cdot BC_1$, где C_1 — основание высоты h_c. Выявить, будет ли треугольник прямоугольным.

8.6.85. (№1784). Точка M, взятая на плоскости треугольника ABC, соединена со всеми его вершинами. В треугольниках AMB, AMC и BMC проведены средние линии A_1B_1, A_1C_1 и B_1C_1, а также соединены попарно A_2, B_2, C_2 — точки пересечения медиан этих треугольников. Определить отношение сходственных сторон треугольников ABC, $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$.

8.6.86. **(№1785).** Доказать, что сумма квадратов расстояний от двух данных точек, расположенных на диаметре окружности на одинаковом расстоянии от ее центра, до любой точки этой окружности есть величина постоянная.

8.6.87. **(№1786).** В равнобедренном треугольнике ABC $AB = AC = b$, $BC = a$, $\angle BAC = 20^0$. Найти зависимость между его сторонами.

8.6.88. **(№1787).** Если в точке D диаметра AB полуокружности радиуса r восставить к нему перпендикуляр, пересекающий полуокружность в точке C, а точку D соединить с точкой E, серединой полуокружности ACB, то $CD^2 + ED^2 = 2R^2$.

8.6.89. **(№1788).** К окружности из данной точки проведены две касательные. Найти длину окружности, если расстояние между точками касания равно 8, а расстояние точки до хорды, соединяющей точки касания, равно 9.

8.6.90. **(№1789).** Доказать, что отрезок прямой, соединяющий основания двух высот остроугольного треугольника, отсекает треугольник, подобный данному.

8.6.91. **(№1790).** Две окружности O и O_1, радиусы которых относятся как 3 : 1, касаются внешне в точке K. Общая внешняя касательная касается их соответственно в точках A и B. Доказать, что углы AOK и KO_1B относятся как 1 : 2.

8.6.92. **(№1791).** В окружность вписан прямоугольник $ABCD$. Одна его ось симметрии пересекает окружность в точках K и L, а вторая — в точках M и N. Точки K и L соединены с точками A и B, а точки M и N — с A и D. Определить углы четырехугольника $ABLK$ и $ADMN$, если меньшая сторона AD прямоугольника $ABCD$ равна радиусу окружности.

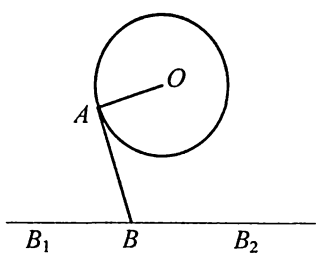
8.6.93. **(№1792).** Концы отрезка постоянной длины скользят по сторонам данного угла S. Перпендикуляры к сторонам угла в концах отрезка пересекаются в точке P. Найти геометрическое место точек P.

8.6.94. **(№1793).** Точка O — середина отрезка AB. На отрезках AB, AO и BO как на диаметрах построены по одну сторону от AB три полуокружности. Определить радиус окружности, касающейся этих трех полуокружностей, если $AB = d$.

8.6.95. **(№1794).** Из точки K, делящей пополам дугу окружности. стягиваемую хордой AB, проведены хорды, пересекающие хорду AB. Доказать, что произведение такой хорды на ее отрезок от точки K до точки пересечения с хордой AB равно квадрату хорды AK.

8.6.96. **(№1795).** В треугольник ABC $(AB = BC)$ вписана окружность с центром в точке O. Определить отношение отрезков высоты треугольника, проведенной из вершины B, на которые она делится точкой O, если $BC = 30$, $AC = 48$.

8.6.97. **(№1796).** Ползун B стрежневого шарнирного механизма при повороте стержня AO вокруг точки O совершает поступательное движение вдоль оси B_1B_2. Вычислить ход ползуна (путь, который проходит ползун из левого крайнего положения в правое крайнее положение), если радиус стрежня AO равен r, ползун AB равен l, а расстояние точки O от оси B_1B_2 равно h.



8.6.98. **(№1797).** Хорда данного круга пересекает его диаметр под углом 45^0 и делится в точке пересечения на отрезки 2 и 8. Определить расстояние хорды от центра и площадь круга.

8.6.99. **(№1798).** В треугольнике ABC проведены высоты BD и CE, которые продолжены до пересечения с описанной около треугольника окружностью соответственно в точках M и N. Доказать, что дуги AM и AN равны.

8.6.100. **(№1799).** В сегмент с дугой 120^0 и высотой h вписан прямоугольник, у которого основание в четыре раза больше высоты. Определить стороны прямоугольника.

8.6.101. **(№1800).** Через вершину A треугольника ABC проведена прямая, пересекающая противолежащую ей сторону BC в точке F так, что $CF : BF = 1 : 2$. Доказать, что отрезок AF делит медиану CD пополам.

8.6.102. **(№1801).** В правильный треугольник, высота которого равна 27, вписана окружность. Найти радиус окружности, касательной к двум сторонам этого треугольника и первой окружности.

8.6.103. **(№1802).** К двум внешне касающимся окружностям радиусов R и $\frac{R}{2}$ проведена общая касательная. Определить радиус окружности, касающейся двух данных и их общей касательной.

8.6.104. **(№1803).** Дана прямоугольная трапеция $ABCD$ ($AB \perp BC$, $AB \perp AD$). Точка P делит сторону AB на части, пропорциональные прилежащим сторонам трапеции. Перпендикуляр, опущенный из точки P на сторону CD, пересекает ее в точке Q. Доказать, что QP — биссектриса угла AQB.

8.6.105. **(№1804).** Внутри угла A взята точка M и ее расстояния до сторон угла равны a и b. Определить расстояние точки M до вершины угла, если он равен 120^0, 45^0, 60^0.

8.6.106. **(№1805).** На диагонали AC ромба $ABCD$ взята точка P. Доказать, что $AP \cdot CP = AB^2 - PB^2$.

8.6.107. **(№1806).** Доказать, что если H — ортоцентр треугольника ABC и C_1 — основание его высоты, проведенной из вершины C, то $AC_1 \cdot BC_1 = CC_1 \cdot HC_1$.

8.6.108. **(№1807).** Доказать, что для всякого вписанного в окружность четырехугольника, произведение его диагоналей равно сумме произведений его противоположных сторон. (Теорема Птолемея).

8.6.109. **(№1808).** Через концы A и B диаметра AB окружности O проведены хорды AC и BD, пересекающиеся в точке P. Доказать, что $AB^2 = AC \cdot AP + BD \cdot BP$.

8.6.110. **(№1809).** Около окружности описан ромб $ABCD$. Проведена произвольная касательная MN, которая отсекает на смежных сторонах AB и BC отрезки AM и CN. Доказать, что произведение $AM \cdot CN$ постоянно.

8.6.111. **(№1810).** Две равные окружности O_1 и O_2 радиуса R проходят одна через центр другой и пересекаются в точках P и Q. Линия центров O_1O_2 продолжена до пересечения с окружностью O_2 в точке A, которая соединена с точками P и Q. Прямые AP и QO_1, пересекаются в точке B, а прямые PO_1 и AQ — в точке C. Доказать, что треугольник ABC равносторонний.

8.6.112. **(№1811).** В окружность, радиус которой равен R, вписан равносторонний треугольник ABC. Середина D дуги AB соединена отрезком с серединой F стороны BC и отрезок DF продолжен до пересечения с окружностью в точке K. Определить отрезки DK, DF и KF.

8.6.113. (№1812). В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Его противоположные стороны CD и AB, BC и AD продолжены до взаимного пересечения в точках N и A. Доказать, что биссектрисы углов BFA и CNB перпендикулярны.

8.6.114. (№1813). Высота CD равнобедренного треугольника ABC с основанием AB разделена на три равные части. Через точку A и точки деления проведены прямые, разделяющие боковую сторону, равную 30, на три отрезка. Определить эти отрезки.

8.6.115. (№1814). В трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD проведены диагонали AC и BD, пересекающиеся в точке F. Из вершины C проведена прямая CK, параллельная AD, которая пересекает BD в точке L так, что $DF = BL$. Определить отношение $AB : CD$.

8.6.116. (№1815). Доказать, что произведение отрезков, отсекаемых произвольной касательной к данной окружности на двух касательных к той же окружности в концах диаметра, равняется квадрату радиуса.

8.6.117. (№1816). Доказать, что расстояние d между центрами окружностей, описанной около треугольника и вписанной в него, вычисляется по формуле $d^2 = R^2 - 2Rr$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей около треугольника (формула Эйлера).

8.6.118. (№1817). Доказать, что для любого треугольника имеет место неравенство $R \geq 2r$, где R и r — радиусы описанной и вписанной окружностей. Выяснить, в каком случае имеет место равенство.

8.6.119. (№1818). Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AB и углов 120^0 при вершине описана окружность. Доказать, что отрезок, соединяющий центр описанной окружности с ортоцентром треугольника, равен диаметру описанной окружности.

8.6.120. (№1819). Найти зависимость между сторонами треугольника. чтобы из его высот можно было построить другой треугольник.

8.6.121. **(№1820).** Доказать справедливость формулы $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{1-\cos x}{\sin x}$ для $0<x<180^0$, пользуясь равнобедренным треугольником с углом x при вершине.

8.6.122. **(№1821).** Из точки C окружности O проведены хорды CA и CB, а из середины M дуги ACB опущен перпендикуляр MN на хорду BC. Доказать, что $AC+NC=BN$, где N — основание перпендикуляра.

8.6.123. **(№1822).** Из точки D, взятой на гипотенузе прямоугольного треугольника ABC, восставлен перпендикуляр, который пересекает катет b, описанную около треугольника окружность и продолжение второго катета соответственно в точках K, E и F. Доказать, что $KD\cdot FD=ED^2$.

8.6.124. **(№1823).** К двум окружностям радиусов R и r проведены внешняя и внутренняя касательные. Доказать, что $t_1^2-t_2^2=4Rr$, где t_1 — отрезок внешней касательной, t_2 — отрезок внутренней касательной.

8.6.125. **(№1824).** Из точки P, расположенной внутри равностороннего треугольника ABC, сторона AB видна под углом 150^0. Доказать, что отрезки AP, BP, CP могут служить сторонами прямоугольного треугольника.

8.6.126. **(№1825).** Сторона AC треугольника ABC делится основанием D биссектрисы угла B на отрезки 12 и 3. Найти радиус окружности с центром на прямой AC, проходящей через точки B и D.

8.6.127. **(№1826).** Доказать, что во всякой неравнобедренной трапеции сумма оснований относится к их разности так, как разность квадратов диагоналей относится к разности квадратов боковых сторон.

8.6.128. **(№1827).** Доказать, что отрезок прямой, проходящей через середину основания равнобедренного треугольника и заключенный между одной боковой стороной и продолжением другой, больше основания этого треугольника (середина основания принадлежит отрезку).

8.6.129. **(№1828).** Через произвольную точку, взятую внутри треугольник ABC, проведены прямые, соответственно параллельные его сторонам. Доказать, что отрезки a_1, b_1, c_1 этих прямых, ограниченные сторонами треугольника, удовлетворяют условию: $\frac{a_1}{a}=\frac{b_1}{b}=\frac{c_1}{c}=2$, где a, b, c — соответствующие стороны треугольника.

8.6.130. **(№1829).** В треугольнике ABC высота h_c относится к биссектрисе внешнего угла этого треугольника при вершине C как $1:2$. Найти разность углов B и A.

8.6.131. **(№1830).** Через середину M хорды AB окружности проведены две произвольные хорды PQ и P_1Q_1. Отрезки PQ_1 и P_1Q пересекают хорду AB в точках C и D. Доказать, что $AC=BD$.

8.6.132. **(№1831).** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна c, а один из его острых углов равен α. Найти длину биссектрисы каждого внутреннего угла данного треугольника.

8.6.133. **(№1832).** На сторонах треугольника ABC во внешнюю сторону построены квадраты $ACDE$ и $BCFG$. Доказать, что продолжение медианы CM треугольника ABC является высотой треугольника CDF.

8.6.134. **(№1833).** Данный отрезок AB повернуть на угол φ около данного центра O; построить точку C_1, соответствующую точке C, расположенной на AB.

8.6.135. (№1834). На стороне AB треугольника ABC отложены равные отрезки $AM = BN$; через точки M и N проведены прямые MP и NP, параллельные сторонам AC и BC треугольника. Доказать, что точка P принадлежит медиане CD проведенной из вершины C.

8.6.136. (№1835). Дан треугольник ABC. В точках пересечения его биссектрис с описанной вокруг треугольника окружностью проводятся касательные к окружности. Доказать, что образованный этими касательными треугольник гомотетичен треугольнику ABC.

8.6.137. (№1836). Произвольная точка Q плоскости соединена с вершинами треугольника ABC; середины отрезков AQ, BQ, CQ обозначены через D, E, F. Доказать, что треугольник DEF подобен треугольнику, образованному средними линиями треугольника ABC.

8.6.138. (№1837). Из произвольной точки Q опущены перпендикуляры QM, QN, QP на стороны треугольника ABC; через середины отрезков QN, QM, QP проведены прямые, параллельные соответствующим сторонам треугольника ABC. Доказать, что треугольник, образованный этими последними тремя прямыми, подобен треугольнику, образованному средними линиями треугольника ABC.

8.6.139. (№1838). Через точку M пересечения общих внешних касательных K и L окружностей R и S проведена прямая, пересекающая окружность R в точках A и B, а окружность S — в точках C и D; прямая K касается окружностей R и S в точках E и F. Доказать, что треугольник ABE подобен треугольнику CDF.

8.6.140. (№1839). Две окружности пересекаются в точках A и B. Касательные к окружностям в точке A пересекают окружности в точках M и N. Доказать, что середины P и Q хорд AM и AN и точки A и B принадлежат одной окружности.

8.6.141. **(№1840).** Если через точку A, взятую в плоскости круга провести к кругу произвольную секущую AM_1M, то прямые, соединяющие M и M_1 с одним из концов диаметра, проходящего через A, отсекают на прямой, перпендикулярной к этому диаметру и проходящей через точку A, два отрезка, произведение которых постоянно. Доказать.

8.6.142. **(№1841).** Доказать, что в треугольнике ABC, стороны которого равны $AB=4$, $BC=3$, $AC=\sqrt{5}$, медианы AK и CL перпендикулярны.

8.6.143. **(№1842).** В треугольнике прямая, соединяющая центр вписанной окружности с точкой пересечения медиан, параллельна стороне треугольника. Доказать, что эта сторона есть среднее арифметическое двух других сторон.

8.6.144. **(№1843).** Дан равнобедренный треугольник ABC с углом при вершине, равном $\frac{\pi}{7}$. Доказать, что между его сторонами существует зависимость $a^3+b^3=2(a+b)ab$, где a — основание треугольника, b — боковая сторона.

8.6.145. **(№1844).** Две стороны a и b треугольника ABC составляют угол, равный 120^0. Определить высоту, опущенную на третью сторону.

8.6.146. **(№1845).** Построить по четырем сторонам четырехугольник $ABCD$, зная, что диагональ AC делит угол A пополам.

8.6.147. **(№1846).** В угол вписаны три окружности так, что две крайние проходят через центр средней. Найти радиус средней окружности, если радиусы крайних равны R и r.

8.6.148. **(№1847).** В прямой угол вписана окружность радиуса R. Найти радиус вписанной в этот угол окружности, касающейся данной окружности.

8.6.149. **(№1848).** Через вершину большего угла треугольника провести прямую так, чтобы она отсекла треугольник, подобный данному.

8.6.150. **(№1849).** Построить треугольник по двум сторонам, если сумма соответствующих им высот равна третьей высоте.

8.6.151. **(№1850).** Дана окружность, ее диаметр AB и точка C, не лежащая ни на окружности, ни на диаметре. При помощи одной линейки опустить из точки C перпендикуляр на диаметр или на его продолжение.

8.6.152. **(№1851).** В окружности проведены два радиуса. Как провести хорду, чтобы она этими радиусами делилась на три равные части?

8.6.153. **(№1852).** Построить треугольник по двум углам и высоте, проведенной из третьей вершины треугольника.

8.6.154. **(№1853).** Построить треугольник AB_1C_1 с периметром m_1, подобный данному с заданным периметром m_1.

8.6.155. **(№1854).** Через точку, данную внутри угла, провести прямую так, чтобы отрезок ее заключенный между сторонами данного угла, делился данной точкой в отношении $m : n$.

8.6.156. **(№1855).** Построить отрезки, выражаемые следующими формулами:

$$1)\ x = 3\frac{1}{2}a;\ 2)\ x = a-(b+3d);\ 3)\ x = 3c-(2m-n);\ 4)\ x = \frac{2ab}{3c};$$

$$5)\ x = \frac{ab}{c+d};\ 6)\ x = \frac{a^2}{b};\ 7)\ x = \pi r;\ 8)\ x = \frac{pqr}{st};\ 9)\ x = \frac{ab}{c-d}.$$

8.6.157. **(№1856).** Построить отрезки, равные $\sqrt{6}$ и $\sqrt{7}$.

8.6.158. **(№1857).** Построить отрезки, равные: $\sqrt{11}$, $\sqrt{12}$, $2\sqrt{3}$, $\frac{1}{2}\sqrt{5}$, $\frac{3}{5}\sqrt{6}$.

8.6.159. **(№1858).** Построить отрезки, выражаемые следующими формулами: 1) $x=\sqrt{3ab}$; 2) $x=\sqrt{\frac{a^2b}{c}}$; 3) $x=\sqrt{a^2\pm b^2}$; 4) $x=\sqrt{4a^2-b^2}$; 5) $x=\sqrt{b^2+3c^2}$; 6) $x=a\sqrt{\frac{a+c}{b+d}}$.

8.6.160. **(№1859).** Построить треугольник со сторонами: $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{7}$.

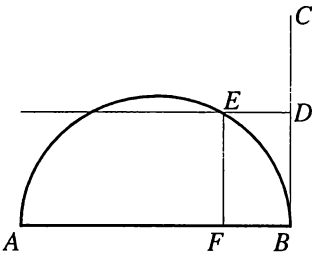
8.6.161. **(№1860).** Указать измерения следующих выражений, в которых каждая буква, кроме π, обозначает длину отрезка: 1) $3{,}5a$; 2) $2\pi R$; 3) $R\sqrt{3}$; 4) $\frac{bh}{2}$; 5) ABC; 6) $\pi r^2 h$; 7) $\frac{abc}{d}$; 8) $\frac{3a}{2b+c-4d}$; 9) $\sqrt{ab}$; 10) $0{,}5\pi D$; 11) $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$; 12) $\sqrt[3]{a^2h}$; 13) $R\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 14) $2\pi R^2+2\pi RH$; 15) $\frac{\pi D^2 H}{4}$; 16) $\frac{(a+b)h}{2}$; 17) $\frac{4}{3}\pi R^3$; 18) $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

8.6.162. **(№1861).** Какие из следующих формул неоднородны: 1) $x=\frac{ab}{c}+\frac{b^2}{d}-3a$; 2) $x=\sqrt{c-2}$; 3) $x^2=\frac{a^3-b^3}{a+b}$; 4) $x=2$; 5) $x=a+bc^2$; 6) $x=\frac{a}{b}$?

8.6.163. **(№1862).** Построить треугольник со сторонами $a=2+\sqrt{3}$, $b=\sqrt{3}-1$, $c=2\sqrt{3}$.

8.6.164. **(№1863).** Построить корни квадратных уравнений $x^2 \pm px \pm q^2 = 0$.

8.6.165. **(№1864).** На AB, как на диаметре, описана полуокружность. Дано: $AB = p$; $BC \perp AB$; $BD = q$; $DE \parallel AB$; $EF \perp AB$. Доказать, что отрезки AF и FB служат корнями квадратного уравнения $x^2 - px + q^2 = 0$.



8.6.166. **(№1865).** Применить построение из предыдущей задачи к построению корней уравнения: $x^2 - 6{,}5x + 4 = 0$ (не решая уравнения).

8.6.167. **(№1866).** Почему применение этого способа к уравнению $x^2 - 2{,}5x + 4 = 0$ не дает положительных результатов?

8.6.168. **(№1867).** Построить круг, площадь которого вдвое больше площади данного круга с радиусом R.

8.6.169. **(№1868).** Данный круг с радиусом R разделить пополам концентрической окружностью.

8.6.170. **(№1869).** Построить круг, равновеликий кольцу между двумя концентрическими окружностями, с радиусами R и r.

8.6.171. **(№1870).** Построить треугольник: a; b; l_c.

8.6.172. **(№1871).** Построить треугольник: A; B; $m_a + m_b + m_c$.

8.6.173. **(№1872).** Построить треугольник: A; B; $h_a + h_b + h_c$;

8.6.174. **(№1873).** Построить треугольник: A; B; $2p$.

8.6.175. **(№1874).** Построить треугольник: A; B; $l_a + l_b + l_c$.

8.6.176. **(№1875).** Через точки A и B провести окружность, отсекающую от данной прямой хорду данной длины m.

8.6.177. **(№1876).** Построить треугольник: a; l_a; $2p$.

8.6.178. **(№1877).** Построить треугольник: A; m_a; l_a.

8.6.179. **(№1878).** Разделить данный отрезок в среднем и крайнем отношении, т.е. чтобы бóльшая его часть была средней пропорциональной между всем отрезком и его меньшей частью.

8.6.180. **(№1879).** Доказать, что сторона правильного вписанного десятиугольника равна большему отрезку радиуса, разделенного в среднем и крайнем отношении.

8.6.181. **(№1880).** Если какой-нибудь отрезок разделен в среднем и крайнем отношении, то бóльшая часть составляет приблизительно $\frac{5}{8}$ всего отрезка. Проверить это и определить степень точности такого приближения.

8.6.182. **(№1881).** Если меньшую часть при делении отрезка в среднем и крайнем отношении, отложить на бóльшей части, то бóльшая часть также разделится в среднем и крайнем отношении. Доказать.

8.6.183. **(№1882).** Диаметр разделен в среднем и крайнем отношении перпендикуляром, проведенным из точки окружности. Радиус окружности равен r. Найти длину перпендикуляра.

8.6.184. **(№1883).** Доказать, что в правильном пятиугольнике две пересекающиеся диагонали взаимно делятся в среднем и крайнем отношении.

8.6.185. **(№1884).** Если радиус круга разделить в среднем и крайнем отношении и, взяв бóльшую часть, описать ею концентрическую ок-

ружность, то площадь данного круга тоже разделится в среднем и крайнем отношении, причем большей частью будет кольцо. Доказать.

8.6.186. (№1885). На продолжении диаметра круга радиуса r найти такую точку. чтобы касательная, проведенная из нее к данному кругу, равнялась диаметру.

8.6.187. (№1886). В данную полуокружность вписать квадрат.

8.6.188. (№1887). Дан треугольник с основанием a и высотой h. Вписать в него прямоугольник, имеющий данный периметр $2p$.

8.6.189. (№1888). В данный квадрат вписать равносторонний треугольник так, чтобы одна из вершин у них была общая.

8.6.190. (№1889). В квадрат со стороной a вписать другой квадрат со стороной b.

8.6.191. (№1890). Построить окружность, касающуюся данной окружности радиуса r и данной прямой в данной на ней точке.

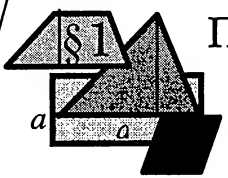
8.6.192. (№1891). В данный треугольник вписать прямоугольник, основание которого относилось бы к высоте, как $m : n$.

8.6.193. (№1892). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Провести прямую EF так, чтобы она отсекала параллелограмм $ABEF$, подобный $ABCD$.

8.6.194. (№1893). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = a$ и $BC = b$. Провести прямую EF, параллельную AB, так, чтобы она разделила данный параллелограмм на два подобных между собой параллелограмма.

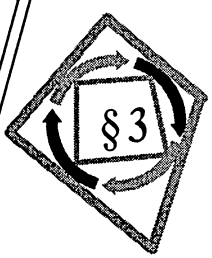
8.6.195. (№1894). В углы A и C прямоугольника $ABCD$ вписать две равные окружности, которые касались бы друг друга.

9 класс

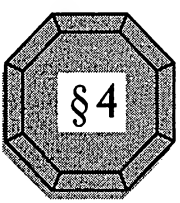


§1 Площади фигур

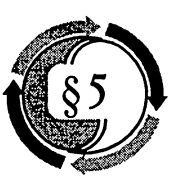
§2 Тригонометрическая геометрия



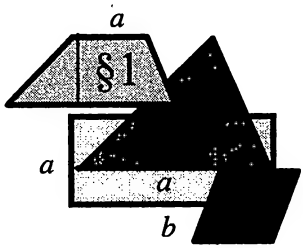
§3 Вписанный и описанный четырехугольники



§4 Правильные многоугольники



§5 Длина окружности. Площадь круга.



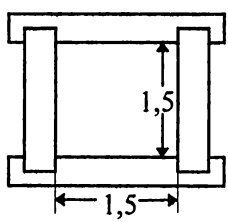
Площади фигур

9.1.1. (№1895). (Устно.) Найти геометрическое место вершин C равновеликих треугольников, имеющих общее основание AB.

9.1.2. (№1896). (Устно.) Определить площадь квадрата по его диагонали l.

9.1.3. (№1897). (Устно.) Диагонали ромба равны 6 и 8. Определить его сторону и площадь.

9.1.4. (№1898). Вычислить площадь сечения дорожной трубы, изображенной на рисунке (размеры даны в метрах).



9.1.5. (№1899). Железная проволока с сечением в 1 мм^2 разрывается от груза в 40 кг. Какой нагрузкой разорвется железный стержень, поперечное сечение которого — квадрат со стороной в 24 мм?

9.1.6. (№1900). Стороны двух участков земли квадратной формы равны 100 м и 150 м. Определить сторону квадратного участка земли, равновеликого обоим.

9.1.7. (№1901). Определить площадь квадрата, вписанного в круг радиуса R.

9.1.8. **(№1902).** Во сколько раз площадь описанного квадрата больше площади вписанного (в тот же круг)?

9.1.9. **(№1903).** Как изменится площадь квадрата, если каждую его сторону увеличить в 3 раза? уменьшить в 1,5 раза?

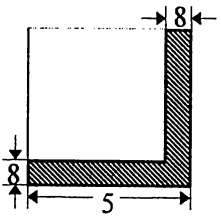
9.1.10. **(№1904).** Как надо изменить каждую сторону квадрата, чтобы площадь его увеличилась в 4 раза? уменьшилась в 25 раз?

9.1.11. **(№1905).** Определить стороны прямоугольника, если они относятся, как 4 : 9, а площадь равна 144 м^2.

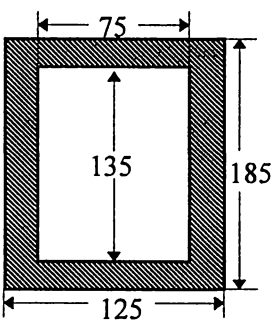
9.1.12. **(№1906).** Определить стороны прямоугольника, если его периметр равен 74 дм, а площадь 3 м^2.

9.1.13. **(№1907).** Стороны прямоугольника равны 72 м и 8 м. Определить сторону равновеликого ему квадрата.

9.1.14. **(№1908).** Вычислить площадь поперечного сечения равнобокого углового железа (размеры даны в миллиметрах).



9.1.15. **(№1909).** Диагональ прямоугольника равна 305 см, а площадь равна 37 128 см^2. Определить периметр этого прямоугольника.



9.1.16. **(№1910).** Через поле, имеющее форму прямоугольника $ABCD$, должна пройти железная дорога. Известно, что $AB = 125$ м, $BC = 72{,}5$ м, $AL = KC = 114{,}6$ м. Вычислить площадь отчуждаемой полосы $BLDK$.

9.1.17. **(№1911).** Периметр квадрата равен 32 см, а одна сторона прямоугольника 4 см. Найдите другую сторону прямоугольника, если известно, что он имеет площадь такую же, как квадрат.

9.1.18. **(№1912).** Биссектриса угла B прямоугольника $ABCD$ пересекает сторону AD в точке K, $AK = 5$ см, $KD = 7$ см. Найдите площадь прямоугольника.

9.1.19. **(№1913).** Докажите, что площадь квадрата равна половине квадрата его диагонали.

9.1.20. **(№1914).** В прямоугольнике $ABCD$ $BD = 12$ см. Вершина B удалена от прямой AC на 4 см. Найдите площадь треугольника ABC.

9.1.21. **(№1915).** Периметр прямоугольника равен 28, а разность смежных сторон равна 2. Определить диагональ и площадь прямоугольника.

9.1.22. **(№1916).** Определить площадь параллелограмма по двум сторонам и углу между ними: 1) a, b, 30^0; 2) a, b, 45^0; 3) a, b, 60^0;

9.1.23. **(№1917).** Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найти острый угол параллелограмма, если площадь его равна половине площади прямоугольника.

9.1.24. **(№1918).** Начертить квадрат и ромб, периметры которых одинаковы. Площадь которой из этих фигур больше? Почему?

9.1.25. **(№1919).** Определить площадь треугольника, если его основание и высота соответственно равны: 1) 32 см и 18 см; 2) 5 дм и 4 м; 3) $\sqrt{3}$ и $\sqrt{20}$.

9.1.26. **(№1920).** Определить площадь треугольника по сторонам a и b и углу между ними: 1) 30^0; 2) 45^0; 3) 60^0;

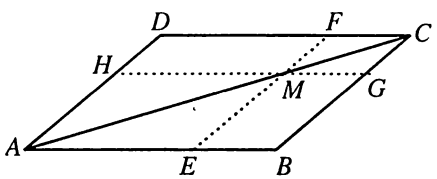
9.1.27. **(№1921).** Если две стороны треугольника равны 3 см и 8 см, то может ли его площадь быть равна: 1) 10 см^2; 2) 15 см^2; 3) 12 см^2?

9.1.28. **(№1922).** Определить площадь прямоугольного треугольника, в котором гипотенуза равна 313 см, а один из катетов 312 см.

9.1.29. **(№1923).** Площадь прямоугольного треугольника равна 720 см^2, а катеты относятся, как 9 : 40. Определить гипотенузу.

9.1.30. **(№1924).** Определить площадь ромба, если его высота равна 12 см, а меньшая диагональ 13 см.

9.1.31. **(№1925).** В параллелограмме $ABCD$ проведена диагональ AC, и на ней взята произвольная точка M. Через M проведены прямые, параллельные сторонам параллелограмма: $EF \| BC$ и $GH \| CD$. Доказать, что образовавшиеся при этом параллелограммы $DHMF$ и $EBGM$, через которые диагональ не проходит, равновелики.



9.1.32. **(№1926).** В прямоугольный треугольник вписан квадрат так, что одна из его сторон находится на гипотенузе. Боковые отрезки гипотенузы равны m и n. Определить площадь этого квадрата.

9.1.33. **(№1927).** Из точки, взятой на гипотенузе, проведены перпендикуляры на оба катета. Определить площадь прямоугольника, образованного этими перпендикулярами, если отрезки катетов при гипотенузе равны m и n.

9.1.34. **(№1928).** В треугольник, у которого основание равно 30 см, а высота 10 см, вписан прямоугольник с площадью в 63 см^2. Определить стороны этого прямоугольника.

9.1.35. (№1929). Воздух давит с силой 1,03 кг на каждый квадратный сантиметр. Найти давление воздуха на треугольную площадку, основание которой равно 0,13 м, высота 0,18 м.

9.1.36. (№1930). Разделить данный треугольник на три равновеликих треугольника прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.37. (№1931). Данный параллелограмм разделить на четыре равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.38. (№1932). Данный параллелограмм разделить на три равновеликие части прямыми, выходящими из одной вершины.

9.1.39. (№1933). По данным катетам a и b определить высоту, проведенную на гипотенузу.

9.1.40. (№1934). Определить площадь равнобедренного прямоугольного треугольника по его гипотенузе c.

9.1.41. (№1935). Определить площадь равнобедренного треугольника, если его основание и боковая сторона соответственно равны: 1) 56 см и 1 м; 2) b и c; 3) 20 см и 11 см.

9.1.42. (№1936). Определить площадь равностороннего треугольника по его стороне a.

9.1.43. (№1937). Определить сторону равностороннего треугольника по его площади Q.

9.1.44. (№1938). Определить площадь прямоугольного треугольника, если его высота делит гипотенузу на отрезки в 32 см и 18 см.

9.1.45. (№1939). Определить площадь треугольника, если его высота равна 36 см, а боковые стороны 85 см и 60 см.

9.1.46. **(№1940).** Определить катеты прямоугольного треугольника, если его гипотенуза равна 73 см, а площадь равна 1320 см^2.

9.1.47. **(№1941).** Определить площадь ромба, диагонали которого равны 72 см и 40 см.

9.1.48. **(№1942).** Определить высоту ромба, если его диагонали равны 16 м и 12 м.

9.1.49. **(№1943).** Из середины основания треугольника проведены прямые, параллельные боковым сторонам. Доказать, что площадь полученного таким образом параллелограмма равна половине площади треугольника.

9.1.50. **(№1944).** Если какую-нибудь точку внутри параллелограмма соединить со всеми его вершинами, то сумма площадей двух противолежащих треугольников равна сумме площадей двух других. Доказать это.

9.1.51. **(№1945).** Определить площадь треугольника, если основание равно a, а углы при основании 30^0 и 45^0.

9.1.52. **(№1946).** Равные прямоугольные треугольники ABC и ABD находятся по одну сторону общей гипотенузы AB; при этом $AD = BC = 12$ см и $AC = BD = 16$ см. Определить площадь общей части данных треугольников.

9.1.53. **(№1947).** На стороне BC параллелограмма $ABCD$ взята точка M. Докажите, что площадь параллелограмма вдвое больше площади треугольника AMD.

9.1.54. **(№1948).** На продолжении AD квадрата $ABCD$ за вершину A взята точка M, $MC = 20$ дм, $\angle CMD = 30^0$. Найти площадь квадрата.

9.1.55. **(№1949).** На стороне AB параллелограмма $ABCD$ отмечена точка E так, что $DE \perp AB$. Докажите, что площадь параллелограмма $ABCD$ равна $DE \cdot AB$.

9.1.56. **(№1950).** Сравните площади параллелограмма и прямоугольника, если они имеют одинаковые основания и одинаковые периметры.

9.1.57. **(№1951).** Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 40 см^2, а стороны 10 см и 8 см.

9.1.58. **(№1952).** В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Через середину стороны CD и вершину B проведена прямая, пересекающая луч AD в точке E. Докажите, что площадь трапеции равна площади треугольника ABE.

9.1.59. **(№1953).** Сравните площади квадрата и параллелограмма, если они имеют одинаковые периметры и сторона квадрата равна высоте параллелограмма. (Параллелограмм не является прямоугольником).

9.1.60. **(№1954).** Докажите, что диагонали параллелограмма делят его на четыре треугольника, имеющие одинаковую площадь.

9.1.61. **(№1955).** Меньшая высота параллелограмма равна 4 см и делит большую сторону на отрезки, каждый из которых равен по 3 см. Найдите большую высоту параллелограмма.

9.1.62. **(№1956).** Высоты параллелограмма равны 6 см и 7,8 см, а его площадь 78 см^2. Найдите длину диагонали.

9.1.63. **(№1957).** Диагональ параллелограмма составляет со сторонами углы 90^0 и 15^0. Найдите площадь параллелограмма, если его большая сторона равна 12 см.

9.1.64. **(№1958).** Как измениться площадь квадрата, если увеличить его диагональ в n раз?

9.1.65. **(№1959).** Периметр прямоугольника равен 68; разность его сторон равна 14. Середины сторон прямоугольника образуют четырехугольник. Установить вид этого четырехугольника, найти его стороны, а также отношение площадей данного четырехугольника и полученного.

9.1.66. **(№1960).** Длины диагоналей параллелограмма 41 см и 85 см, а его периметр 182 см. Найти площадь параллелограмма.

9.1.67. **(№1961).** Всякая прямая, проходящая через центр симметрии параллелограмма, делит его на две равновеликие части. Доказать.

9.1.68. **(№1962).** Провести через данную точку прямую, делящую площадь данного параллелограмма пополам.

9.1.69. **(№1963).** Разделить данный параллелограмм на n равновеликих частей прямыми, исходящими из его вершины, если 1) $n=6$; 2) $n=5$.

9.1.70. **(№1964).** Докажите, что медиана любого треугольника делит этот треугольник на треугольники с равными площадями.

9.1.71. **(№1965).** В прямоугольном треугольнике ABC точка O — середина медианы CH, проведенной к гипотенузе AB, $AC=6$ см, $BC=8$ см. Найдите площадь треугольника OBC.

9.1.72. **(№1966).** В четырехугольнике диагонали равны 8 см и 12 см и пересекаются под углом 30^0 друг к другу. Найдите площадь этого четырехугольника.

9.1.73. **(№1967).** Точка E — середина стороны AB треугольника ABC, а точки M и H делят сторону BC на три равные части, $BM=MH=HC$. Найдите площадь треугольника EMH, если площадь треугольника ABC равна S.

9.1.74. **(№1968).** Найдите площадь равнобедренного треугольника, если его высота, проведенная к основанию, и отрезок, соединяющий середины основания и боковой стороны, равны по 12 см.

9.1.75. **(№1969).** Через вершины треугольника проведены прямые, параллельные его противоположным сторонам. Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, образованного проведенными тремя прямыми.

9.1.76. **(№1970).** Периметр равнобедренного треугольника равен 50. Боковая сторона треугольника на 1 больше основания. Определить площадь треугольника.

9.1.77. **(№1971).** Диагонали прямоугольника, равные по $2a$, пересекаются под углом 60^0. Определить площадь прямоугольника, если одна его сторона равна b. Установить зависимость между a и b.

9.1.78. **(№1972).** Найти площадь треугольника, у которого длины сторон равны: а) 12 см, 17 см, 25 см; б) 15 см, 26 см, 37 см; в) 25 см, 39 см, 40 см.

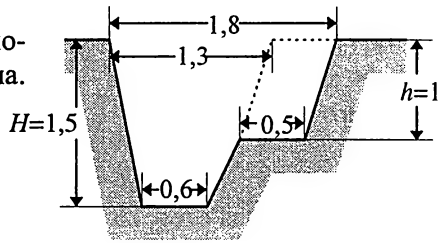
9.1.79. **(№1973).** Длины сторон треугольника 7 см, 15 см, 20 см. Найти его высоты.

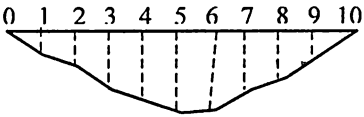
9.1.80. **(№1974).** Основания трапеции равны 35 см и 29 см, а площадь 256 $см^2$. Определить высоту трапеции.

9.1.81. **(№1975).** В трапеции высота равна 8 см, а площадь 2 $дм^2$. Определить длину средней линии.

9.1.82. **(№1976).** Площадь трапеции равна 144 $см^2$, основания относятся, как 4:5; высота равна 16 см. Определить основания.

9.1.83. **(№1977).** Определить площадь поперечного сечения окопа. Размеры даны в метрах .

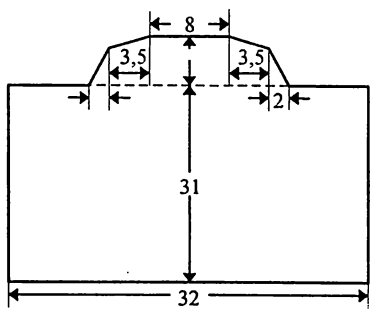


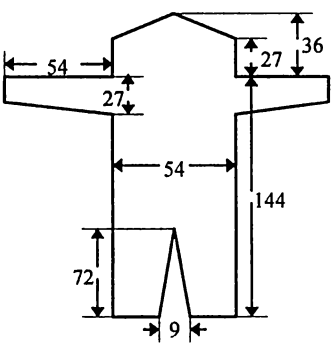


9.1.84. **(№1978).** Вычислить площадь поперечного сечения реки, данного на рисунке (площадь "живого сечения"), по данным в таблице размерам глубины.

Расстояние от берега в метрах	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Глубина в метрах	0	0,65	0,9	1,5	1,85	2,4	2,35	1,75	1,25	0,6	0

9.1.85. **(№1979).** Рисунок. представляет собой план столовой в клубе: размеры даны в метрах. Определить площадь столовой.





9.1.86. **(№1980).** Для изготовления костюма военной маскировки пользуются выкройкой, указанной на рисунке, размеры даны в сантиметрах. Вычислить площадь выкройки.

9.1.87. **(№1981).** Площадь трапеции $ABCD$ разделена пополам прямой EF, проведенной параллельно боковой стороне AB. Определить отрезок AF, если $AD = 28$ см и $BC = 12$ см.

9.1.88. **(№1982).** Площадь трапеции делится диагональю в отношении 3 : 7. В каком отношении она делится средней линией (начиная от меньшего основания)?

9.1.89. **(№1983).** В равнобедренной трапеции основания равны 51 см и 69 см, а боковая сторона 41 см. Определить площадь.

9.1.90. **(№1984).** Определить площадь равнобедренной трапеции, в которой основания равны 42 см и 54 см, а угол при большем основании равен 45^0.

9.1.91. **(№1985).** В прямоугольной трапеции острый угол при основании равен 30^0, сумма оснований равна m и сумма боковых сторон равна n. Определить площадь трапеции.

9.1.92. **(№1986).** Определить площадь трапеции, у которой параллельные стороны 60 см и 20 см, а непараллельные 13 см и 37 см.

9.1.93. **(№1987).** В равнобедренной трапеции большее основание равно 44 м, боковая сторона равна 17 м и диагональ равна 39 м. Определить площадь этой трапеции.

9.1.94. **(№1988).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 12 см и 20 см, а диагонали взаимно перпендикулярны.

9.1.95. **(№1989).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой диагонали взаимно перпендикулярны, а высота равна h.

9.1.96. **(№1990).** Определить площадь равнобедренной трапеции, если ее диагональ равна c и образует с бóльшим основанием угол в 45^0.

9.1.97. **(№1991).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой основания равны 10 см и 26 см, а диагонали перпендикулярны к боковым сторонам.

9.1.98. **(№1992).** Определить площадь трапеции, у которой основания равны 142 см и 89 см, а диагонали 120 см и 153 см.

9.1.99. **(№1993).** В круге радиуса R по одну сторону центра проведены две параллельные хорды, стягивающие дуги в 60^0 и 120^0, и концы их соединены. Определить площадь полученной трапеции.

9.1.100. **(№1994).** В равнобедренной трапеции, описанной около круга, боковая сторона равна a, а острый угол при основании равен 30^0. Определить площадь этой трапеции.

9.1.101. **(№1995).** Основание треугольника равно 75 см, а боковые стороны 65 см и 70 см. Высота разделена в отношении 2 : 3 (считая от вершины), и через точку деления проведена прямая, параллельная основанию. Определить площадь получившейся при этом трапеции.

9.1.102. **(№1996).** Диагонали трапеции 20 м и 15 м; высота равна 12 м. Определить площадь трапеции.

9.1.103. **(№1997).** Основания и боковая сторона равнобедренной трапеции относятся, как 10 : 4 : 5. Площадь ее равна 112 $см^2$. Найти периметр трапеции.

9.1.104. **(№1998).** Периметр равнобедренной трапеции равен 32 см, боковая сторона 5 см, площадь 44 $см^2$. Найдите высоту трапеции.

9.1.105. **(№1999).** В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 10 см и 8 см соответственно. Площадь треугольника ACD равна 30 $см^2$. Найдите площадь трапеции.

9.1.106. **(№2000).** В прямоугольной трапеции площадь равна 30 $см^2$, периметр 28 см, а меньшая боковая сторона 3 см. Найдите большую боковую сторону.

9.1.107. (№2001). В трапеции $MPKT$ меньшее основание PK равно 6 см, а высота трапеции 8 см. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника MKT равна 48 см^2.

9.1.108. (№2002). В прямоугольной трапеции меньшая боковая сторона равна 3 дм и составляет с меньшей диагональю угол 45^0. Острый угол трапеции также равен 45^0. Найдите площадь трапеции.

9.1.109. (№2003). Высоты, проведенные из вершин меньшего основания равнобедренной трапеции, делят большее основание на три отрезка, сумма двух из которых равна третьему. Найдите площадь этой трапеции, если ее меньшее основание и высота равны по 6 см.

9.1.110. (№2004). В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 4 см и составляет с меньшей диагональю угол 45^0. Найдите площадь трапеции, если ее тупой угол равен 135^0.

9.1.111. (№2005). Высота равнобедренной трапеции, проведенная из вершины тупого угла и делящая большее основание на два отрезка, один из которых равен половине меньшего основания, равен 6 см. Большее основание превосходит меньшее на 2 см. Найдите площадь трапеции.

9.1.112. (№2006). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание, $\angle D = 60^0$. Биссектрисы углов C и D пересекаются в точке O, $OD = a$, $BC = b$, $AD = c$. Найдите площадь трапеции.

9.1.113. (№2007). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Диагонали пересекаются в точке O. Площади треугольников BOC и AOD равны 5 см^2 и 20 см^2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.114. (№2008). Большее основание трапеции равно 6 см, а меньшее 4 см. Углы при большем основании 30^0 и 45^0. Найдите площадь трапеции.

9.1.115. (№2009). Высота равнобедренной трапеции равна h, а ее площадь h^2. Под каким углом пересекаются ее диагонали?

9.1.116. (№2010). У трапеции длины оснований 15 см и 51 см, а длины боковых сторон 25 см и 29 см. Определить площадь трапеции.

9.1.117. (№2011). Найти площадь трапеции, у которой длины оснований 5 см и 16 см, а длины диагоналей 13 см и 20 см.

9.1.118. (№2012). В треугольнике ABC $\angle C = 135^0$, $AC = 6$ дм, высота BD равна 2 дм. Найдите площадь треугольника ABD.

9.1.119. (№2013). Найдите площадь равнобедренного прямоугольного треугольника с гипотенузой 10 см.

9.1.120. (№2014). На стороне AC треугольника ABC с площадью 36 см^2 взята точка D, $AD : DC = 1 : 5$. Найдите площадь треугольника ABD.

9.1.121. (№2015). Площадь параллелограмма содержит 480 см^2, его периметр равен 112 см, расстояние между бóльшими сторонами равно 12 см. Определить расстояние между меньшими сторонами.

9.1.122. (№2016). Определить площадь параллелограмма по двум его высотам h_1 и h_2 и периметру $2p$.

9.1.123. (№2017). В параллелограмме $ABCD$ сторона $AB = 37$ см, а перпендикуляр, проведенный из точки пересечения диагоналей на сторону AD, делит ее на отрезки: $AE = 26$ см и $ED = 14$ см. Определить площадь параллелограмма.

9.1.124. (№2018). Параллелограмм имеет стороны $a = 8$ см и $b = 4$ см. Превратить его в равновеликий ему параллелограмм с таким же углом и с основанием $b = 6$ см.

9.1.125. **(№2019).** В данном квадрате каждая вершина соединена с серединой стороны, лежащей между двумя следующими вершинами (считая вершины в одинаковом порядке). Соединительные прямые образуют своим пересечением внутренний квадрат. Доказать (вычислением), что его площадь составляет $\frac{1}{5}$ площади данного квадрата.

9.1.126. **(№2020).** Построить треугольник, равновеликий треугольнику ABC, сохраняя сторону BC, но заменяя угол ABC данным углом α.

9.1.127. **(№2021).** Построить равнобедренный треугольник с основанием BC, равновеликий данному треугольнику ABC.

9.1.128. **(№2022).** Через точку K, данную на стороне AB треугольника ABC, провести прямую так, чтобы она разделила площадь треугольника пополам.

9.1.129. **(№2023).** Определить площадь равностороннего треугольника по его высоте h.

9.1.130. **(№2024).** Определить площадь правильного треугольника, вписанного в круг радиуса R.

9.1.131. **(№2025).** Определить площадь правильного описанного треугольника, если радиус круга равен r.

9.1.132. **(№2026).** В равнобедренном треугольнике боковая сторона равна 10 см, а площадь равна 48 см^2. Определить основание.

9.1.133. **(№2027).** Определить сторону ромба, если его диагонали относятся как $m : n$, а площадь равна Q.

9.1.134. **(№2028).** На сторонах равностороннего треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь полученного шестиугольника, если сторона данного треугольника равна a.

9.1.135. **(№2029).** Данный квадрат со стороной a срезан по углам так, что образовался правильный восьмиугольник. Определить площадь этого восьмиугольника.

9.1.136. **(№2030).** Отношение катетов прямоугольного треугольника равно 1,05; разность между радиусами описанного и вписанного кругов 17 дм. Определить площадь треугольника.

9.1.137. **(№2031).** В ромбе, диагонали которого равны 150 см и 200 см, проведены из вершины тупого угла высоты и концы их соединены. Определить площадь получившегося таким образом треугольника.

9.1.138. **(№2032).** AB и CD — два параллельных отрезка; M — точка пересечения линий AD и BC (соединяющих концы отрезков накрест). Отрезок $AB = 8$ см, отрезок $CD = 12$ см, расстояние между ними равно 10 см. Определить сумму площадей треугольников ABM и MCD.

9.1.139. **(№2033).** Определить площадь треугольника по трем данным сторонам: 1) 13; 14; 15; 2) 29; 25; 6; 3) 5; 6; 9; 4) 3; 5; 7; 5) 6; 5; 2,2; 6) 5; $8\frac{2}{3}$; $12\frac{1}{3}$; 7) 5; 4; $\sqrt{17}$; 8) 5; $\sqrt{58}$, $\sqrt{65}$; 9) $\sqrt{5}$; $\sqrt{10}$; $\sqrt{13}$.

9.1.140. **(№2034).** Определить меньшую высоту треугольника, стороны которого равны 25 дм, 29 дм, 36 дм.

9.1.141. **(№2035).** Определить бóльшую высоту треугольника со сторонами 15, 112, 113.

9.1.142. **(№2036).** Определить стороны треугольника если они относятся, как 26 : 25 : 3, а площадь треугольника равна 9 м^2.

9.1.143. **(№2037).** Определить стороны треугольника, если они относятся, как 9 : 10 : 17, а площадь равна 144 см^2.

9.1.144. **(№2038).** Определить площадь четырехугольника по диагонали, равной 17 см, и сторонам: 10 см и 21 см, лежащим по одну сторону диагонали, 8 см и 15 см — по другую сторону диагонали.

9.1.145. **(№2039).** Радиусы двух пересекающихся окружностей равны 17 см и 39 см, а расстояние между центрами 44 см. Определить длину общей хорды.

9.1.146. **(№2040).** Определить площадь параллелограмма, если одна из его сторон равна 51 см, а диагонали равны 40 см и 74 см.

9.1.147. **(№2041).** Определить площадь треугольника, если две стороны его соответственно равны 27 см и 29 см, а медиана третьей стороны равна 26 см.

9.1.148. **(№2042).** В треугольнике по данным двум сторонам и площади определить третью сторону: 1) $a=17$, $b=28$, $S=210$; 2) $a=7$, $b=11$, $S=\sqrt{1440}$.

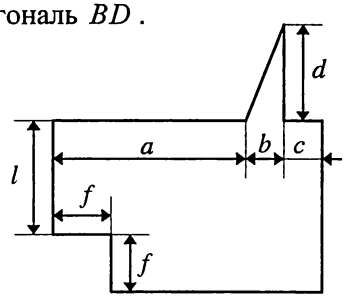
9.1.149. **(№2043).** В треугольнике ABC даны три стороны: $AB=26$, $BC=30$ и $AC=28$. Определить часть площади этого треугольника, заключенную между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины B.

9.1.150. **(№2044).** Стороны треугольника 13 см, 14 см и 15 см. Определить радиус окружности, которая имеет центр на средней стороне и касается двух других сторон.

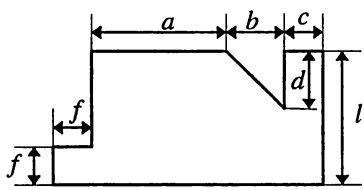
9.1.151. **(№2045).** Вершины данного треугольника соединены с центром вписанного круга. Проведенными прямыми площадь треугольника разделилась на три части: 28 м^2, 60 м^2 и 80 м^2, Определить стороны данного треугольника.

9.1.152. **(№2046).** В четырехугольнике $ABCD$ дано: $AB=26$ см, $BC=30$ см, $CD=17$ см, $AD=25$ см и диагональ $AC=28$ см. Определить площадь четырехугольника и диагональ BD.

9.1.153. **(№2047).** Составьте формулу для вычисления площади фигуры, изображенной на рисунке.



9.1.154. **(№2048).** Периметр прямоугольника равен 26 см, а одна из его сторон 9 см. Найдите сторону квадрата, имеющего такую же площадь, как этот многоугольник.



9.1.155. **(№2049).** Составьте формулу для вычисления площади фигуры, изображенной на рисунке.

9.1.156. **(№2050).** Докажите, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей.

9.1.157. **(№2051).** На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так что $BD \perp AC$. Докажите, что площадь треугольника равна $\frac{1}{2} BD \cdot AC$.

9.1.158. **(№2052).** В трапеции $ABCD$ $\angle A=45^0$, $\angle C=100^0$. Диагональ BD составляет с боковой стороной CD угол в 35^0. На стороне AB построен параллелограмм $ABPK$ так, что точка D принадлежит отрезку BP и $BD:DP=2:1$. Найдите площадь параллелограмма, если его периметр равен 30 см.

9.1.159. **(№2053).** В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BD. Точка D_1 симметрична точке D относительно точки B. Найдите отношение площадей треугольников AD_1C и ABC.

9.1.160. **(№2054).** В трапеции $MPKO$ $\angle M = 45^0$ и $\angle K = 135^0$. На стороне MP построен параллелограмм $MPDT$ так, что его сторона параллельна прямой KO и пересекает сторону MO в точке A, причем $PA : AD = 1 : 3$. Площадь параллелограмма равна 36 см^2. Найдите его периметр.

9.1.161. **(№2055).** В параллелограмме $ABCD$ угол B тупой. На продолжении стороны AD за вершину D отмечена точка E так, что $\angle ECD = 60^0$, $\angle CED = 90^0$, $AB = 4$ см, $AD = 10$ см. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.162. **(№2056).** В параллелограмме $ABCD$ точки M и K — середины сторон BC и AD соответственно. Докажите, что площадь четырехугольника $ABMK$ равна площади треугольника ACD.

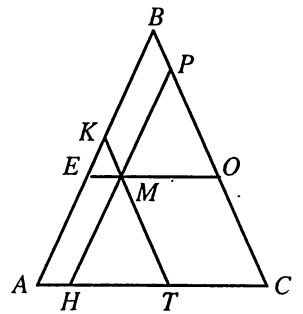
9.1.163. **(№2057).** В параллелограмме $MPKT$ на стороне MT отмечена точка E, $\angle PEM = 90^0$, $\angle EPT = 45^0$, $ME = 4$ см, $ET = 7$ см. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.164. **(№2058).** В параллелограмме $ABCD$ точки M, P, K, T являются серединами сторон AB, BC, CD, AD, соответственно. Докажите, что площади четырехугольников $ABPT$ и $AMKD$ равны.

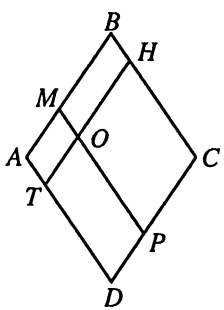
9.1.165. **(№2059).** Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 20 см^2, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит одну из сторон на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла.

9.1.166. **(№2060).** Высоты, проведенные из вершины тупого угла параллелограмма, составляют угол 45^0. Одна из высот делит сторону, на которую она опущена, на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла. Найдите площадь параллелограмма.

9.1.167. **(№2061).** ABC — равнобедренный треугольник с основанием AC, $KT \parallel BC$, $MP \parallel AB$, $EO \parallel AC$. Докажите, что площади четырехугольников $AEMH$ и $MOCT$ относятся как $BP : BK$.



9.1.168. **(№2062).** В ромбе $ABCD$ BM — биссектриса треугольника ABD, $\angle BMD = 157^0 30'$. Найдите площадь ромба, если его высота равна 10 см.



9.1.169. **(№2063).** $ABCD$ — ромб, $HT \parallel AB$, $MP \parallel BC$. Докажите, что произведение площадей четырехугольников $AMOT$ и $OHCP$ равно произведению площадей четырехугольников $MBHO$ и $TOPD$.

9.1.170. **(№2064).** В параллелограмме $ABCD$ угол A тупой. На стороне BC взята точка M, а через вершину D проведена прямая, параллельная AM и пересекающая луч MC в точке K. Точка E принадлежит отрезку AM. На прямой EM отмечена точка P так, что $DE \parallel KP$. Сравните площади невыпуклых пятиугольников $ABMED$ и $DKPMC$.

9.1.171. (№2065). В параллелограмме $ABCD$ угол A тупой. Вне параллелограмма на луче BC отмечены точки M и K, а на луче DC — точки E и P, причем $AM \parallel DK$, $EA \parallel BP$. Докажите, что площади невыпуклых пятиугольников $ABPCM$ и $ADKCE$ равны.

9.1.172. (№2066). В треугольнике ABC $\angle B = 130^0$, $AB = a$, $BC = b$, а в параллелограмме $MKPH$ $MP = a$, $MH = b$, $\angle M = 50^0$. Найдите отношение площади треугольника к площади параллелограмма.

9.1.173. (№2067). В треугольнике ABC $AB = x$, $AC = y$, $\angle A = 15^0$, а в треугольнике MPK $KP = x$, $MK = y$, $\angle K = 165^0$. Сравните площади этих треугольников.

9.1.174. (№2068). В ромбе $ABCD$ диагонали равны 5 см и 12 см. НА диагонали AC взята точка M так, что $AM : MC = 4 : 1$. Найдите площадь треугольника AMD.

9.1.175. (№2069). Внутри параллелограмма $ABCD$ отмечена точка M. Докажите, что сумма площадей треугольников AMD и BMC равна половине площади параллелограмма.

9.1.176. (№2070). В треугольнике ABC $\angle C = 90^0$. На сторонах AC, AB, BC соответственно взяты точки M, P, K так, что четырехугольник $CMPK$ является квадратом, $AC = 6$ см, $BC = 14$ см. Найдите сторону MC.

9.1.177. (№2071). В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O, которая удалена от прямой CD на 4 см. Найдите площадь треугольника AOB, если $CD = 8$ см.

9.1.178. (№2072). В треугольнике точка пересечения биссектрис удалена от прямой, содержащей одну из сторон на 1,5 см. Периметр треугольника равен 16 см. Найдите его площадь.

9.1.179. (№2073). На сторонах AB, BC, AC треугольника ABC отмечены точки M, K, P соответственно так, что $AM:MB = BK:KC = PC:AP = 2:1$. Площадь треугольника ABC равна S. Найдите площадь четырехугольника $MBKP$.

9.1.180. (№2074). В трапеции $MPHK$ MK — большее основание. Площади треугольников MHK и KHP равны S_1 и S_2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.181. (№2075). В трапеции $MHPK$ $MH = HK$, точка A — середина большего основания MK, а точка B — середина боковой стороны MH, $BA \perp MH$, $MK = a$, $HP = b$. Найдите площадь трапеции.

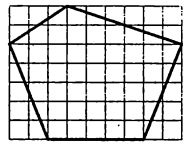
9.1.182. (№2076). Отрезок EP пересекает основания BC и AD трапеции $ABCD$ так, что точки A и E лежат по разные стороны от прямой BC и $EP \perp BC$. Основания трапеции делят отрезок EP на три равные части. Площади треугольников BEC и APD равны S_1 и S_2 соответственно. Найдите площадь трапеции.

9.1.183. (№2077). В трапеции $ABCD$ AD — большее основание. Прямые, проходящие через середины сторон AB, BC, DC перпендикулярно к этим сторонам, пересекаются в точке O; $\angle BCD = 150^0$, $AB = a$, $BC = b$, $AD = c$. Найдите площадь трапеции.

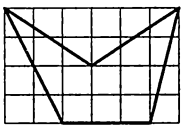
9.1.184. (№2078). В трапеции $MHPK$ основания MK и HP относятся как 3 : 1. На отрезке MK отмечены точки A и B так, что $MA = AB = KB$. Отрезки HB и AP пересекаются в точке O. Найдите площадь трапеции, если площадь треугольника HOP равна 5 см^2.

9.1.185. (№2079). В трапеции $MHPK$ $MH \parallel PK$. Биссектрисы углов M, K, H, P пересекаются в точке O. Расстояние от точки O до прямой PK равно a, $PM = b$, $KH = c$. Найдите площадь трапеции.

9.1.186. **(№2080).** Перечертите фигуру, изображенную на рисунке. Проведите необходимые измерения и вычислите площадь этой фигуры.



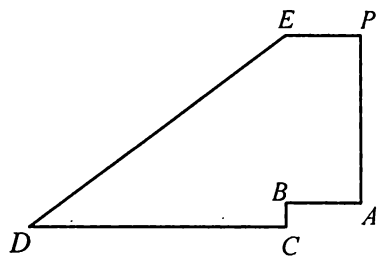
9.1.187. **(№2081).** На стороне AB квадрата $ABCD$, равной 12 см, отмечена точка M так, что $MC = 13$ см. Найдите площадь четырехугольника $AMCD$.

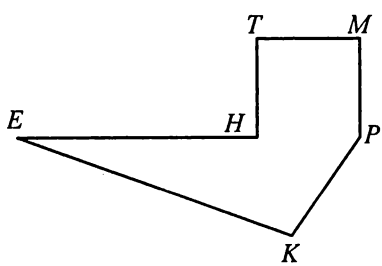


9.1.188. **(№2082).** Перечертите фигуру, изображенную на рисунке. Проведите необходимые измерения и вычислите площадь этой фигуры.

9.1.189. **(№2083).** На стороне PK прямоугольника $MPKH$ отмечена точка E, $ME = 15$ см, $PM = 12$ см, $EK = 6$ см. Найдите площадь четырехугольника $MEKH$.

9.1.190. **(№2084).** Ученику нужно было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке, используя масштабную линейку. Он установил, что $AB = PE = 3$ см, $AP = BE = 4$ см, $AE = 5$ см, $BC = 1$ см, $DC = 12$ см, $DE = 13$ см и точки C, B, E лежат на одной прямой. Может ли ученик, пользуясь этими результатами измерений, вычислить площадь? Чему равно ее значение?





9.1.191. **(№2085).** Ученику нужно было вычислить площадь многоугольника, изображенного на рисунке, используя масштабную линейку. Он установил, что $MP = HT = 4$ см, $MT = PH = 3$ см и что $MH = 5$ см, $EH = 10$ см, $PK = 5$ см, $KE = 12$ см. Точки P, H, E лежат на одной прямой. Мог ли ученик вычислить площадь по этим результатам? Чему эта площадь равна?

9.1.192. **(№2086).** В треугольнике два угла равны 105^0 и 45^0, а площадь равна $\left(\sqrt{3}+1\right)$ см^2. Найдите меньшую высоту треугольника.

9.1.193. **(№2087).** Диагональ ромба в четыре раза больше расстояния от точки пересечения его диагоналей до стороны. Найдите площадь ромба, если его сторона равна 2 см.

9.1.194. **(№2088).** В трапеции $MPKE$ точка A принадлежит большему основанию ME, $AM = MP = a$, $AE = EK$. Найдите площадь трапеции, если ее диагонали проходят через точку пересечения медиан треугольника PAK.

9.1.195. **(№2089).** В трапеции $ABCD$ M — середина большего основания AD, $AB = BC = CD = a$. Точка пересечения диагоналей трапеции совпадает с точкой пересечения высот треугольника BMC. Найдите площадь трапеции.

9.1.196. **(№2090).** На диагонали BD параллелограмма $ABCD$ взята точка M, через которую проведены прямые KL и NE, соответственно параллельные сторонам AB и BC. Найти на чертеже две пары равновеликих трапеций.

9.1.197. **(№2091).** Середины сторон прямоугольника служат вершинами четырехугольника, а середины сторон последнего — вершинами третьего четырехугольника. Найти отношение площадей первого и третьего четырехугольников.

9.1.198. **(№2092).** Будут ли равновелики прямоугольники, если сторонами одного из них служат катеты прямоугольного треугольника, а сторонами второго — гипотенуза и опущенная на нее высота? Записать вывод словами и формулой.

9.1.199. **(№2093).** Найти внутри треугольника такую точку, чтобы отрезки, соединяющие ее с вершинами треугольника, делили его на три равновеликие части.

9.1.200. **(№2094).** Выявить вид треугольника, если $a+h_a=b+h_b$, где a и b — его стороны, а h_a и h_b — соответствующие им высоты.

9.1.201. **(№2095).** Разделить треугольник на две равновеликие части прямой, проходящей через точку, данную на его стороне.

9.1.202. **(№2096).** Сторона и диагональ прямоугольника соответственно равны 6 и 10. Из вершины прямоугольника опущен перпендикуляр на диагональ. Определить площадь прямоугольника и отрезки, на которые перпендикуляр делит диагональ.

9.1.203. **(№2097).** Определить площадь равнобедренной трапеции, у которой боковая сторона, верхнее основание и средняя линия соответственно равны 13, 6 и 15.

9.1.204. **(№2098).** Средняя линия равнобедренной трапеции делится диагональю на части 2 и 5. Определить площадь трапеции, если ее боковая сторона равна 5.

9.1.205. **(№2099).** Диагонали четырехугольника равны и перпендикулярны. Чему равна его площадь, если диагональ равна a.

9.1.206. **(№2100).** Найти геометрическое место точек M, расположенных внутри треугольника ABC, для которых сумма площадей треугольников AMC и BMC равна площади треугольника AMB.

9.1.207. **(№2101).** Доказать, что если через точки, делящие высоты треугольника, считая от соответствующего основания, в отношении $1:2$, провести прямые, параллельные соответствующим сторонам треугольника, то их точка пересечения совпадет с точкой пересечения медиан треугольника.

9.1.208. **(№2102).** Один из углов ромба равен 30^0. Доказать, что его сторона является средней пропорциональной величиной между его диагоналями.

9.1.209. **(№2103).** Построить равнобедренный треугольник по углу между конгруэнтными сторонами и сумме основания и высоты.

9.1.210. **(№2104).** Для строительной площадки отведена площадь в 3,5 га. Какую площадь займет площадка на плане, исполненном в масштабе 1 : 250?

9.1.211. **(№2105).** Доказать, что в треугольнике ABC

$$ab+ac+bc>6S.$$

9.1.212. **(№2106).** Выразить площадь треугольника через длины двух медиан m_1 и m_2 и угол α между ними.

9.1.213. **(№2107).** Выразить площадь треугольника через $\angle A$, h_b и h_c.

9.1.214. **(№2108).** Доказать, что площади треугольников, имеющих равные углы A и A_1, относятся как произведения длин сторон этих углов.

9.1.215. **(№2109).** Длина стороны треугольника 34 см, длины медиан, проведенных к другим сторонам, 27 см и 30 см. Вычислить площадь треугольника.

9.1.216. **(№2110).** Две стороны треугольника и медиана, проведенная к третьей стороне, имеют длины: 2,1 см, 8,9 см, 4,1 см. Определить площадь треугольника.

9.1.217. **(№2111).** Стороны параллелограмма равны 25 см и 39 см, а диагонали относятся как 17 : 28. Найдите длины высот параллелограмма.

9.1.218. **(№2112).** Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, имеющего своими сторонами медианы данного треугольника.

9.1.219. **(№2113).** Для вычисления площади треугольника по длинам его сторон используется также формула $S=\frac{1}{4}\sqrt{4a^2b^2-\left(a^2+b^2-c^2\right)^2}$. Показать разложением подкоренного выражения, что эта формула равносильна формуле $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(b-c)}$ [1]. *Замечание.* Первую формулу есть смысл использовать тогда, когда хотя бы одна из сторон треугольника выражена квадратным радикалом.

9.1.220. **(№2114).** Середина K стороны AB квадрата $ABCD$ соединяется с точками C и D; середина L стороны CD этого квадрата соединяется с точками A и B. Выявить вид четырехугольника, образованного построенными прямыми, и доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{4}$ площади квадрата.

9.1.221. **(№2115).** Точки E и F являются серединами сторон AB и BC квадрата $ABCD$, а M — точкой пересечения прямых CE и DF. Доказать, что площадь треугольника DMC составляет пятую часть площади квадрата.

9.1.222. **(№2116).** Середина одной из диагоналей четырехугольника соединена с концами другой диагонали. Доказать, что полученная ломаная делит четырехугольник на две равновеликие части.

9.1.223. **(№2117).** Если диагональ какого-нибудь четырехугольника делит другую диагональ пополам, то она делит пополам и площадь четырехугольника. Доказать.

---

[1] Эту формулу традиционно называют формулой Герона, так как в работах его предшественников ее не находили. Однако в XX веке стало известно, что значительно раньше Герона эту формулу вывел греческий геометр Архимед (III в. до н.э.). Итак, правильно называть ее формулой Архимеда.

9.1.224. **(№2118).** Прямая проходящая через середины параллельных сторон трапеции, делит ее на две равновеликие части. Доказать.

9.1.225. **(№2119).** На прямой, соединяющей середины оснований трапеции, взята точка и соединена со всеми вершинами трапеции. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам трапеции, равновелики.

9.1.226. **(№2120).** Диагонали трапеции делят ее на четыре треугольника. Доказать, что треугольники, прилежащие к боковым сторонам, равновелики.

9.1.227. **(№2121).** Если в трапеции середину M одной боковой стороны AB соединить с концами другой боковой стороны CD, то площадь полученного треугольника CMD составит половину площади трапеции. Доказать.

9.1.228. **(№2122).** Построить квадрат, площадь которого в три раза больше площади данного квадрата со стороной a.

9.1.229. **(№2123).** На сторонах прямоугольного треугольника построены квадраты, и свободные вершины их соединены. Определить площадь получившегося шестиугольника, если катеты данного треугольника равны a и b.

9.1.230. **(№2124).** Как относятся между собой площади P и Q двух треугольников, имеющих по равному углу, заключенному в первом треугольнике между сторонами в 12 дм и 28 дм, а во втором — между сторонами в 21 дм и 24 дм?

9.1.231. **(№2125).** В треугольнике ABC сторона BA продолжена на длину $AD = 0{,}2 \cdot BA$ и сторона BC — на длину $CE = \frac{2}{3}BC$; точки D и E соединены. Найти отношение площадей треугольников ABC и DBE.

9.1.232. **(№2126).** Свойство биссектрисы треугольника вывести из сравнения площадей.

9.1.233. **(№2127).** Во сколько раз увеличится площадь треугольника, если каждую сторону увеличить в 4 раза? В 5 раз?

9.1.234. **(№2128).** Сторона треугольника равна 5 дм. Чему равна сходственная сторона подобного ему треугольника, площадь которого вдвое больше?

9.1.235. **(№2129).** Какую часть площади (считая от вершины) отсекает средняя линия треугольника?

9.1.236. **(№2130).** Высота треугольника равна h. На каком расстоянии от вершины находится параллель к основанию, делящая площадь треугольника пополам?

9.1.237. **(№2131).** Боковая сторона треугольника разделена в отношении 2 : 3 : 4 (от вершины к основанию), и из точек деления проведены прямые, параллельные основанию. В каком отношении разделилась площадь треугольника?

9.1.238. **(№2132).** Через точку E, делящую сторону AB треугольника ABC в отношении $m : n$, проведена параллель к BC. В каком отношении находятся площадь отсеченного треугольника и площадь получившейся трапеции?

9.1.239. **(№2133).** Прямая, параллельная основанию треугольника, делит его боковую сторону в отношении 5 : 3 (начиная от вершины), а площадь — на части, разность которых равна 56 см^2. Определить площадь всего треугольника.

9.1.240. **(№2134).** Прямыми, параллельными основанию, площадь треугольника разделилась в отношении 9 : 55 : 161 (от вершины к основанию). В каком отношении разделились боковые стороны?

9.1.241. **(№2135).** Какую часть площади одноименных описанных фигур составляют площади следующих вписанных: 1) правильного треугольника; 2) квадрата; 3) правильного шестиугольника? (Решить, не вычисляя самих площадей).

9.1.242. **(№2136).** Сумма площадей трех подобных многоугольников равна 232 дм^2, а периметры их относятся, как 2 : 3 : 4. Определить площадь каждого многоугольника.

9.1.243. **(№2137).** На сторонах прямоугольного треугольника построены подобные фигуры, причем стороны треугольника являются сходственными сторонами этих фигур. Доказать, что площадь фигуры, построенной на гипотенузе, равна сумме площадей фигур, построенных на катетах.

9.1.244. **(№2138).** Как относятся между собой основания такой трапеции, которая равновелика своему дополнительному треугольнику?

9.1.245. **(№2139).** Площадь прямоугольного треугольника разделена пополам прямой, перпендикулярной к гипотенузе. Найти расстояние между этой прямой и вершиной меньшего острого угла, если больший катет равен 20 м.

9.1.246. **(№2140).** В прямоугольном треугольнике катеты относятся, как 3 : 4, а высота делит площадь треугольника на части, разность которых равна 84 дм^2. Определить площадь всего треугольника.

9.1.247. **(№2141).** Три медианы треугольника ABC пересекаются в точке M. Доказать, что площадь треугольника AMB составляет треть площади треугольника ABC.

9.1.248. **(№2142).** Три медианы треугольника делят его площадь на шесть равных частей. Доказать.

9.1.249. **(№2143).** Из внешней точки A проведены к кругу касательная AB и секущая ACD. Определить площадь треугольника CBD, если $AC:AB=2:3$ и площадь $\Delta ABC=20$ дм^2.

9.1.250. **(№2144).** AB и CD — две непересекающиеся хорды, причем $\cup AB=120^0$ и $\cup CD=90^0$; M — точка пересечения хорд AD и BC. Определить площади AMB и CMD, если их сумма содержит 100 см^3.

9.1.251. **(№2145).** AB — диаметр; BC и AC — хорды, причем $\cup BC=60^0$; D — точка пересечения продолженного диаметра и касательной CD. Найти отношение площадей DCB и DCA.

9.1.252. **(№2146).** $ABCD$ — данный квадрат; E и F — середины сторон CD и AD; M — точка пересечения прямых BE и FC. Доказать, что площадь ΔBMC составляет $\frac{1}{5}$ площади квадрата.

9.1.253. **(№2147).** Треугольник и вписанный в него ромб имеют общий угол. Стороны треугольника, заключающие этот угол, относятся, как $m:n$. Найти отношение площади ромба к площади треугольника.

9.1.254. **(№2148).** Меньшая из боковых сторон прямоугольной трапеции a. Другая боковая сторона равна сумме оснований. Найдите площадь прямоугольника, стороны которого равны основаниям названной трапеции.

9.1.255. **(№2149).** Диагонали ромба 30 и 40 см. Вписанная в ромб окружность касается его сторон в точках A, B, C, D. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$.

9.1.256. **(№2150).** Длины сторон прямоугольника a и b. Как разрезать его на две части, из которых можно сложить квадрат, если а) $a=8$ см, $b=18$ см; б) $a=9$ см, $b=16$ см?

9.1.257. (№2151). Длины сторон прямоугольника выражаются целыми числами в сантиметрах, причем периметр (в сантиметрах) и площадь (в квадратных сантиметрах) выражены одинаковыми числами. Найдите площадь прямоугольника.

9.1.258. (№2152). Расстояние внутренней точки M от трех вершин квадрата $ABCD$ таковы $MA = 7$ см, $MB = 17$ см, $MC = 23$ см. Найдите площадь квадрата.

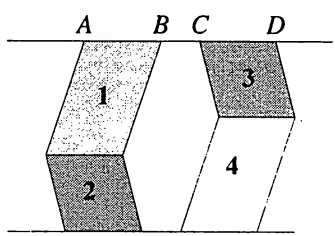
9.1.259. (№2153). Даны три параллельные прямые, средняя из которых удалена от двух других на a и b. Найдите площадь квадрата, три вершины которого находятся на этих прямых.

9.1.260. (№2154). В окружность радиуса R вписан прямоугольник периметра P. Найдите площадь прямоугольника.

9.1.261. (№2155). Найдите площадь параллелограмма по его периметру P и двум высотам — H_1 и H_2.

9.1.262. (№2156). Отрезок BM лежит вне треугольника ABC, но его продолжение пересекает сторону AC. Построены параллелограммы $ABMD$ и $CBME$. Докажите, что сумма площадей этих параллелограммов равна площади четырехугольника $ADEC$.

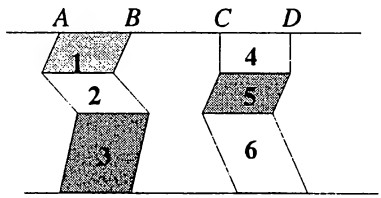
9.1.263. (№2157). На двух параллельных прямых отложены равные отрезки AB и CD, затем построены 4 параллелограмма (см. рис.). Докажите, что сумма площадей двух первых параллелограммов равна сумме площадей двух других.



9.1.264. (№2158). Найдите площадь параллелограмма, у которого периметр $P = 65$ см, а точка пересечения диагоналей удалена от сторон на 4 и 6 см.

9.1.265. **(№2159).** На рисунке построены 6 параллелограммов аналогично задаче № 2157. Докажите, что

$$S_1 + S_2 + S_3 = S_4 + S_5 + S_6.$$



9.1.266. **(№2160).** Площадь ромба вдвое меньше площади квадрата, имеющего такой же периметр, как ромб. Найдите углы ромба.

9.1.267. **(№2161).** Площадь равностороннего треугольника ABC равна S. Из точки M на BC проведены прямые, параллельные AB и AC. Какую наибольшую площадь может иметь площадь полученного параллелограмма?

9.1.268. **(№2162).** Докажите, что в каждом треугольнике

$$ab + ac + bc > 6S.$$

9.1.269. **(№2163).** Найдите углы треугольника, у которого

$$S = \frac{1}{4}\left(a^2 + b^2\right).$$

9.1.270. **(№2164).** Докажите, что в каждом треугольнике

$$S \le \frac{1}{2}\left(a^2 - ab + b^2\right).$$

9.1.271. **(№2165).** Верно ли, что в треугольнике со сторонами a, b, c и высотами h_a, h_b, h_c:

$$(a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right) = (h_a + h_b + h_c)\left(\frac{1}{h_a}+\frac{1}{h_b}+\frac{1}{h_c}\right)?$$

9.1.272. **(№2166).** Длины двух сторон треугольника a и b, биссектрисы углов при третьей стороне пересекаются под углом 15^0. Найдите площадь треугольника.

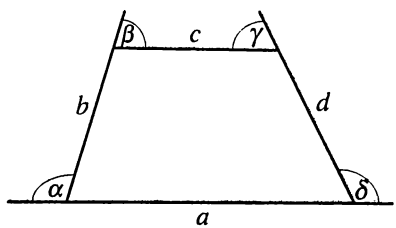
9.1.273. **(№2167).** Два равных прямоугольника имеют общую диагональ, докажите, что площадь их общей части больше половины площади каждого прямоугольника.

9.1.274. **(№2168).** Докажите, что площадь четырехугольника не больше произведения полусумм длин противоположных сторон.

9.1.275. **(№2169).** Около квадрата $ABCD$ описана окружность. Необходимо найти на ней такую точку M, чтобы произведение $MA \cdot MB \cdot MC \cdot MD$ имело наибольшую возможную величину.

9.1.276. **(№2170).** Площадь параллелограмма $ABCD$ равна Q. Вершина M параллелограмма $AMKD$ делит BC так, что $BM:MC = 3:5$. Найдите площадь общей части параллелограммов.

9.1.277. **(№2171).** Площадь четырехугольника Q, длины его сторон равны a, b, c, d, а внешние углы — α, β, γ, δ (см. рис.). Найдите $ab\sin\alpha + bc\sin\beta + cd\sin\gamma + ad\sin\delta$.



9.1.278. **(№2172).** У выпуклого четырехугольника $ABCD$ стороны AB и CD равны и лежат на двух взаимно перпендикулярных прямых. Докажите, что его площадь в 4 раза меньше разности квадратов сторон AD и BC.

9.1.279. **(№2173).** Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника в 8 раз больше площади треугольника. Найдите градусные меры острых углов треугольника.

9.1.280. **(№2174).** $ABCD$ — параллелограмм, M — середина AB, K — середина BC, AK и DM пересекаются в точке O. Найдите отношение площадей треугольника AOD и параллелограмма $ABCD$.

9.1.281. **(№2175).** Разность двух сторон треугольника равна разности высот, проведенных к этим сторонам. Докажите, что эти стороны лежат против острых углов.

9.1.282. **(№2176).** Существует ли равнобокая трапеция, которая делится своей диагональю на части с отношением периметров 1 : 2 и отношением площадей 1 : 3?

9.1.283. **(№2177).** Найдите площадь прямоугольного треугольника, у которого наибольшая медиана имеет длину m и образует с большим катетом угол в 15^0.

9.1.284. **(№2178).** Из точки M, находящейся внутри равностороннего треугольника, опущены перпендикуляры на его стороны. Зная, что длины перпендикуляров 1, 4 и 7 см, найдите площади полученных четырехугольников.

9.1.285. **(№2179).** Докажите, что в прямоугольном треугольнике произведение радиуса вписанной окружности на радиус описанной окружности больше $\frac{2}{5}$ площади треугольника.

9.1.286. **(№2180).** Окружность, вписанная в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на части a и b. Докажите, что площадь треугольника $S = ab$.

9.1.287. **(№2181).** Длины сторон треугольника в сантиметрах выражены последовательными целыми числами. Найдите длины его сторон, зная, что радиус вписанной окружности 4 см.

9.1.288. **(№2182).** Длины сторон треугольника в сантиметрах выражаются последовательными натуральными числами. Найдите эти стороны, зная, что площадь треугольника равна 1170 $см^2$.

9.1.289. (№2183). Три прямые параллельны. Средняя из них удалена от двух других на 4 и 7 см. Найдите площадь равностороннего треугольника, вершины которого лежат на этих прямых.

9.1.290. (№2184). Треугольник разделен на три трапеции, общей вершиной которых является центр масс треугольника. Сравните площади названных трапеций.

9.1.291. (№2185). Площадь квадрата, построенного на диагонали равнобокой трапеции, в 4 раза больше площади трапеции. Докажите, что диагонали этой трапеции взаимно перпендикулярны.

9.1.292. (№2186). Основания трапеции BC и AD, диагонали пересекаются в точке O. Площади треугольников ABO и BCO равны 50 и 20 см^2. Найдите площадь трапеции.

9.1.293. (№2187). Угол между диагоналями равнобокой трапеции равен 60^0 (два случая). Как разрезать эту трапецию на возможно меньшее число частей, из которых можно сложить равносторонний треугольник?.

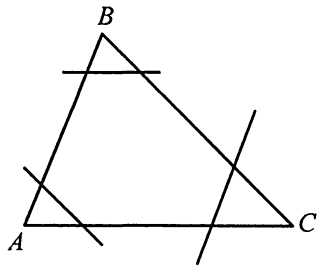
9.1.294. (№2188). Диагонали равнобокой трапеции взаимно перпендикулярны. Продолжения боковых сторон AB и CD пересекаются в точке M под углом в 30^0. Зная, что площадь треугольника BMC равна Q, найдите площадь трапеции.

9.1.295. (№2189). В полукруг радиуса 2 см вписана трапеция, периметр которой равен 10 см. Найдите площадь трапеции.

9.1.296. (№2190). Площадь треугольника равна S. Каждую его сторону продлили на $\frac{1}{3}$ своей длины в обе стороны. Найдите площадь шестиугольника, который получился, когда соединили концы указанных отрезков.

9.1.297. **(№2191).** В равносторонний треугольник ABC вписали треугольник DEF, стороны которого соответственно перпендикулярны сторонам треугольника ABC. Найдите отношение площадей треугольников DEF и ABC.

9.1.298. **(№2192).** Площадь треугольника ABC равна 120 см^2. Каждую его сторону разделили в отношении $1:2:1$. Через точки деления провели три прямые, которые отсекли от треугольника три треугольника (см. рис.). Определить площадь оставшегося шестиугольника.



9.1.299. **(№2193).** На высотах BK и BM ромба $ABCD$ построили ромб. Зная, что его площадь вдвое меньше площади ромба $ABCD$, найдите величины углов ромбов.

9.1.300. **(№2194).** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 24 см. Прямая, параллельная наименьшей медиане, разделила треугольник на части, площади которых относятся, как $1:7$. Найдите длину отрезка этой прямой, ограниченного сторонами треугольника.

9.1.301. **(№2195).** В прямоугольный треугольник, две большие стороны которого 8 и 10 см, вписана окружность. Построив касательные к ней, соответственно параллельные сторонам треугольника, получили шестиугольник. Найдите его площадь.

9.1.302. **(№2196).** Основания трапеции 7 и 17 см. Прямая, параллельная основаниям, разделила трапецию на равновеликие части. Найдите длину отрезка прямой, ограниченного боковыми сторонами трапеции.

9.1.303. **(№2197).** Через внутреннюю точку M треугольника ABC проведены три прямые, соответственно параллельные сторонам треугольника ABC. Площади образовавшихся треугольников с вершиной M равны S_1, S_2, S_3. Найдите площадь треугольника ABC.

9.1.304. **(№2198).** Середины сторон выпуклого шестиугольника последовательно соединены отрезками. Докажите, что площадь полученного шестиугольника больше половины площади начального шестиугольника.

9.1.305. **(№2199).** Выполнив возможно меньшее число разрезов, сложите из трех равных правильных шестиугольников один правильный шестиугольник.

9.1.306. **(№2200).** А теперь из четырех правильных шестиугольников!

9.1.307. **(№2201).** Докажите, что сумма расстояний от всех сторон выпуклого равностороннего многоугольника (или их продолжений) у всех внутренних точек многоугольника одинакова.

9.1.308. **(№2202).** Площадь правильного шестиугольника равна $\frac{3}{4}$ произведения длин двух неравных диагоналей. Докажите.

9.1.309. **(№2203).** Площадь правильного двенадцатиугольника равна квадрату его диагонали. Какой именно?

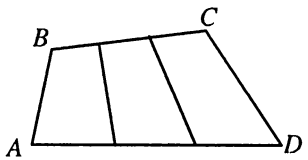
9.1.310. **(№2204).** AB и CD — параллельные стороны правильного двенадцатиугольника, AC и BD не пересекаются. Докажите, что AC и BD делят двенадцатиугольник на три равные части.

9.1.311. **(№2205).** На школьном вечере среди вопросов математической викторины был предложен такой: "Выразите площадь правильного восьмиугольника $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ через его линейные элементы". Поступили следующие ответы: 1) $2R^2\sqrt{2}$; 2) произведение наименьшей диагонали на наибольшую; 3) $A_1A_3 \cdot A_1A_5$; 4) кубический корень из удвоенного произведения длин стороны и всех диагоналей, исходящих из одной вершины; 5) удвоенное произведение стороны на диагональ A_1A_4; 6) произведение двух неравных параллельных диагоналей. Какие из этих ответов правильные?

9.1.312. **(№2206).** Уголки квадрата срезаны так, что получился правильный восьмиугольник. На сколько процентов уменьшилась площадь фигуры?

9.1.313. **(№2207).** Сторона правильного шестиугольника равна a. Через вершину шестиугольника проведена прямая, разделившая его на части, площади которых относятся, как 1 : 3. Найдите длину отрезка прямой, ограниченного сторонами шестиугольника.

9.1.314. **(№2208).** Четырехугольник $ABCD$ разделен на три части отрезками, которые не пересекаются и делят стороны AD и BC на три равные части. Докажите, что площадь средней части равна трети площади четырехугольника $ABCD$.



9.1.315. **(№2209).** Превратить треугольник в равновеликий ему параллелограмм.

9.1.316. **(№2210).** Превратить данный многоугольник в равновеликий ему многоугольник, число сторон которого на одну меньше, чем у данного многоугольника.

9.1.317. **(№2211).** Построить квадрат, равновеликий разности двух данных квадратов.

9.1.318. **(№2212).** Построить квадрат, равновеликий сумме n данных квадратов.

9.1.319. **(№2213).** Построить треугольник, равновеликий данному многоугольнику.

9.1.320. **(№2214).** Дано отношение сторон двух квадратов и один из них; построить другой квадрат.

Тригонометрическая геометрия

9.2.1. **(№2215).** Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 120^0, если две другие стороны равны 6 см и 10 см.

9.2.2. **(№2216).** Остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 3, 5, 7?

9.2.3. **(№2217).** Найдите сторону треугольника, лежащую против угла в 135^0, если две другие стороны равны $2\sqrt{2}$ см и 3 см.

9.2.4. **(№2218).** Остроугольным, прямоугольным или тупоугольным является треугольник, стороны которого равны 4, 5, 6?

9.2.5. **(№2219).** В равнобедренном треугольнике ABC угол при вершине B равен 120^0, $AC = 2\sqrt{21}$. Найдите длину медианы AM.

9.2.6. **(№2220).** Стороны треугольника равны 5, 7 и 8. Найдите угол, лежащий против средней по величине стороны.

9.2.7. **(№2221).** В параллелограмме $ABCD$ $AD = 2$, $\angle BAD = 60^0$, $BE \perp AD$, $BE = 2\sqrt{3}$. Найдите длину его большей диагонали.

9.2.8. **(№2222).** Стороны треугольника равны 3, 5 и 7. Найдите наибольший угол треугольника.

9.2.9. **(№2223).** В треугольнике ABC $b=0{,}3$, $\angle A=32°$, $\angle B=70°$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.10. **(№2224).** Если квадрат стороны треугольника равен неполному квадрату суммы двух других сторон, то эта сторона лежит напротив угла 120^0. Доказать это.

9.2.11. **(№2225).** Если квадрат стороны треугольника равен неполному квадрату разности двух других сторон, то эта сторона лежит против угла, который равен полусумме двух других углов. Доказать это.

9.2.12. **(№2226).** Решить косоугольный треугольник ABC по следующим данным:

а) $a=86{,}4$, $\angle B=93^0 12'$, $\angle C=83^0 6'$;

б) $a=138{,}5$, $\angle A=48^0 18'$, $\angle C=81^0 30'$;

в) $a=0{,}3745$, $b=0{,}4316$, $\angle A=49^0 22'$;

г) $b=20{,}28$, $c=30{,}17$, $\angle C=81^0 26'$;

д) $b=4380$, $c=2084$, $\angle A=61^0 44'$;

е) $a=5{,}86$, $b=7{,}92$, $\angle C=51^0 42'$;

ж) $S=380{,}6$, $\angle A=42^0 36'$, $\angle B=69^0 3'$;

з) $S=1540$, $c=65{,}7$, $b=48{,}3$.

9.2.13. **(№2227).** Применить теорему косинусов для доказательства того, что сумма квадратов диагоналей параллелограмма равна сумме квадратов всех его сторон.

9.2.14. **(№2228).** В треугольнике ABC $\angle A=25^0 30'$; $b=10{,}8$; $BE\perp AC$; $BE=7{,}6$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.15. **(№2229).** В треугольнике ABC $a=3{,}9$, $b=4{,}1$, $c=2{,}8$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.16. **(№2230).** Один из углов треугольника равен 120^0. Зная, что длины сторон треугольника в сантиметрах выражены последовательными нечетными числами, определить периметр треугольника.

9.2.17. **(№2231).** Длины сторон треугольника относятся как 11 : 24 : 31. Найти величины углов треугольника.

9.2.18. **(№2232).** В треугольнике длины сторон угла 120^0 относятся как 5 : 16; длины третьей стороны 38 см. Найти периметр треугольника.

9.2.19. **(№2233).** Угол треугольника равен среднему арифметическому других углов; длины его сторон 10 см и 42 см. Найти длину третьей стороны.

9.2.20. **(№2234).** Каким (остроугольным, прямоугольным, тупоугольным) является треугольник, у которого длины сторон относятся как: а) 38 : 29 : 25; б) 48 : 55 : 73; в) 31 : 32 : 45; г) 109 : 91 : 60?

9.2.21. **(№2235).** Известны длины двух сторон треугольника и величина угла между ними. Определить длину медианы, проведенной к третьей стороне треугольника.

9.2.22. **(№2236).** Одна из сторон параллелограмма равна диагонали. Другая сторона и другая диагональ имеют длины 10 см и 27 см. Найти длины сторон.

9.2.23. **(№2237).** Диагонали параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O. Найти длины диагоналей, если периметры треугольников ABO и BCO и параллелограмма соответственно равны 21 см, 24 см и 38 см.

9.2.24. **(№2238).** Если угол параллелограмма $\alpha = 45^0$, то квадрат произведения диагоналей параллелограмма равен сумме четвертых степеней длин его смежных сторон. Доказать это.

9.2.25. **(№2239).** Верна ли теорема, обратная приведенной в предыдущей задаче?

9.2.26. **(№2240).** Доказать (с применением теоремы косинусов), что длина медианы треугольника $m_a = \frac{1}{2}\sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$.

9.2.27. **(№2241).** Величины внутренних углов треугольника относятся как 1 : 2 : 3. Как относятся длины его сторон?

9.2.28. **(№2242).** Выразить площадь треугольника через сторону a и величины прилежащих к ней углов α и β.

9.2.29. **(№2243).** Найти площадь треугольника по длине медианы AM и размерам углов MAB и MAC.

9.2.30. **(№2244).** Две стороны треугольника, сумма длин которых t, лежат против углов 45^0 и 60^0. Определить длины этих сторон.

9.2.31. **(№2245).** Две стороны треугольника, из которых одна длиннее другой на t, лежат против углов 30^0 и 45^0. Найти длину каждой из этих сторон.

9.2.32. **(№2246).** Биссектриса наибольшего угла прямоугольного треугольника имеет длину t и образует с гипотенузой угол α. Найти площадь этого треугольника.

9.2.33. **(№2247).** Периметр треугольника $P = 38{,}52$ см. Найти длины сторон треугольника, если известно, что $\angle A = 48^0 10'$, $\angle B = 53^0 33'$.

9.2.34. **(№2248).** Найти длины сторон треугольника, у которого величины двух углов α и β, а периметр равен P.

9.2.35. **(№2249).** Медиана AM и высота AK образуют со стороной AB треугольника ABC углы по α. Зная, что $AM = m$, вычислить площадь треугольника ABC.

9.2.36. (№2250). Площадь треугольника ABC равна Q. Выразить величину $a^2 \sin 2B + b^2 \sin 2A$ через Q.

9.2.37. (№2251). Точка M находится внутри треугольника ABC. Лучи AM, BM, CM делят углы треугольника на части α_1 и α_2, β_1 и β_2, γ_1 и γ_2. Докажите, что $\sin\alpha_1 \sin\beta_1 \sin\gamma_1 = \sin\alpha_2 \sin\beta_2 \sin\gamma_2$.

9.2.38. (№2252). Если лучи, исходящие из вершин треугольника, образуют со сторонами при этих вершинах такие угла α_1, α_2, β_1, β_2, γ_1, γ_2, что $\sin\alpha_1 \sin\beta_1 \sin\gamma_1 = \sin\alpha_2 \sin\beta_2 \sin\gamma_2$, то эти лучи пересекаются в одной точке. Докажите.

9.2.39. (№2253). Докажите, что биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на части, обратно пропорциональные синусам углов треугольника, прилежащих к отрезкам стороны.

9.2.40. (№2254). Высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что $AH = \dfrac{BC}{\operatorname{tg} A}$.

9.2.41. (№2255). Диагонали выпуклого четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. M_1 и M_2 — центры масс треугольников BOC и AOD, H_1 и H_2 — ортоцентры треугольников ABO и CDO. Используя результат предыдущей задачи, докажите, что прямые M_1M_2 и H_1H_2 взаимно перпендикулярны.

9.2.42. (№2256). AB и AC — хорды окружности. На продолжении AB отмечена точка N на расстоянии AB от AC и на продолжении AC отмечена точка M на расстоянии AC от AB. Докажите, что MN равен диаметру данной окружности.

9.2.43. **(№2257).** Найдите периметр треугольника, у которого длины сторон (в сантиметрах) выражаются последовательными нечетными числами, а один из углов вдвое больше суммы остальных.

9.2.44. **(№2258).** Вычислите величины углов вписанного в окружность четырехугольника, у которого длины сторон 14, 30, 40, 48.

9.2.45. **(№2259).** Вычислите $\dfrac{ab\cos C + ac\cos B + bc\cos A}{a^2+b^2+c^2}$, где a, b, c, $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ — элементы одного треугольника.

9.2.46. **(№2260).** Докажите, что в треугольнике ABC: $ab\cos C + ac\cos B + bc\cos A \geq \dfrac{1}{6}P^2$, где P — периметр треугольника.

9.2.47. **(№2261).** Медианы AD и BE треугольника ABC взаимно перпендикулярны. Докажите, что $5AB^2 = AC^2 + BC^2$.

9.2.48. **(№2262).** Доказать (с применением теоремы косинусов), что в треугольнике стороны и медианы связаны зависимостями:

а) $m_a^2 + m_b^2 + m_c^2 = \dfrac{3}{4}\left(a^2+b^2+c^2\right)$; б) $m_a^4 + m_b^4 + m_c^4 = \dfrac{9}{16}\left(a^4+b^4+c^4\right)$.

9.2.49. **(№2263).** Точку M стороны AB треугольника ABC соединили с вершиной C. Доказать, что

$$MC^2 \cdot AB = AC^2 \cdot MB + BC^2 \cdot MA - AB \cdot MA \cdot MB$$

(теорема Стюарта).

9.2.50. **(№2264).** На диаметре AB окружности взята точка M; хорда CD параллельна AB. Докажите, что величина $MC^2 + MD^2$ не зависит от выбора точки C.

9.2.51. (№2265). На сторонах треугольника с длинами сторон 5, 6, 7 вне треугольника построены квадраты. Найдите сумму квадратов сторон шестиугольника, вершинами которого являются вершины квадратов, находящиеся вне треугольника.

9.2.52. (№2266). Квадрат произведения длин диагоналей параллелограмма равен сумме четвертых степеней длин двух смежных сторон. Найдите величины углов параллелограмма.

9.2.53. (№2267). Точка M находится на стороне BC треугольника ABC. Докажите, что

$$AM^2 \cdot BC = AB^2 \cdot CM + AC^2 \cdot BM - BC \cdot BM \cdot CM .$$

9.2.54. (№2268). Окружности радиусов 1 и 2 касаются одна другой внешним образом и касаются окружности радиуса 3 внутренним образом. Найдите радиус окружности, которая касается всех трех названных окружностей.

9.2.55. (№2269). Внешние углы треугольника при вершинах A, B, C соответственно α, β, γ, докажите, что

$$ab(1-\cos\gamma)+ac(1-\cos\beta)+bc(1-\cos\alpha)=\frac{1}{2}P^2.$$

9.2.56. (№2270). Докажите, что в треугольнике ABC:

$$\frac{a(a+c-b)}{b(b+c-a)}=\frac{1-\cos A}{1-\cos B}.$$

9.2.57. (№2271). Докажите, что треугольник ABC — остроугольный, если: а) его периметр 17 см, а длина наибольшей стороны 7 см; б) его периметр 99 см, а длина наименьшей стороны 29 м.

9.2.58. (№2272). Центр вписанной в прямоугольный треугольник окружности удален от концов гипотенузы на 7 и $5\sqrt{2}$ см. Найдите длины сторон треугольника.

9.2.59. **(№2273).** Если сумма квадратов диагоналей выпуклого четырехугольника равна сумме квадратов двух противолежащих сторон, то продолжения двух других сторон пересекаются под прямым углом. Докажите.

9.2.60. **(№2274).** В треугольнике ABC $\angle A = 45^0$, $\angle C = 15^0$, $BC = 4\sqrt{6}$. Найдите AC.

9.2.61. **(№2275).** В равнобедренном треугольнике ABC $(AB = BC)$ $\angle A = \alpha$, $AC = b$, AE — биссектриса. Найти AE.

9.2.62. **(№2276).** В прямоугольном треугольнике ABC $(\angle C = 90°)$ CD — биссектриса, $\angle A = 15^0$, $AC = \sqrt{3}$. Найти AD.

9.2.63. **(№2277).** В остроугольном треугольнике ABC $BD \perp AC$, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$, $BD = h$. Найдите AC.

9.2.64. **(№2278).** В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC разбивает угол A на два угла α и β; $AC = d$. Найдите площадь параллелограмма.

9.2.65. **(№2279).** В треугольнике ABC $\angle A = 10^0$, $\angle C = 20^0$, $AC = 10$ см. Найдите радиус окружности, описанной около этого треугольника.

9.2.66. **(№2280).** В равнобедренной трапеции $ABCD$ (AD и BC — основания), $\angle BCA = \beta$, $\angle CDA = \alpha$, $AD = m$. Найти площадь трапеции.

9.2.67. **(№2281).** В треугольнике ABC $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$. Точка D лежит на стороне BC, $\angle DAC = \beta$. Найдите отношение площадей треугольников ABD и ADC.

9.2.68. (№2282). Отношение площади прямоугольного треугольника к площади квадрата, построенного на его гипотенузе, равно k. Найти сумму тангенсов острых углов треугольника.

9.2.69. (№2283). Около круга описана прямоугольная трапеция с острым углом α. Найти высоту трапеции, если периметр её равен P.

9.2.70. (№2284). Найдите площадь трапеции, если ее основания m и n, а прилежащие к основанию m углы равны α и β.

9.2.71. (№2285). В треугольнике ABC $AB=4$, $BC=5$. Площадь треугольника равна $5\sqrt{3}$. Найдите высоту, опущенную из вершины B, если $\cos\angle ABC<0$.

9.2.72. (№2286). Стороны треугольника равны 13, 14 и 15. Найдите радиус описанной около треугольника окружности.

9.2.73. (№2287). В треугольнике ABC $AB=4\sqrt{3}$, $BC=3$. Площадь треугольника равна $3\sqrt{3}$. Найдите радиус описанной около треугольника окружности, если ее центр лежит внутри треугольника.

9.2.74. (№2288). Стороны треугольника равны 25, 39, 56. Найдите высоту, опущенную на большую сторону.

9.2.75. (№2289). Пусть CD — диаметр окружности с центром в точке O и AB — параллельная этому диаметру хорда. На диаметре CD выбрана точка M. Докажите, что сумма MA^2+MB^2 не зависит от положения хорды AB.

9.2.76. (№2290). Докажите, что в любом треугольнике углы A, B и C связаны соотношением:

$$\cos^2 A=\cos^2 C+\sin^2 B-2\sin A\sin B\cos C.$$

9.2.77. **(№2291).** Дан угол BAC. Внутри него выбрана точка M, удаленная от сторон угла на расстояния a и b. Найдите AM, если $\angle BAC = \alpha$.

9.2.78. **(№2292).** Докажите, что в любом треугольнике для углов A, B и C выполняется неравенство:

$$2 - \cos^2 C + 2\sin A \sin B \cos C \le \sqrt{\frac{\sin^4 A + \sin^4 B}{2}}.$$

9.2.79. **(№2293).** В треугольнике ABC $\angle A = 52^0$, $\angle B = 70^0$. Радиус описанной около треугольника окружности равен 7. Найдите площадь треугольника.

9.2.80. **(№2294).** В треугольнике ABC $a = 20$, $b = 48$. Радиус описанной около треугольника окружности равен 25. Найдите площадь треугольника.

9.2.81. **(№2295).** В треугольнике ABC $a + b = 21$, $\angle A = 64^0$, $\angle B = 50^0$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.82. **(№2296).** В треугольнике ABC $BC = 3{,}4$, $\angle ABC = 130^0$. Площадь треугольника равна 3,6. Найдите AC.

9.2.83. **(№2297).** В треугольнике ABC $a - b = 0{,}85$, $\angle A = 112^0$, $\angle B = 36^0$. Найдите неизвестные элементы треугольника.

9.2.84. **(№2298).** В треугольнике ABC $AB = 2{,}1$, $BC = 3{,}2$, $\angle ABC = 53^0$. Найдите радиус описанной окружности.

9.2.85. **(№2299).** В параллелограмме $ABCD$ $AB = 27{,}1$, $AC = 34{,}5$, $\angle CAD = 36^0 15'$. Найдите периметр параллелограмма.

9.2.86. **(№2300).** В четырехугольнике $ABCD$ $AB=3$, $BC=5$, $CD=6$, $AD=4$ $AC=7$. Диагонали пересекаются в точке O. Найдите $\angle AOB$.

9.2.87. **(№2301).** $ABCD$ — выпуклая ломаная линия. $AB=4$, $BC=5$, $CD=7$, $\angle ABC=110^0$, $\angle BCD=140^0$. Найдите расстояние между точками A и D.

9.2.88. **(№2302).** Докажите правильность формулы для вычисления площади треугольника:

$$S=\frac{1}{4}\sqrt{2\left(a^2b^2+a^2c^2+b^2c^2\right)-\left(a^4+b^4+c^4\right)}.$$

9.2.89. **(№2303).** Докажите, что в треугольнике ABC:

$$\frac{a\cos A+b\cos B+c\cos C}{a+b+c}=\frac{r}{R}.$$

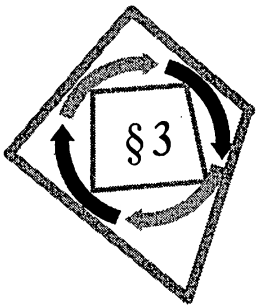
9.2.90. **(№2304).** Докажите, что в четырехугольнике $ABCD$:

$$AD^2=AB^2+BC^2+CD^2-$$

$$-2AB\cdot BC\cdot\cos B-2BC\cdot CD\cdot\cos C+2AB\cdot CD\cdot\cos\left(A+D\right).$$

9.2.91. **(№2305).** Треугольник ABC вписан в окружность, радиус которой равен $2\sqrt{3}$, $\angle A=80^0$, $\angle C=40^0$. Найдите AC.

9.2.92. **(№2306).** Из вершины A равностороннего треугольника ABC проведен луч, пересекающий сторону BC и на нем выбрана некоторая точка M, $\angle AMB=20^0$, $\angle AMC=30^0$. Найдите $\angle MAB$.



Вписанный и описанный четырехугольники

9.3.1. **(№2307).** Меньшая сторона прямоугольника равна 1 м; острый угол между диагоналями равен 60^0. Найти радиус описанного круга.

9.3.2. **(№2308).** В прямоугольнике диагональ образует со стороной угол в $12^0 35'$. На какие четыре части делится вершинами этого прямоугольника описанная около него окружность?

9.3.3. **(№2309).** Вписать круг в данный ромб.

9.3.4. **(№2310).** Сторона ромба равна 8 см; острый угол его содержит 30^0. Определить радиус вписанного круга.

9.3.5. **(№2311).** В ромб вписана окружность. На какие части она делится точками касания сторон, если острый угол ромба равен 37^0?

9.3.6. **(№2312).** В равнобедренной трапеции угол при основании равен 50^0, а угол между диагоналями, обращенный к боковой стороне, равен 40^0. Где лежит центр описанной окружности: внутри или вне трапеции?

9.3.7. **(№2313).** Около круга описана трапеция, периметр которой равен 12 см. Определить среднюю линию этой трапеции.

9.3.8. **(№2314).** Около круга описана равнобедренная трапеция с углом 30^0. Средняя линия ее равна 1 м. Определить радиус круга.

9.3.9. (№2315). Можно ли описать окружность около четырехугольника, углы которого по порядку относятся: 1) как 2 : 4 : 5 : 3; 2) как 5 : 7 : 8 : 9?

9.3.10. (№2316). Три стороны описанного четырехугольника относятся (в последовательном порядке), как 1 : 2 : 3. Определить стороны, если известно, что периметр его равен 24 м.

9.3.11. (№2317). Три угла вписанного четырехугольника (в последовательном порядке) относятся, как 1 : 2 : 3. Определить углы четырехугольника.

9.3.12. (№2318). (Устно.) Около окружности описан четырехугольник. Могут ли его стороны относиться как 1 : 3 : 5 : 4?

9.3.13. (№2319). (Устно.) Три последовательные стороны четырехугольника, описанного около окружности, относятся 1) как 1 : 3 : 4; 2) как 3 : 5 : 7. Определить его стороны, если периметр четырехугольника равен 30.

9.3.14. (№2320). Найти площадь прямоугольной трапеции, описанной около окружности, если ее меньшая боковая сторона равна 8, а острый угол при основании равен 30^0.

9.3.15. (№2321). Около окружности радиуса 3,5 описан ромб с острым углом 30^0. Определить площадь части ромба, расположенной вне окружности.

9.3.16. (№2322). Вокруг окружности описана равнобедренная трапеция, периметр которой равен 10 см. Найдите длину боковой стороны.

9.3.17. (№2323). Вокруг окружности описана равнобедренная трапеция, угол при основании которой равен 30^0. Высота трапеции равна 4 см. Найдите сумму длин оснований трапеции.

9.3.18. **(№2324).** Периметр ромба равен 80 см, а одна из диагоналей 32 см. Найдите радиус вписанной в ромб окружности.

9.3.19. **(№2325).** В окружность радиуса r вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что хорда AD равна хорде BC, если $AB = r$, $BC = r\sqrt{2}$, $CD = r\sqrt{3}$. Выявить вид четырехугольника $ABCD$.

9.3.20. **(№2326).** Пусть AB, BC, CD — три последовательные стороны правильного многоугольника, имеющего центр в точке O. Доказать, что если продолжить стороны AB и CD до из взаимного пересечения в точке O_1, то четырехугольник O_1AOC может быть вписан в окружность.

9.3.21. **(№2327).** Найдите радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, если сторона треугольника равна $2\sqrt{3}$ см.

9.3.22. **(№2328).** Радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, равен $\sqrt{3}$ см. Найдите сторону треугольника.

9.3.23. **(№2329).** Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

9.3.24. **(№2330).** В прямоугольный треугольник вписана окружность. Точка ее касания с гипотенузой делит ее на части, равные 6 см и 4 см. Найдите радиус окружности.

9.3.25. **(№2331).** Найдите радиус окружности, вписанной в равнобедренную трапецию, если ее основания равны 8 см и 2 см.

9.3.26. **(№2332).** В прямоугольный треугольник с углом 60^0 вписана окружность, радиус которой равен $2\sqrt{3}$ см. Найдите площадь этого треугольника.

9.3.27. **(№2333).** Расстояния от центра вписанной в прямоугольную трапецию окружности до концов большей боковой стороны равны 6 см и 8 см. Найдите площадь трапеции.

9.3.28. **(№2334).** В равнобедренном треугольнике расстояние от центра вписанной окружности до вершины равно 5 см. Боковая сторона равна 10 см. Найдите длину этого радиуса.

9.3.29. **(№2335).** Около круга, радиус которого равен 2, описана прямоугольная трапеция. Меньшее основание трапеции равно 3. Найдите площадь трапеции.

9.3.30. **(№2336).** В треугольник со сторонами 20, 20, 24 вписана окружность. Другая окружность касается основания, боковой стороны и данной окружности. Найдите радиус этой окружности.

9.3.31. **(№2337).** В равнобедренную трапецию, основания которой равны 2 см и 8 см, вписана окружность. Другая окружность касается большего основания, боковой стороны и данной окружности. Найдите радиус этой окружности.

9.3.32. **(№2338).** В ромб $ABCD$ со стороной, равной 4 см, и углом BAD, равным 60^0, вписана окружность. К ней проведена касательная, пересекающая AB в точке M и AD — в точке P. Найдите MB и PD, если $MP = 2$ см.

9.3.33. **(№2339).** Вокруг равностороннего треугольника описана окружность, радиус которой равен $3\sqrt{3}$. Найти периметр треугольника.

9.3.34. **(№2340).** В окружность, радиус которой равен 10, вписан прямоугольный треугольник, один из катетов которого равен 16. Найдите площадь этого треугольника.

9.3.35. **(№2341).** Треугольник ABC вписан в окружность. Найдите радиус этой окружности, если $AB = 24$ см, а центр окружности удален от этой стороны на 5 см.

9.3.36. **(№2342).** Найдите периметр прямоугольного треугольника, вписанного в окружность радиуса 7,5 см, если один из катетов равен 9 см.

9.3.37. **(№2343).** Найдите радиус окружности, описанной около треугольника со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

9.3.38. **(№2344).** Основание тупоугольного равнобедренного треугольника равно 24 см, а радиус описанной около него окружности 13 см. Найдите боковую сторону треугольника.

9.3.39. **(№2345).** Сторона равностороннего треугольника ABC равна $\sqrt{3}$ см. Высоты треугольника AD и BE пересекаются в точке M. Докажите, что вокруг четырехугольника $MDCE$ можно описать окружность, и найдите ее радиус.

9.3.40. **(№2346).** Около равнобедренного треугольника ABC с основанием AB и углом 120^0 при вершине описана окружность. Докажите, что отрезок, соединяющий центр описанной окружности с точкой пересечения продолжения высот треугольник, равен диаметру описанной окружности.

9.3.41. **(№2347).** Угол при вершине B равнобедренного треугольника ABC ($AB = BC$) равен 72^0. Через вершину A и центр описанной окружности проведена прямая до пересечения в точке K со стороной BC, $BK = a$. Найдите радиус описанной окружности.

9.3.42. **(№2348).** Трапеция $ABCD$ (AD и BC — основания) вписана в окружность, радиус которой равен 4 см; AC — биссектриса угла A, $\angle BCA = 30^0$. Найдите площадь трапеции.

9.3.43. **(№2349).** Докажите, что точки, симметричные точке пересечения высот треугольника ABC относительно его сторон, лежат на окружности, описанной около этого треугольника.

9.3.44. **(№2350).** Вокруг треугольника ABC описана окружность, радиус которой равен R; $AC = a$, $BC = b$. Точка D лежит на стороне AC, $\angle ABC = \angle BDC$. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника BDC.

9.3.45. **(№2351).** Пусть AA_1, BB_1, CC_1 — высоты треугольника ABC. Биссектрисы треугольника $A_1B_1C_1$ лежат на этих высотах. Доказать.

9.3.46. **(№2352).** В окружность вписан треугольник ABC, $AC = b$, $AB = c$. К окружности в точке A проведена касательная. Прямая CB пересекает эту касательную в точке M. Радиус окружности, описанной около треугольника AMC, равен R. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника AMB.

9.3.47. **(№2353).** При каком условии можно описать окружность около четырехугольника $ABCD$?

9.3.48. **(№2354).** Около каких параллелограммов можно описать окружность?

9.3.49. **(№2355).** У вписанного четырехугольника диагонали равны. Какого вида этот четырехугольник?

9.3.50. **(№2356).** Вершинами четырехугольника являются две вершины треугольника и основания высот, проведенных из этих вершин. Будет ли полученный четырехугольник вписанным?

9.3.51. **(№2357).** Из вершин параллелограмма проведены высоты. Можно ли описать окружность около четырехугольника, вершинами которого являются две противоположные вершины параллелограмма (одна из них — из которой проведены высоты) и основания высот?

9.3.52. **(№2358).** Может ли центр окружности, описанной около трапеции совпадать с точкой пересечения ее диагоналей?

9.3.53. **(№2359).** Из точки, принадлежащей окружности, проведены три хорды. Можно ли описать окружность около четырехугольника с вершинами в данной точке и в серединах хорд?

9.3.54. **(№2360).** К двум окружностям, касающимся внешним образом, проведены две общие внешние касательные. Точки касания касательных к каждой окружности соединены отрезками. Можно ли описать окружность около образованного четырехугольника.

9.3.55. **(№2361).** Докажите, что около равнобедренной трапеции можно описать окружность.

9.3.56. **(№2362).** Биссектрисы внутренних углов четырехугольника, пересекаясь, образуют новый выпуклый четырехугольник. Можно ли около него описать окружность?

9.3.57. **(№2363).** На продолжениях сторон AB и BC треугольника ABC построен подобный ему треугольник A_1BC_1. Можно ли описать окружность около четырехугольника AA_1C_1C ?

9.3.58. **(№2364).** Каждая из диагоналей выпуклого четырехугольника перпендикулярна одной из его сторон. Всегда ли можно описать окружность около этого четырехугольника?

9.3.59. **(№2365).** Две окружности равных радиусов расположены так, что центр одной лежит на другой. Точки пересечения окружностей соединены с их центрами, в результате чего образовался четырехугольник. Какой вид у образованного четырехугольника?

9.3.60. **(№2366).** Из всех параллелограммов около окружности можно описать только ромб. Доказать.

9.3.61. **(№2367).** На одной из сторон треугольника как на диаметре построена окружность. Через противоположную вершину и две точки пересечения этой окружности с двумя другими сторонами (или их продолжениям) проведена другая окружность. Проходит ли вторая окружность через ортоцентр треугольника?

9.3.62. **(№2368).** В окружности проведены два диаметра AB и CD; M — произвольная точка окружности, P и T — ее проекции на диаметры AB и CD. Зависит ли длина отрезка PT от положения точки M на окружности?

9.3.63. **(№2369).** При каком условии в предыдущей задаче отрезок PT равен радиусу данной окружности? Может ли этот отрезок быть больше радиуса данной окружности?

9.3.64. **(№2370).** На стороне AC треугольника ABC лежит центр полуокружности, касающейся сторон AB и BC. При каком условии отрезок, соединяющий точки касания, равен биссектрисе треугольника, проведенной из вершины угла B?

9.3.65. **(№2371).** Окружность касается боковых сторон равнобедренного треугольника в вершинах его основания. Можно ли описать окружность около пятиугольника, вершинами которого являются середины боковых сторон треугольника, вершины его основания и центр данной окружности?

9.3.66. **(№2372).** Суммы противоположных сторон четырехугольника равны. Можно ли вписать в него окружность?

9.3.67. **(№2373).** Окружность пересекает четырехугольник так, что на его сторонах образуются равные хорды. Можно ли в этот четырехугольник вписать окружность?

9.3.68. **(№2374).** В какие параллелограммы можно вписать окружность?

9.3.69. **(№2375).** Длины сторон четырехугольника выражаются четырьмя последовательными натуральными числами. Можно ли в этот четырехугольник вписать окружность?

9.3.70. **(№2376).** Два равносторонние треугольника имеют общее основание. Можно ли в образованный ими выпуклый четырехугольник вписать окружность?

9.3.71. **(№2377).** Центры двух пересекающихся окружностей, соединены отрезками с точками их пересечения. Можно ли вписать окружность в образованный при этом четырехугольник?

9.3.72. **(№2378).** Прямая, параллельная боковой стороне равнобедренного треугольника, отсекает от него трапецию, боковая сторона которой является частью основания данного треугольника и вдвое больше ее меньшего основания. Можно ли в такую трапецию вписать окружность?

9.3.73. **(№2379).** Как нужно отсечь от равностороннего треугольника трапецию, чтоб в нее можно было вписать окружность?

9.3.74. **(№2380).** Две окружности касаются внешне. К ним проведены общие внешние касательные, точки касания которых в каждой окружности соединены отрезками. Можно ли вписать окружность в образованный четырехугольник?

9.3.75. **(№2381).** В окружность с радиусом 39 см вписан прямоугольник с соотношением сторон 5 : 12. Найти площадь прямоугольника.

9.3.76. **(№2382).** В равнобедренной трапеции длины оснований и боковой стороны соответственно равны 14 см, 50 см и 30 см. Найти радиус окружности, описанной около трапеции.

9.3.77. **(№2383).** В окружность вписана трапеция, у которой длины оснований и расстояние между ними соответственно равны 104 см, 32 см и 24 см. Найти радиус окружности.

9.3.78. **(№2384).** Одно из оснований трапеции является диаметром описанной окружности. Зная, что радиус окружности равен 5 см, а периметр трапеции 24,8 см, найти площадь трапеции.

9.3.79. **(№2385).** Если около окружности с центром O описан четырехугольника $ABCD$, то $\angle AOB + \angle COD = 180^0$. Доказать это.

9.3.80. **(№2386).** Около прямоугольника, длины сторон которого 18 см и 24 см описана окружность. Касательные к ней в вершинах прямоугольника образуют четырехугольник. Найти площадь и периметр образованного четырехугольника.

9.3.81. **(№2387).** Длины оснований прямоугольной трапеции 21 см и 28 см. Вычислить площадь трапеции, если известно, что в нее можно вписать окружность.

9.3.82. **(№2388).** Длины боковых сторон прямоугольной трапеции 37 см и 35 см. Найти длины оснований, если известно, что в трапецию можно вписать окружность.

9.3.83. **(№2389).** В прямоугольнике $ABCD$ $AB = 12$ см, $BC = 15$ см. На стороне BC взята точка M так, что в четырехугольник $AMCD$ можно вписать окружность. Найти AM.

9.3.84. **(№2390).** Около окружности с радиусом R описан ромб с острым углом 30^0. Вычислить площадь и периметр ромба.

9.3.85. **(№2391).** Длины диагоналей ромба 30 см и 40 см. Определить радиус окружности, вписанной в этот ромб.

9.3.86. **(№2392).** Около окружности радиуса 7,2 см описан ромб, периметр которого 60 см. Найти длины диагоналей ромба.

9.3.87. **(№2393).** Найти длины диагоналей ромба, если их отношение равно 3 : 4, а радиус вписанной в ромб окружности 24 см.

9.3.88. **(№2394).** Вписаная в ромб окружность делит его сторону в отношении 1 : 3. Определить угол ромба.

9.3.89. **(№2395).** В треугольнике ABC $AB = 36$ см, $BC = 24$ см, $AC = 30$ см. Прямая, параллельная AC, отсекает трапецию, в которую можно вписать окружность. Найти периметр трапеции.

9.3.90. **(№2396).** Около окружности описана равнобедренная трапеция, длина оснований которой 8 см и 18 см. Найти радиус окружности.

9.3.91. **(№2397).** Около окружности радиуса 10 см описана равнобедренная трапеция, у которой длины оснований относятся как 1 : 4. Найти периметр трапеции. Определить расстояние между точками, в которых боковые стороны трапеции касаются этой окружности.

9.3.92. **(№2398).** Около окружности описана трапеция, у которой длины оснований и одной боковой стороны равны 27 см, 6 см и 13 см. Найти радиус этой окружности.

9.3.93. **(№2399).** В окружность вписан четырехугольник $ABCD$. Биссектрисы углов A и C пересекают окружность в точках E и F. Докажите, что прямая EF проходит через центр окружности.

9.3.94. **(№2400).** Один из углов четырехугольника $ABCD$ равен 56^0, $AB = BC$, $AD = CD$. Около четырехугольника можно описать окружность. Найдите величину наибольшего угла четырехугольника.

9.3.95. **(№2401).** Докажите, что в трапецию можно вписать окружность только в том случае, когда окружности, построенные на боковых сторонах, как на диаметрах, касаются.

9.3.96. **(№2402).** Диагонали выпуклого четырехугольника взаимно перпендикулярны. Из точки их пересечения опущены перпендикуляры на все стороны четырехугольника. Докажите, что основания этих перпендикуляров лежат на одной окружности.

9.3.97. (№2403). В окружность вписан прямоугольник $ABCD$. Из точки M окружности опущены перпендикуляры ME и MF на диагонали прямоугольника. Докажите, что расстояние между основаниями перпендикуляров не зависит от выбора точки M.

9.3.98. (№2404). BC — гипотенуза прямоугольного треугольника ABC. O — центр симметрии квадрата, построенного на BC вне данного треугольника. Доказать, что O лежит на биссектрисе угла BAC.

9.3.99. (№2405). AA_1, BB_1, CC_1 — высоты остроугольного треугольника ABC пересекаются в точке H. Докажите, что лучи A_1H, B_1H, C_1H делят пополам углы треугольника $A_1B_1C_1$.

9.3.100. (№2406). Внутри треугольника ABC взята такая точка M, что $\angle MAC = \angle MBA = \angle MCB = \alpha$. На стороны треугольника ABC опущены перпендикуляры MA_1, MB_1, MC_1. Докажите, что эти перпендикуляры образуют с соответствующими сторонами треугольника $A_1B_1C_1$ углы по α.

9.3.101. (№2407). Две окружности пересекаются в точках A и B. Прямая, проходящая через A, пересекает окружности в точках C и D; прямая, проходящая через B, пересекает окружности в точках E и F. Докажите, что прямая $CE \parallel DF$. Верно ли это утверждение, если хорды AC и BE пересекаются?

9.3.102. (№2408). Около окружности описан четырехугольник $ABCD$, его стороны касаются окружности в точках K, L, M, N. Можно ли по углам A, B, C определить углы четырехугольника $KLMN$.

9.3.103. (№2409). Три стороны описанного четырехугольника 23 см, 26 см и 53 см. Определить длину четвертой стороны.

9.3.104. **(№2410).** Точки касания делят стороны AB, BC, CD описанного четырехугольника в отношениях 1 : 2, 3 : 4, 3 : 5. В каком отношении делится точкой касания сторона AD?

9.3.105. **(№2411).** Три окружности проходят через точку M и попарно пересекаются в точках A, B, C. Прямая, проходящая через точку A, пересекает две окружности в точках D и E. Докажите, что прямые DB и EC пересекаются на третьей окружности.

9.3.106. **(№2412).** Доказать, что произведение длин диагоналей вписанного четырехугольника равно сумме произведений противоположных сторон. (Теорема Птолемея).

9.3.107. **(№2413).** Доказать, что отношение длин диагоналей вписанного четырехугольника равно $\frac{ab+cd}{bc+ad}$, где a, b, c, d — длины сторон четырехугольника.

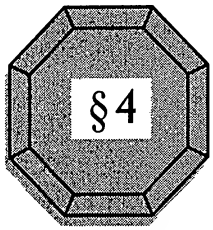
9.3.108. **(№2414).** На сторонах треугольника вне его построены равносторонние треугольники. Доказать, что окружности, описанные около трех этих треугольников, пересекаются в одной точке.

9.3.109. **(№2415).** Пользуясь только циркулем, определить, можно ли описать окружность около данного четырехугольника.

9.3.110. **(№2416).** Вписать в данную окружность трапецию по положениям середины боковой стороны и точки на другой боковой стороне.

9.3.111. **(№2417).** Описать около данной окружности равнобедренную трапецию с данным углом при большем основании.

9.3.112. **(№2418).** Построить ромб $ABCD$ по положению середины стороны AD и точками, в которых вписанная окружность касается сторон AB и BC.



Правильные многоугольники

9.4.1. **(№2419).** Будет ли правильным многоугольник, у которого: а) все стороны равны; б) все углы равны?

9.4.2. **(№2420).** Может ли описанный многоугольник иметь: 1) равные стороны, но неравные углы; 2) равные углы, но неравные стороны?

9.4.3. **(№2421).** Может ли угол в 16^0 быть центральным углом правильного многоугольника?

9.4.4. **(№2422).** Может ли сторона правильного стоугольника лежать на одной прямой со стороной правильного десятиугольника, вписанного в ту же окружность, что и стоугольник?

9.4.5. **(№2423).** У какого правильного многоугольника центральный угол равен внешнему его углу?

9.4.6. **(№2424).** Может ли синус внешнего угла правильного многоугольника быть равным 0,5?

9.4.7. **(№2425).** Из каких трех ромбов можно составить правильный шестиугольник?

9.4.8. **(№2426).** Можно ли составить правильный многоугольник из квадратов?

9.4.9. (№2427). (Устно.) На какой угол нужно повернуть правильный треугольник вокруг его центра, чтобы он совместился сам с собой?

9.4.10. (№2428). (Устно.) Найти отношение центрального угла правильного многоугольника к его внешнему углу.

9.4.11. (№2429). (Устно.) Сколько осей симметрии имеет правильный многоугольник?

9.4.12. (№2430). (Устно.) Какой правильный многоугольник имеет центр симметрии?

9.4.13. (№2431). Наибольшая диагональ правильного многоугольника составляет с его стороной угол, равный $67{,}5^0$. Сколько сторон у этого многоугольника?

9.4.14. (№2432). Чему равны диагонали правильного шестиугольника, если его сторона равна a?

9.4.15. (№2433). Определить число сторон правильного многоугольника, если внешний угол многоугольника равен $\frac{2}{3}$ его внутреннего угла.

9.4.16. (№2434). Вычислить центральный угол правильных 24-угольника и 16-угольника.

9.4.17. (№2435). Какой правильный многоугольник имеет центральный угол, равный 30^0? 12^0?

9.4.18. (№2436). Центральный угол правильного многоугольника и угол при вершине в сумме составляют 180^0. Доказать.

9.4.19. (№2437). Определить величину угла правильного n-угольника ($n = 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 8;\ 10;\ 12;\ 25$).

9.4.20. **(№2438).** Сколько сторон имеет правильный многоугольник, каждый из внутренних углов которого равен 135^0? 150^0?

9.4.21. **(№2439).** Сколько сторон имеет правильный многоугольник, каждый из внешних углов которого равен 36^0? 24^0?

9.4.22. **(№2440).** В треугольнике центр тяжести совпадает с центром вписанной окружности. Какой вид имеет этот треугольник.

9.4.23. **(№2441).** Какая существует зависимость между радиусами вписанной и описанной окружностей в равностороннем треугольнике?

9.4.24. **(№2442).** Стороной какого правильного вписанного в данную окружность многоугольника является хорда, перпендикулярная радиусу в его середине?

9.4.25. **(№2443).** Диаметр круга 18 см. Можно ли из него вырезать квадрат со стороной 13 см?

9.4.26. **(№2444).** Две равные окружности пересекаются так, что центр одной окружности лежит на другой. Является ли правильным треугольник, вершинами которого есть точка пересечения и центры данных окружностей.

9.4.27. **(№2445).** Конец валика диаметром в 4 см опилен под квадрат. Определить наибольший размер, который может иметь сторона квадрата.

9.4.28. **(№2446).** Конец винта газовой задвижки имеет правильную трехгранную форму. Какой наибольший размер может иметь каждая грань, если цилиндрическая часть винта имеет диаметр в 2 см?

9.4.29. **(№2447).** Вписать в окружность правильный 12-угольник, 15-угольник.

9.4.30. **(№2448).** Описать около круга правильный 8-угольник, 12-угольник.

9.4.31. **(№2449).** Хорда, перпендикулярная к радиусу в его середине, равна стороне правильного вписанного треугольника. Доказать. Показать, что $k_6 = 0{,}5a_3$.

9.4.32. **(№2450).** Разность между радиусами окружностей, описанной около правильного треугольника и вписанной в него, равна m. Определить сторону треугольника.

9.4.33. **(№2451).** Сторона правильного многоугольника равна a; радиус круга, описанного около этого многоугольника, равен R. Определить радиус вписанного круга.

9.4.34. **(№2452).** Сторона правильного многоугольника равна a; радиус вписанного в него круга равен r. Определить радиус описанного круга.

9.4.35. **(№2453).** R — радиус описанного около многоугольника круга, r — радиус вписанного круга. Определить сторону этого многоугольника.

9.4.36. **(№2454).** В окружность радиуса $R = 4$ см вписан правильный 6-угольник. Найти проекции его сторон на каждую диагональ.

9.4.37. **(№2455).** Доказать, что 1) $a_8 = R\sqrt{2-\sqrt{2}}$; 2) $k_8 = \frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

9.4.38. **(№2456).** Доказать, что 1) $a_{12} = R\sqrt{2-\sqrt{3}}$; 2) $k_{12} = \frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{3}}$.

9.4.39. **(№2457).** По данному $a_n = a$ определить R, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8; 5) 12.

9.4.40. **(№2458).** По данному a определить: 1) k_3; 2) k_4; 3) k_6.

9.4.41. **(№2459).** По данному $k_n = k$ определить R, если n равно: 1) 3; 2) 4; 3) 6; 4) 8.

9.4.42. **(№2460).** По данному R определить 1) b_3; 2) b_4; 3) b_6.

9.4.43. **(№2461).** В круг радиуса $R = 50$ см вписать правильный 7-угольник, воспользовавшись тем, что сторона правильного вписанного 7-угольника равна приблизительно половине стороны правильного вписанного треугольника.

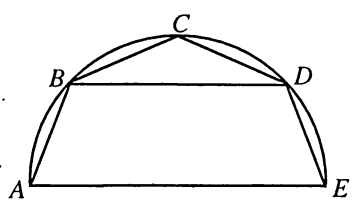
9.4.44. **(№2462).** Построить правильный пятиугольник по диагонали.

9.4.45. **(№2463).** По данному радиусу круга R и данной стороне a_n правильного вписанного n-угольника определить сторону b_n правильного описанного n-угольника.

9.4.46. **(№2464).** Определить длину диагоналей правильного 8-угольника: 1) по данному радиусу R; 2) по данной стороне a.

9.4.47. **(№2465).** Определить длину диагоналей правильного 12-угольника: 1) по данному радиусу R; 2) по данной стороне a.

9.4.48. **(№2466).** Самое простое мансардное покрытие образует в вертикальном сечении половину правильного 8-угольника (см. рис.). Найти ширину перекрытия BD, сторону 8-угольника и высоту мансардной комнатки $ABDE$. Дано: $AE = 6$ м.



9.4.49. **(№2467).** Докажите, что в правильном многоугольнике сумма длин перпендикуляров, проведенных из точки, взятой внутри этого

многоугольника, на все его стороны, равна радиусу вписанной в этот многоугольник окружности, умноженному на число сторон.

9.4.50. (№2468). На сторонах правильного 8-угольника $A_1A_2...A_8$ вне его построены квадраты. Докажите, что многоугольник, образованный вершинами этих квадратов, отличных от A_1, A_2, ..., A_8 не является правильным.

9.4.51. (№2469). В окружность радиуса R вписан правильный n-угольник, и середины его сторон последовательно соединены. Определить сторону нового n-угольника, если n равно: 1) 6; 2) 8.

9.4.52. (№2470). В правильном 8-угольнике со стороной a соединены середины четырех сторон, взятых через одну так, что получится квадрат. Определить сторону квадрата.

9.4.53. (№2471). В правильном 12-угольнике со стороной a соединены середины шести сторон, взятых через одну так, что получился правильный 6-угольник. Определить его сторону.

9.4.54. (№2472). Построить правильный 8-угольник отсечением углов данного квадрата. Чтобы превратить данный квадрат отсечением его углов в правильный 8-угольник, засекаем стороны квадрата дугами, имеющими радиусами половину диагонали квадрата, а центрами — вершины квадрата. Доказать, что полученный 8-угольник будет правильным.

9.4.55. (№2473). Путем срезывания углов превратить данный правильный треугольник со стороной a в правильный 6 угольник и определить его сторону.

9.4.56. (№2474). Какими равными правильными многоугольниками могут быть плитки, чтобы ими выложить паркетный пол?

9.4.57. **(№2475).** Привести примеры покрытия пола плитками, которые имеют форму правильных многоугольников двух видов.

9.4.58. **(№2476).** В круг вписан правильный четырехугольник со стороной, равной a. Определить площадь правильного восьмиугольника, вписанного в этот же круг.

9.4.59. **(№2477).** На сторонах равностороннего треугольника вне его построены квадраты. Являются ли их вершины вершинами правильного шестиугольника.

9.4.60. **(№2478).** Доказать, что диагональ правильного пятиугольника параллельна одной из его сторон.

9.4.61. **(№2479).** У какого правильного многоугольника радиус вписанной окружность вдвое меньше его стороны?

9.4.62. **(№2480).** Сторона правильного вписанного в окружность треугольника равна b. Найти радиус круга и сторону вписанного в окружность квадрата.

9.4.63. **(№2481).** В окружность, радиус которой равен 4 дм, вписан правильный треугольник, на стороне которого построен квадрат. Определить радиус окружности, описанной около квадрата.

9.4.64. **(№2482).** В окружность радиуса R вписан правильный треугольник, в который вписан круг, а в этот круг вписан квадрат. Определить сторону этого квадрата.

9.4.65. **(№2483).** Около правильного треугольника со стороной a описана окружность; около этой окружности описан квадрат, а около него — окружность. Определить радиус окружности, описанной около квадрата.

9.4.66. **(№2484).** Общая хорда двух пересекающихся окружностей равна a и служит для одной окружности стороной правильного вписанного треугольника, а для другой — стороной вписанного квадрата. Определить расстояние между центрами окружностей.

9.4.67. **(№2485).** Центры двух пересекающихся окружностей лежат по одну сторону от их общей хорды, имеющей длину a и стягивающей в одной окружности дугу в 60^0, а в другой — дугу в 30^0. Определить расстояние между центрами.

9.4.68. **(№2486).** ABC — вписанный правильный треугольник; AD — треть стороны AB; BE — треть стороны BC. Доказать, что отрезок DE равен радиусу.

9.4.69. **(№2487).** Один из двух квадратов со стороной a, наложенных друг на друга, повернут около центра на 45^0. Определить периметр образовавшейся при этом звезды.

9.4.70. **(№2488).** Если стороны правильного пятиугольника продолжить до взаимного пересечения, то получается звездчатый пятиугольник с равными сторонами (пентаграмма). Доказать.

9.4.71. **(№2489).** Окружность радиуса R разделена на шесть равных частей, и точки деления соединены хордами через одну. Определить сторону полученной шестиугольной звезды.

9.4.72. **(№2490).** Окружность радиуса R разделена на восемь равных частей, и точки деления соединены хордами через одну. Определить сторону восьмиугольной звезды.

9.4.73. **(№2491).** По данному радиусу R определить хорду дуги, которая содержит: 1) 135^0; 2) 150^0.

9.4.74. **(№2492).** Середина полуокружности соединена с концами диаметра, и через середины соединяющих отрезков проведена хорда. Каждый из боковых отрезков хорды равен c. Определить радиус круга.

9.4.75. (№2493). В сегмент с дугой в 120^0 и высотой h вписан прямоугольник, у которого основание в 4 раза больше высоты. Определить высоту прямоугольника.

9.4.76. (№2494). На каждой из двух половин данного отрезка построены, как на диаметрах, два круга, и из каждого конца этого отрезка проведены касательные к кругу, построенному у другого конца. Доказать, что отрезок, соединяющий точки пересечения касательных, равен стороне квадрата, вписанного в один из построенных кругов.

9.4.77. (№2495). В окружность O радиуса r вписан четырехугольник $ABCD$. Доказать, что хорда AD равна хорде BC, если $AB = r$, $BC = r\sqrt{2}$, $CD = r\sqrt{3}$. Выявить вид четырехугольника $ABCD$.

9.4.78. (№2496). Пусть AB, BC, CD — три последовательные стороны правильного многоугольника, имеющего центр в точке O. Доказать, что если продолжить стороны AB и CD до их взаимного пересечения в точке O_1, то четырехугольник O_1AOC может быть вписан в окружность.

9.4.79. (№2497). Известно, что данный пятиугольник имеет 2 оси симметрии. Является ли он правильным?

9.4.80. (№2498). В окружность радиуса R вписан правильный многоугольник со стороной a_n. Удвоить число сторон этого многоугольника и доказать, что $a_{2n} = \sqrt{2R^2 - 2R\sqrt{R^2 - \frac{a_n^2}{4}}}$.

9.4.81. (№2499). Из точки, находящейся вне окружности, на расстоянии d от центра проведены две касательные, составляющие угол φ. Определить площадь правильного треугольника, вписанного в эту окружность, если $d \approx 12{,}0$, $\varphi \approx 25^0 3'$.

9.4.82. **(№2500).** Вычислить площадь клумбы, имеющей форму правильного пятиугольника, если расстояние от вершины пятиугольника до середины противоположной стороны равно d ($d \approx 9{,}4$ м).

9.4.83. **(№2501).** Дан правильный шестиугольник со стороной a. Из каждой его вершины описана окружность радиусом, равным половине его стороны. Определить площадь той части шестиугольника, которая остается вне окружностей.

9.4.84. **(№2502).** Три окружности радиуса r попарно внешне касаются. Определить площадь криволинейного треугольника, образованного этими окружностями, если $r \approx 3{,}0$.

9.4.85. **(№2503).** Около правильного шестиугольника описана окружность и в него вписана окружность. Длина большей окружности равна 4π. Найдите площадь кольца и площадь шестиугольника.

9.4.86. **(№2504).** Четыре окружности радиуса r попарно внешне касаются. Определить площадь криволинейного четырехугольника, образованного меньшими дугами этих окружностей, если $r \approx 3{,}0$.

9.4.87. **(№2505).** Длина окружности радиуса r разделена на шесть равных частей. Из точек деления, как из центров проведены окружности радиуса r, которые своим пересечением образуют шестилепестковую розетку. Вычислить площадь розетки.

9.4.88. **(№2506).** В круг вписан правильный четырехугольник, а в него вписан круг. Во второй круг вписан правильный треугольник. Определить отношение площадей четырехугольника и треугольника.

9.4.89. **(№2507).** В окружность вписаны правильные треугольник и шестиугольник. Найти отношение их площадей.

9.4.90. **(№2508).** Около правильного треугольника со стороной, равной a, описана и в него вписана окружность. Определить площадь кольца.

9.4.91. **(№2509).** Две окружности радиуса r расположены так, что каждая проходит через центр второй. Определить площадь круга, вписанного в криволинейный треугольник, имеющий своими вершинами центры окружностей и одну из точек их пересечения.

9.4.92. **(№2510).** Около равнобедренного треугольника с боковой стороной, равной 2, описана окружность. Определить часть площади круга, расположенную вне треугольника, если отношение высоты, опущенной на основание, к радиусу описанной окружности равно 1 : 2.

9.4.93. **(№2511).** Высота CN треугольника ABC равна 10. На каком расстоянии от вершины C нужно провести прямую, параллельную противоположной стороне AB, чтобы треугольник разделился на две равновеликие части?

9.4.94. **(№2512).** Каждая из двух сторон треугольника разделена в отношении 1 : 2 : 3. В каком отношении находятся площади частей треугольника, рассеченного прямыми, соединяющими соответственные точки деления, к площади данного треугольника?

9.4.95. **(№2513).** Найти отношение площади данного треугольника к площади треугольника, имеющего своими сторонами медианы данного треугольника.

9.4.96. **(№2514).** Середина K стороны AB квадрата $ABCD$ соединяется с точками C и D; середина L стороны CD этого квадрата соединяется с точками A и B. Выявить вид четырехугольника, образованного построенными прямыми, и доказать, что его площадь составляет $\frac{1}{4}$ площади квадрата.

9.4.97. **(№2515).** Точки E и F являются серединами сторон AB и BC квадрата $ABCD$, а M — точкой пересечения прямых CE и DF. Доказать, что площадь треугольника DMC составляет пятую часть площади квадрата.

9.4.98. **(№2516).** Из точки M, взятой на окружности, радиуса R, проведены две хорды MA и MB. Определить хорду AB, если хорда MA равна R, а хорда MB равна $R\sqrt{2}$.

9.4.99. **(№2517).** На стороне AB правильного вписанного треугольника ABC как на основании построен равнобедренный треугольник, боковая сторона которого равна стороне правильного вписанного в эту окружность четырехугольника. Определить отрезки, на которые делится радиус OC вершиной M, построенного равнобедренного треугольника ABM.

9.4.100. **(№2518).** Внутренний угол правильного многоугольника в 8 раз больше центрального угла. Определить количество сторон и диагоналей многоугольника.

9.4.101. **(№2519).** Внутренний угол правильного многоугольника на 108^0 больше центрального угла. Определить количество вершин этого многоугольника.

9.4.102. **(№2520).** Может ли центральный угол правильного многоугольника быть равным внутреннему углу этого многоугольника; быть больше внутреннего угла этого многоугольника.

9.4.103. **(№2521).** Внутренние углы двух правильных многоугольников относятся как 1 : 2. Определить количество сторон этих многоугольников.

9.4.104. **(№2522).** Величины внутренних углов двух правильных многоугольников относятся как 2 : 5. Определить величины внешних углов этих многоугольников.

9.4.105. **(№2523).** Внутренние углы двух правильных многоугольников относятся как 5 : 7. Как относятся количества диагоналей этих многоугольников?

9.4.106. **(№2524).** Как можно из правильного шестиугольника вырезать наибольший возможный равносторонний треугольник.

9.4.107. **(№2525).** Вписать в данный правильный шестиугольник наименьший возможный равносторонний треугольник.

9.4.108. **(№2526).** Как из данного равностороннего треугольника вырезать наибольший возможный квадрат; правильный шестиугольник; правильный двенадцатиугольник?

9.4.109. **(№2527).** На сторонах правильного шестиугольника вне его построены квадраты. Являются ли их вершины вершинами правильного двенадцатиугольника?

9.4.110. **(№2528).** В данную окружность вписать квадрат, у которого продолжение одной из сторон проходит через данную вне окружности точку M.

9.4.111. **(№2529).** Стороны треугольника соответственно равны сторонам равностороннего треугольника, квадрата и правильного шестиугольника, вписанных в одну окружность. Доказать, что этот треугольник прямоугольный.

9.4.112. **(№2530).** Длина стороны правильного пятиугольника a. Определить длину его диагонали.

9.4.113. **(№2531).** Каждая сторона треугольника имеет длину a. Построена окружность радиуса $\frac{a}{3}$ с центром в точке пересечения медиан этого треугольника. Доказать, что точки пересечения этой окружности со сторонами треугольника являются вершинами правильного шестиугольника.

9.4.114. (№2532). В правильном шестиугольнике проведены все меньшие диагонали. Доказать, что при этом каждая из них поделилась на три равные части.

9.4.115. (№2533). В обойме шарикоподшипника размещены 12 шариков, диаметр каждого из которых 12 мм. Определить диаметры внутреннего и внешнего кругов качения.

9.4.116. (№2534). Выразить площадь правильного восьмиугольника через радиус описанной окружности.

9.4.117. (№2535). Выразить площадь правильного двенадцатиугольника через радиус описанной окружности.

9.4.118. (№2536). Доказать, что сумма расстояний от точки, лежащей в середине правильного многоугольника, до сторон многоугольника (или их продолжений) — константа.

9.4.119. (№2537). Вершины одного шестиугольника являются серединами сторон другого правильного шестиугольника. Определить отношения площадей этих фигур.

9.4.120. (№2538). Выразить площадь правильного шестиугольника через длину его а) стороны; б) меньшей диагонали.

9.4.121. (№2539). Равносторонний треугольник, квадрат и правильный шестиугольник имеют одинаковые периметры. Как относятся их площади.

9.4.122. (№2540). Меньшие диагонали правильного шестиугольника ограничивают правильный шестиугольник. Как относится его площадь к площади начальной фигуры?

9.4.123. (№2541). Апофемы равностороннего треугольника, квадрата и правильного шестиугольника равны. Как относятся площади этих фигур?

9.4.124. (№2542). Середины сторон AB, CD и EF правильного шестиугольника $ABCDEF$ соединены отрезками. Найти отношения периметра и площади образованного треугольника к периметру и площади начального шестиугольника.

9.4.125. (№2543). На сколько областей делят плоскость прямые, на которых лежат все стороны данного правильного а) шестиугольника; б) восьмиугольника?

9.4.126. (№2544). Треугольник ABC — равносторонний. Вне его построены квадраты ABB_1A_1, ACC_1A_2, BCC_2B_2. Прямые AA_1 и CC_2, BB_1 и CC_1, AA_2 и BB_2 пересекаются в точках K, L, M. Докажите, что шестиугольник $AKCLBM$ — правильный.

9.4.127. (№2545). Постройте правильный шестиугольник с центром в данной точке O, зная, что концы одной малой диагонали лежат на двух данных прямых.

9.4.128. (№2546). Постройте правильный восьмиугольник, у которого центр находится в данной точке O, а концы двух апофем, проведенных к смежным сторонам, находятся на данной окружности и данной прямой.

9.4.129. (№2547). Как изменится решение предыдущей задачи, если концы названных апофем лежат на данной окружности, центр которой не O?

9.4.130. (№2548). На сторонах квадрата $ABCD$ вне его построены равносторонние треугольники ABK, BCM, CDP, DAT. Докажите, что середины отрезков KM, MP, PT, TK, AK, BK, BM, CM, CP, DP, DT, AT являются вершинами правильного двенадцатиугольника.

9.4.131. **(№2549).** Точка M находится в плоскости правильного шестиугольника $ABCDEF$. Докажите, что можно построить шестиугольник, длины сторон которого равны расстояниям от точки M до вершины A, B, C, D, E, F.

9.4.132. **(№2550).** Выпуклый шестиугольник вписан в окружность и имеет 3 оси симметрии. Является он правильным?

9.4.133. **(№2551).** Выпуклый двенадцатиугольник вписан в окружность и имеет 3 оси симметрии. Является он правильным?

9.4.134. **(№2552).** Докажите следующие утверждения о разности диагоналей правильного многоугольника $A_1A_2A_3...A_n$: а) при $n=9$ $A_1A_5 - A_1A_3$ равна стороне многоугольника; б) при $n=18$ $A_1A_9 - A_1A_5 = A_1A_3$.

9.4.135. **(№2553).** Квадрат вписан в окружность. Через середины каждых двух смежных сторон квадрата построена прямая. Докажите, что точки пересечения этих прямых с окружностью и вершины квадрата являются вершинами правильного двенадцатиугольника.

9.4.136. **(№2554).** Прямая проходит через центр равностороннего треугольника ABC и пересекает сторону BC. Под каким углом к BC нужно строить эту прямую, чтобы ее отрезок, ограниченный двумя сторонами треугольника. имел наименьшую возможную длину?

9.4.137. **(№2555).** Через центр квадрата проходят прямые. Докажите, что для всех этих прямых сумма квадратов их расстояний от вершин данного квадрата одинакова.

9.4.138. **(№2556).** Останется ли верным утверждение предыдущей задачи, если вместо квадрата дан равносторонний треугольник; правильный шестиугольник?

9.4.139. (№2557). Отрезки, соединяющие середину каждой стороны квадрата с концами параллельной стороны, ограничили выпуклый восьмиугольник. Является ли он правильным?

9.4.140. (№2558). В треугольник вписан квадрат так, что две вершины его лежат на основании треугольника, а две — на боковых сторонах. Докажите, что сторона квадрата больше радиуса, но меньше диаметра окружности, вписанной в этот треугольник.

9.4.141. (№2559). Найдите точку, сумма квадратов расстояний от которой до всех вершин данного правильного многоугольника наименьшая возможная.

9.4.142. (№2560). a_n и b_n — стороны вписанного и описанного правильных многоугольников с числом сторон n. Докажите, что $a_{2n}^n = \frac{1}{2} a_n b_n$.

9.4.143. (№2561). Докажите, что площадь правильного $2n$-угольника равна $\frac{ma_nR}{2}$, где R — радиус описанной окружности, a_n — сторона правильного n-угольника, вписанного в ту же окружность.

9.4.144. (№2562). $ABCDEF$ — правильный шестиугольник. Стороны FA, AB, BC, CD, DE и EF продолжены за вершины A, B, C, D, E и F на равные отрезки AA_1, BB_1, CC_1, DD_1, EE_1 и FF_1. Докажите, что $A_1B_1C_1D_1E_1F_1$ — правильный шестиугольник.

9.4.145. (№2563). n равных кругов, касающихся между собой, касаются данного круга, радиус которого равен R. Определить радиус этих кругов, если число их n равно 1) 3; 2) 4; 3) 6.

9.4.146. (№2564). В круге радиуса r проведены две параллельные хорды, соответственно равные a_3 и a_6 (a_3 — сторона правильного вписанного треугольника, и a_6 — сторона правильного вписанного шестиугольника). Определить часть площади круга, ограниченную хордами. Рассмотреть случай, когда центр расположен между хордами, и случай, когда центр не расположен между ними.

9.4.147. (№2565). Вписать в данный квадрат другой с данной стороной. Всегда ли разрешима задача?

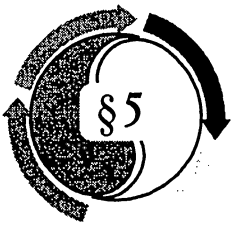
9.4.148. (№2566). В ромб вписать квадрат, стороны которого параллельны диагоналям ромба.

9.4.149. (№2567). Построить квадрат по положению середин двух его смежных сторон.

9.4.150. (№2568). Построить квадрат $ABCD$ по вершине A и середине стороны BC.

9.4.151. (№2569). Построить правильный шестиугольник по серединам двух сторон: а) смежных; б) не смежных.

9.4.152. (№2570). Впишите в данный правильный шестиугольник наибольший возможный квадрат.



Длина окружности. Площадь круга.

9.5.1. (№2571). Вычислить длину окружности, если радиус равен: 1) 10 м; 2) 15 м; 3) 35 см.

9.5.2. (№2572). Вычислить радиус, если длина окружности равна: 1) 1 м; 2) 25 см; 3) 4,75 дм.

9.5.3. (№2573). Шкив имеет в диаметре 1,4 м, и делает 80 оборотов в минуту. Определить скорость точки, лежащей на окружности шкива.

9.5.4. (№2574). По данному радиусу R определить длину дуги, содержащей: 1) 45^0; 2) $24^0 30'$; 3) $5^0 14' 15''$.

9.5.5. (№2575). Определить радиус дуги, если ее длина равна l, а градусная мера: 1) 135^0; 2) $10^0 40'$.

9.5.6. (№2576). Окружность шкива имеет длину 540 мм, ремень касается шкива по дуге длиной 200 мм. Определить угол обхвата шкива ремнем.

9.5.7. (№2577). Радиус железнодорожного закругления равен 1200 м; длина дуги равна 450 м. Сколько градусов содержит дуга?

9.5.8. (№2578). Окружность радиуса 2 см разогнута в дугу радиуса 5 см. Найти получившийся центральный угол.

9.5.9. **(№2579).** Дуга радиуса 4 см, измеряющая центральный угол в 120^0, равна длине некоторой окружности. Найти радиус этой окружности.

9.5.10. **(№2580).** Окружность радиуса 6 см разогнута в дугу, измеряющую центральный угол в 300^0. Найти радиус дуги.

9.5.11. **(№2581).** Определить число градусов дуги, если дан ее радиус R и длина l: $R=10,\ l=45$.

9.5.12. **(№2582).** Сколько градусов и минут в дуге, длина которой равна радиусу? $\left(\frac{1}{\pi}=0{,}31831\right)$

9.5.13. **(№2583).** По данной хорде a определить длину ее дуги, если она содержит: 1) 60^0; 2) 90^0; 3) 120^0.

9.5.14. **(№2584).** По данной длине дуги l определить ее хорду, если дуга содержит: 1) 60^0; 2) 90^0; 3) 120^0.

9.5.15. **(№2585).** Определить радиус окружности, если она длиннее своего диаметра на 107 см.

9.5.16. **(№2586).** На сколько увеличится длина окружности, если радиус увеличить на m?

9.5.17. **(№2587).** Вообразим, что земной шар обтянут по экватору обручем и что подобным же образом обтянут и футбольный мяч по его большему кругу. Далее вообразим, что окружность каждого обруча удлинилась на 1 м. Тогда обручи отстанут от поверхности тел, которые они раньше стягивали, и останется некоторый промежуток. В каком случае этот зазор был бы больше: у земного шара или мяча?

9.5.18. **(№2588).** Железная труба со стенками толщиной в 6 мм имеет внешнюю окружность в 22 см. Найти длину внутренней окружности.

9.5.19. **(№2589).** Из двух концентрических окружностей одна равна 167 см, а другая 117 см. Определить ширину кольца.

9.5.20. **(№2590).** Определить длину окружности, если она более периметра правильного вписанного шестиугольника на 7 см.

9.5.21. **(№2591).** Дуга сегмента содержит 120^0 и имеет длину l. Определить длину окружности, вписанной в этот сегмент.

9.5.22. **(№2592).** Из концов дуги ABC, содержащей 120^0, проведены касательные до взаимного пересечения в точке D, и в полученную фигуру $ABCD$ вписана окружность. Доказать, что длина этой окружности равна длине дуги ABC.

9.5.23. **(№2593).** Найти радиус такой окружности, длина и площадь круга которой выражаются одним и тем же числом.

9.5.24. **(№2594).** Во сколько раз площадь квадрата со стороной, равной длине данной окружности, больше площади самой окружности?

9.5.25. **(№2595).** Одно из приближенных спрямлений окружности состоит в том, что ее заменяют периметром прямоугольного треугольника, у которого один катет равен $\frac{6}{5}$ диаметра, другой катет составляет $\frac{3}{5}$ диаметра. Определить относительную погрешность.

9.5.26. **(№2596).** Определить площадь круга при следующей длине радиуса: 1) 10 м; 2) 4 дм; 3) 2,6 см (взять $\pi = 3{,}14$).

9.5.27. (№2597). Определить радиус круга, если его площадь равна: 1) 2 см^2; 2) 50 м^2; 3) 17 дм^2.

9.5.28. (№2598). Лошадь привязана к колу веревкой, длина которой равна 10,5 м. Найти площадь участка, на котором она может пастись. (С точностью до 0,01 кв. м).

9.5.29. (№2599). Найти площадь круга поршня воздушного насоса, диаметр которого равен 10 см.

9.5.30. (№2600). Поршень насоса имеет площадь сечения в 12,56 см^2. Найти диаметр поршня.

9.5.31. (№2601). Дерево имеет 1,884 м в обхвате. Чему равна площадь его поперечного сечения, имеющего (приблизительно) форму круга?

9.5.32. (№2602). Какой груз выдерживает пеньковый канат, имеющий 18 см в окружности, если допускаемая нагрузка равна 100 кг/ см^2?

9.5.33. (№2603). Определить площадь круга, если длина окружности равна 8 см.

9.5.34. (№2604). Определить длину окружности, если площадь круга равна 18 см^2.

9.5.35. (№2605). Две трубы с диаметром в 6 см и 8 см требуется заменить одной трубой той же пропускной способности. Найти диаметр этой трубы.

9.5.36. (№2606). Определить площадь круга, если площадь вписанного квадрата равна S.

9.5.37. (№2607). Вычислить площадь круга, если она менее площади описанного квадрата на 4,3 м^2.

9.5.38. **(№2608).** Найти отношение между площадями вписанного и описанного кругов: 1) для правильного треугольника; 2) для квадрата; 3) для правильного шестиугольника.

9.5.39. **(№2609).** Вертикальный цилиндрический котел 78 см в диаметре и весящий 752 кг имеет в днище кругло отверстие, наружный диаметр которого равен 36 см. Всей площадью своего днища котел опирается на фундамент. Определить давление, оказываемое котлом вследствие его тяжести на 1 $см^2$ поверхности фундамента.

9.5.40. **(№2610).** В кольце, образованном двумя концентрическими окружностями, хорда большей окружности, касающаяся меньшей, равна a. Определить площадь кольца.

9.5.41. **(№2611).** Круга касаются шесть равных ему кругов, касающихся также между собой, и полученное соединение семи равных кругов охвачено таким концентрическим кольцом, которое равновелико их сумме. Доказать, что ширина кольца равна радиусу кругов.

9.5.42. **(№2612).** Определить площадь сектора, если радиус равен r, а дуга содержит: 1) $63^0 30'$; 2) $15^0 45'$.

9.5.43. **(№2613).** Определить радиус сектора, если его площадь равна q, а центральный угол равен: 1) 72^0; 2) $36'$.

9.5.44. **(№2614).** Радиус сектора равен r, а площадь равна q. Определить величину центрального угла (или дуги).

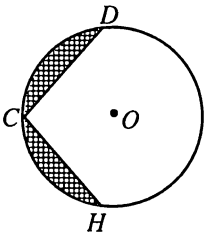
9.5.45. **(№2615).** Определить площадь сегмента, если радиус равен R, а дуга содержит: 1) 90^0; 2) 60^0; 3) 45^0; 4) 30^0.

9.5.46. **(№2616).** Определить площадь сегмента, если хорда равна a, а дуга содержит: 1) 120^0; 2) 90^0; 3) 60^0.

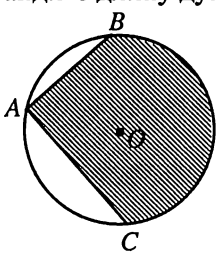
9.5.47. **(№2617).** Определить площадь окна, имеющего форму прямоугольника, законченного вверху дугой круга в 60^0; высота окна, считая от середины дуги до основания, равна 2,4 м, ширина его 1,6 м.

9.5.48. **(№2618).** Хорда окружности равна 6 и стягивает дугу в 60^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

9.5.49. **(№2619).** На рисунке хорды CD и CH стягивают дуги в 90^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



9.5.50. **(№2620).** Хорда окружности равна $5\sqrt{2}$ и стягивает дугу в 90^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

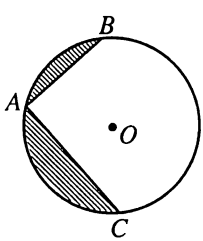


9.5.51. **(№2621).** На рисунке хорды AB и AC стягивают дуги в 60^0 и 120^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.

9.5.52. **(№2622).** В квадрат вписана окружность и около него описана окружность. Длина большей окружности равна 8π. Найдите площадь кольца и площадь квадрата.

9.5.53. **(№2623).** Хорда окружности равна 12 и стягивает дугу в 120^0. Найдите длину дуги и площадь соответствующего сектора.

9.5.54. **(№2624).** На рисунке хорды CD и CH стягивают дуги в 60^0 и 120^0. Радиус окружности равен R. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



9.5.55. (№2625). Хорда стягивает дугу в 60^0. Длина дуги равна 2π. Найдите длину хорды и площадь соответствующего сектора.

9.5.56. (№2626). Хорда стягивает дугу в 60^0. Длина дуги равна $\frac{\pi}{3}$. Найдите радиус окружности.

9.5.57. (№2627). Полуокружность радиуса r разделена на три равные части, и точки деления соединены с концом диаметра. Определить площадь средней части полукруга.

9.5.58. (№2628). Концы дуги CD одинаково удалены от концов диаметра AB. Определить площадь, заключенную между дугой CD и хордами AC и AD, если площадь круга равна Q и дуга CD содержит n^0.

9.5.59. (№2629). В круге радиуса R проведены по одну сторону центра две параллельные хорды, из которых одна стягивает дугу в 120^0, а другая в 60^0. Определить часть площади круга, заключенную между хордами.

9.5.60. (№2630). Общая хорда дух пересекающихся окружностей равна a и стягивает в одном круге дугу в 60^0, а в другом — дугу в 90^0. Определить площадь общей части кругов (два случая).

9.5.61. (№2631). Площадь круга Q. Определить площадь вписанного в него прямоугольника, стороны которого относятся, как $m:n$.

9.5.62. (№2632). В круг радиуса R вписан прямоугольник, площадь которого составляет половину площади круга. Определить стороны этого прямоугольника.

9.5.63. (№2633). Около круга, площадь которого равна Q, описан ромб с углом в 30^0. Определить площадь этого ромба.

9.5.64. **(№2634).** Около правильного треугольника с площадью Q описана окружность, и в тот же треугольник вписана окружность. Определить площадь кольца, заключенного между этими окружностями.

9.5.65. **(№2635).** AMB — дуга, содержащая 120^0; OA и OB — радиусы; AC и BC — касательные; DME — дуга, описанная из центра C между CA и CB и касающаяся дуги AMB. Найти отношение между площадями секторов $CDME$ и $OAMB$.

9.5.66. **(№2636).** Из концов дуги ACB проведены касательные до пересечения в точке D. Определить площадь $DACB$, заключенную между двумя касательными и дугой, если радиус равен R, а дуга содержит 1) 90^0; 2) 120^0; 3) 60^0.

9.5.67. **(№2637).** Из центра равностороннего треугольника описана окружность, пересекающая его стороны так, что внешние дуги содержат по 90^0. Обозначая сторону этого треугольника через a, определить площадь, ограниченную внутренними дугами и средними отрезками сторон.

9.5.68. **(№2638).** Радиус окружности увеличен на 5. На сколько увеличится длина окружности?

9.5.69. **(№2639).** Окружность длиннее своего диаметра на 10,5. Определить площадь круга (вычисления вести с помощью таблиц).

9.5.70. **(№2640).** Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10. На какой угол нужно повернуть треугольник вокруг вершины прямого угла, чтобы катеты описали секторы, сумма площадей которых равнялась 25π?

9.5.71. **(№2641).** Из точки A, взятой на окружности радиуса 6, проведены под углом 90^0 две равные хорды AB и AC. Определить площадь части круга, ограниченной этими хордами и дугой BC.

9.5.72. **(№2642).** Доказать, что радиус окружности, вписанной в треугольник, равен частному от деления его площади на полупериметр.

9.5.73. **(№2643).** Катет и гипотенуза прямоугольного треугольника соответственно равны 6 и 10. Определить длину окружности, вписанной в треугольник, и площадь части треугольника, расположенной вне окружности.

9.5.74. **(№2644).** В окружности проведены две параллельные хорды длиной 6 и 8 (по обе стороны от центра), расстояние между которыми равно 7. Определить длину окружности и площадь круга.

9.5.75. **(№2645).** Даны две концентрические окружности, длина хорды большей окружности, касающейся меньшей окружности, равна 6. Определить площадь кольца, образованного этими окружностями.

9.5.76. **(№2646).** На диаметре круга радиуса r как на стороне построен равносторонний треугольник. Вычислить площадь части треугольника, находящейся вне круга.

9.5.77. **(№2647).** Точка касания окружности, вписанной в прямоугольный треугольник, делит гипотенузу на отрезки m и n. Доказать, что площадь треугольника равна mn.

9.5.78. **(№2648).** Стороны треугольника равны 13, 14, 15. Найти радиус окружности, касающейся двух сторон треугольника, если центр окружности расположен на средней (по длине) стороне.

9.5.79. **(№2649).** Длина окружности вала после обработки равна 39,25 см, толщина снятой стружки — 0,5 см. Определить длину окружности вала до обработки.

9.5.80. **(№2650).** Глубина резания при обработке вала была 1 см, длина окружности вала до обработки равна 78,5 см. Определить длину окружности вала после обработки.

9.5.81. **(№2651).** На сверлильном станке производится сверление отверстия диаметром 20 мм, глубиной 80 мм. Определить время сверления, если скорость резания равна 160 мм/сек и подача на один оборот — 0,22 мм.

9.5.82. **(№2652).** Диаметр окружности разбит на n равных частей и на каждой из них как на диаметре построены окружности. Сравнить длину данной окружности и сумму длины построенных окружностей.

9.5.83. **(№2653).** Как зависит длина дуги, которую стягивает хорда, равная радиусу данной окружности от величины радиуса?

9.5.84. **(№2654).** В одной из двух пересекающихся окружностей, дуга, которую стягивает их общая хорда, равна 45^0, а дуга другой окружности 60^0. Какая окружность имеет большую длину?

9.5.85. **(№2655).** Дуга одной окружности разогнута в дугу другой окружности, радиус которой в 5 раз больше радиуса первой. Как при этом изменился центральный угол, опирающийся на эту дугу?

9.5.86. **(№2656).** Диаметр одного колеса вдвое больше диаметра другого. Первое колесо делает один оборот за 1 сек, а второе — за 2 сек. На внешней поверхности первого колеса зафиксирована точка A, второго — точка B. Какая точка быстрее пройдет по окружности путь в 1 км, если колеса начали вращаться одновременно?

9.5.87. **(№2657).** Площадь круга увеличили на 25%, а потом уменьшили на 25% (в обоих случаях получили круг). Изменился ли при этом радиус круга?

9.5.88. **(№2658).** Что больше — площадь круга, построенного на отрезке a как на диаметре, или площадь полукруга, построенного на отрезке $2a$ как на диаметре?

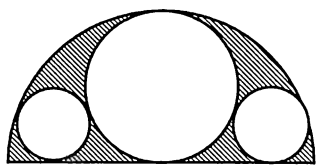
9.5.89. **(№2659).** Равны ли площади кругов, описанных около равновеликих прямоугольных треугольников?

9.5.90. **(№2660).** Какая зависимость между площадями кругов вписанного и описанного около равностороннего треугольника?

9.5.91. **(№2661).** Площадь одного круга втрое больше площади другого. Какова зависимость между радиусами этих кругов?

9.5.92. **(№2662).** Какая существует зависимость между площадями кругов, построенных на сторонах прямоугольного треугольника, как на диаметрах?

9.5.93. **(№2663).** Что больше — площадь трех внутренних кругов или заштрихованной части полукруга (см. рис.)?



9.5.94. **(№2664).** Одна хорда полукруга делит другую его хорду пополам. Какая из этих хорд отсекает от данного полукруга сегмент большей площади?

9.5.95. **(№2665).** Прямая, проходящая через конец дуги сектора и середину противоположного радиуса, делит площадь сектора на две части. Могут ли быть равными площади этих частей?

9.5.96. **(№2666).** Пропорциональны ли площадь сегмента и длина его дуги?

9.5.97. **(№2667).** Сектор с углом 60^0 при вершине разделен прямой, перпендикулярной его оси, на две равновеликие части. Периметр какой части больше?

9.5.98. **(№2668).** На диаметре полукруга как на основании построен равносторонний треугольник. Что меньше — сумма площадей сегментов, которые отсекаются сторонами треугольника от полукруга, или площадь части треугольника, которая лежит вне полукруга?

9.5.99. (№2669). Окружность касается боковых сторон равнобедренного треугольника в вершинах его основания. Дуга окружности, лежащая в середине треугольника, содержит 120^0 и делит площадь треугольника на две части. Какая из этих частей имеет большую площадь?

9.5.100. (№2670). Длины сторон прямоугольника 16 см и 63 см. Определить длину описанной около него окружности.

9.5.101. (№2671). Сторона ромба имеет длину 8 дм, величина угла ромба 150^0. Определить длину окружности, вписанной в этот ромб.

9.5.102. (№2672). Определить длину окружности, вписанной в ромб, если длины диагоналей этого ромба 15 см и 20 см.

9.5.103. (№2673). Длины сторон треугольника 25 см, 38 см и 51 см. Найти длину окружности, вписанной в этот треугольник.

9.5.104. (№2674). Три окружности, радиусы которых 9 см, 16 см и 20 см, попарно касаются внешне. Найти длину окружности, которая проходит через точки касания.

9.5.105. (№2675). Длина оснований и боковой стороны равнобокой трапеции 9 см, 25 см и 17 см. Найти длину окружности, которая касается всех сторон трапеции.

9.5.106. (№2676). Фреза диаметром 120 мм делает 350 оборотов за минуту. Определить скорость резания. (Скоростью резания называется длина стружки (металла или дерева), снятой за единицу времени).

9.5.107. (№2677). Деталь обрабатывается при скорости резанья 250 м в минуту. Диаметр фрезы 180 мм. Определить количество оборотов фрезы за минуту.

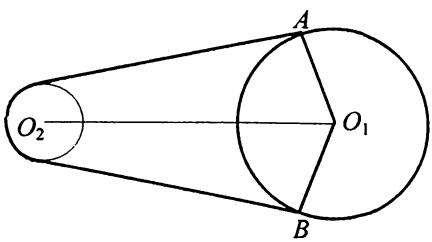
9.5.108. (№2678). Отношение длин сторон треугольника 11 : 13 : 20. Найти отношение длин вписанной в него и описанной около него окружностей.

9.5.109. **(№2679).** Длины катетов треугольника 20 см и 24 см. Найти длину окружности, которая проходит через середины двух больших сторон треугольника и касается меньшей стороны.

9.5.110. **(№2680).** Длины сторон правильного шестиугольника 7 см. Определить длину дуги описанной около него окружности, которую стягивает сторона шестиугольника.

9.5.111. **(№2681).** Площадь квадрата 32 см^2. Найти длину дуги описанной около него окружности, которую стягивает сторона этого квадрата.

9.5.112. **(№2682).** Найти длину передаточного ремня, который соединяет колеса диметром 0,2 м и 0,8 м. Известно, что $\angle A O_1 O_2 = 60^0$ (см. рис.).



9.5.113. **(№2683).** Найти длину передаточного ремня, пересекающего линию центров колес под углом 30^0; диаметр колес равен 0,4 м и 0,9 м.

9.5.114. **(№2684).** При повороте пути на 20^0 сделано закругление радиусом 500 м. На сколько метров уменьшилась длина пути по дуге (сравнительно с ломаной)?

9.5.115. **(№2685).** Вычислить длину арки моста, зная, что пролет равен 26 м, а высота арки 7,51 м.

9.5.116. **(№2686).** Определить площадь наибольшего круга, который можно вырезать из треугольного листа картона, если длины сторон треугольника: а) 12 см, 17 см, 25 см; б) 17 см, 25 см, 26 см; в) 19 см, 20 см, 37 см.

9.5.117. (№2687). Диаметр заготовки равен 23 мм. Поперечное сечение после обработки — квадрат со стороной 16 мм. Определить, сколько процентов составляют отходы металла.

9.5.118. (№2688). Давление пара на поршень равно 7,5 атм. Найти полное давление на поршень (в кг), если диаметр поршня равен 275 мм. *Примечание*: 1 атм = 1,033 кг/ см^2.

9.5.119. (№2689). Шагающий экскаватор весит 1200 т. Во время работы он опирается на стальную цилиндрическую плиту. Зная, что при этом давление на грунт равно 0,78 кг/ см^2, определить диаметр плиты.

9.5.120. (№2690). Одна окружность построена на катете прямоугольного треугольника, как на диаметре. Другая окружность проходит через середины всех сторон треугольника. При каком условии обе окружности равны?

9.5.121. (№2691). Сторона квадрата $ABCD$ равна 8 см. Найдите длину окружности, которая проходит через точки A и B и касается стороны CD квадрата.

9.5.122. (№2692). В окружность радиуса R вписан правильный двенадцатиугольник. Его малые диагонали пересекаются в точках, лежащих на некоторой окружности. Определите ее длину.

9.5.123. (№2693). В окружность радиуса R вписан равносторонний треугольник ABC. Найдите длину окружности, которая касается данной окружности и продолжений сторон AB и AC треугольника.

9.5.124. (№2694). Радиус окружности 2 см. Две окружности с радиусами по 1 см касаются одна другой и внутренним образом касаются большей окружности. Найдите длину окружности, касающейся этих трех окружностей.

9.5.125. (№2695). Периметр равностороннего треугольника ABC равен P. Найдите длину окружности, которая касается стороны AB и медиан AD и BE.

9.5.126. (№2696). Длина d отрезка равна половине длины окружности. Существуют разные способы его построения: а) Герона Александрийского: $d \approx a_3 + a_4$ [1]; б) А. Коханского: AB — диаметр окружности, CD — касательная, проходящая через точку B; $\angle COB = 30^0$, $CD = 3R$; $d \approx AD$. в) Х. Гюйгенса: $d \approx 8a_{12} - R$; г) Если катеты прямоугольного треугольника 8 и 9, то половина длины окружности единичного радиуса равна разности между гипотенузой и 8,9. Проверьте точность построения отрезка этими способами.

9.5.127. (№2697). Как относятся длины окружностей, одна из которых описана около равностороннего треугольника, а другая проходит через центры вневписанных окружностей.

9.5.128. (№2698). Каждая сторона треугольника 6 см. По сторонам треугольника вне его катится круг радиуса 2 см. Определите длину пути центра круга за один оборот вокруг треугольника.

9.5.129. (№2699). На стороне $AB = a$ правильного шестиугольника $ABCDEF$ вне его построен квадрат. Этот квадрат перемещается вокруг шестиугольника так, что все время одна из вершин квадрата совпадает с вершиной шестиугольника. Определите длину пути центра квадрата за один оборот вокруг шестиугольника.

9.5.130. (№2700). Каждая вершина квадрата со стороной a является центром окружности радиуса a. Найдите периметр криволинейного четырехугольника, ограниченного названными окружностями.

---

[1] Здесь, как и раньше, a_n — сторона правильного n-угольника вписанного в данную окружность.

9.5.131. **(№2701).** Вершины прямоугольника делят описанную окружность на части, длины двух из которых относятся, как 1 : 5. Найдите радианные меры углов, которые диагональ прямоугольника образует с его сторонами.

9.5.132. **(№2702).** Вершина A равностороннего треугольника ABC является центром окружности, проходящей через точки B и C. Биссектрисы углов B и C пересекают окружность в точках M и P. Определите радианную меру центральных углов, соответствующих дугам PB, BC, CM, MP.

9.5.133. **(№2703).** Периметр равностороннего треугольника P. На высоте треугольника, как на диаметре, построена окружность. Определите площадь части круга, находящейся внутри треугольника.

9.5.134. **(№2704).** Гипотенуза равнобедренного прямоугольного треугольника равна a. На катете, как на диаметре построена окружность. Найдите площадь той части круга, которая находится внутри треугольника.

9.5.135. **(№2705).** AB — основание полукруга, точка M находится на окружности. Построены полукруги с диаметрами AM и BM. Докажите, что сумма площадей луночек (то есть частей полукругов, находящихся вне большего полукруга) равна площади треугольника AMB.

9.5.136. **(№2706).** AB — диаметр полукруга, C — точка этого диаметра, CD — перпендикуляр к AB, причем точка D находится на окружности. Построены полуокружности диаметров AC и BC внутрь полукруга. Докажите, что площадь фигуры ограниченной тремя названными полуокружностями (она называется арбелоном) равна площади круга диаметра CD.

Ответы

7 класс

§ 1. Кирпичи геометрии

Прямая, луч, отрезок. Сравнение и измерение отрезков.

7.1.4. (№4). а) одну; б) два; в) бесконечно много.

7.1.5. (№5). Совпадают.

7.1.6. (№6). Нет.

7.1.7. (№7). Да.

7.1.9. (№9). Нет, нет, да.

7.1.10. (№10). Нет.

7.1.11. (№11). Да.

7.1.15. (№15). 2.

7.1.16. (№16). Если точка C лежит на AB, EC и AB пересекаются, в противном случае — нет.

7.1.17. (№17). Да.

7.1.18. (№18). а) $BC = \frac{1}{3}AB$;

б) $AC = 2BC$.

7.1.19. (№19). а) 2,2; б) 4,6.

7.1.20. (№20). 1:4.

7.1.21. (№21). 0,6 м.

7.1.22. (№22). а) N — середина отрезка AB; б) N лежит на отрезке AB.

7.1.23. (№23). $\frac{1}{2}a$.

7.1.24. (№24). $\frac{2}{3}a$.

7.1.25. (№25). 12 см.

7.1.28. (№28). а) $KE = KF$;

б) $KE > KF$;

в) $KE < KF$.

7.1.29. (№29). $AB - AC - DB$;

$AD - AC$; $CB - DB$.

7.1.30. (№30). а) $AC = BD$;

б) $AD = BC$.

7.1.31. (№31). C — середина отрезка AB.

7.1.32. (№32). $MC = AB$.

7.1.33. (№33). Да.

7.1.34. (№34). $BC < 0{,}99AB$

7.1.35. (№35). $BC < 0{,}49AB$

7.1.36. (№36). а) C лежит на AB;

б) A лежит на CB.

7.1.37. (№37). 19.

7.1.38. (№38). 3 : 2 : 11.

7.1.39. (№40). 12 см.

7.1.40. (№40). C и D, такие, что $AC = BD = 1$ см и C, A, B, D последовательно лежат на прямой.

7.1.41. (№41). Таких точек нет.

7.1.42. (№42). C на AB, такая, что $AC = 2\frac{2}{3}$ см; D, такая, что $AD = 8$ см; A лежит на BD.

7.1.43. (№43). Точки отрезка AB.

7.1.44. (№44). M — середина AB.

7.1.45. (№45). M лежит на AB и $AM = 7{,}5$ см.

7.1.46. (№46). Таких точек нет.

7.1.47. (№47). D лежит на AB и $AD = 0{,}5$ см. Все точки отрезка AD, кроме точки D.

7.1.48. (№48). CM лежит на AB.

7.1.49. (№49). 5 см; 15 см; 35 см.

7.1.50. (№50). 10 см.

7.1.51. (№51). 9 см; 21 см.

7.1.52. (№52). $\frac{a+b}{2}$.

7.1.53. (№53). 3 см; 20 см.

7.1.54. (№54). 16 дм; 130 дм.

7.1.55. (№55). а) $AN = 4{,}7$ дм; $BN = 1{,}6$ дм;
б) $AN = 3{,}3$ дм; $BN = 6{,}4$ дм.

7.1.56. (№56). а) $EP = 44$ см; $QF = 20$ см;
б) $EP = 76$ см; $QF = 100$ см.

7.1.59. (№59). а) Последовательность точек A, M, X, B и $BX = \frac{1}{4}AB$; б) Последовательность точек A, M, B, X и $BX = \frac{1}{2}AB$.

7.1.60. (№60). $AB = 8$ км; $BC = 4$ км; $CD = 7$ км; $DE = 5$ км; $EF = 11$ км.

7.1.61. (№61). $AB = 8$ км; $BC = 5$ км; $CD = 6$ км; $DE = 10$ км; $EF = 3$ км; $FG = 7$ км; $GH = 4$ км.

7.1.62. (№62). A_1A_{10}.

7.1.63. (№63). 18.

7.1.64. (№64). 4.

Углы. Сравнение и измерение углов.

7.1.70. (№70). 1. а) 60°; б) острый; в) да. **2.** а) 180°; б) развернутый; в) нет.

7.1.71. (№71). а) $\angle BOE = 75°$; $\angle AOE = 25°$; б) $\angle AOF = 50°$.

7.1.73. (№73). 36° и 54°.

7.1.74. (№74). 45°.

7.1.75. (№75). а) 22; б) 44.

7.1.76. (№76). а) Да.

7.1.77. (№77). Тупых; да.

7.1.78. (№78). 22,5°; 45°; 87,75°.

7.1.79. (№79). 18°; 31°30'; 43°12'.

7.1.80. (№80). 75°; 24°; 153°; 4°3'; 56°42'.

§ 2. Смежные и вертикальные углы

7.2.3. (№83). 144°; 36°.
7.2.4. (№84). 110°; 70°.
7.2.5. (№85). 144°; 36°.
7.2.6. (№86). 100°; 80°.
7.2.7. (№87). 54°; 126°.
7.2.8. (№88). Да.
7.2.9. (№89). Да.
7.2.10. (№90). Не обязательно.
7.2.11. (№91). 67,5°.
7.2.12. (№92). Да.
7.2.13. (№93). Первый меньше второго.
7.2.14. (№94). Углы равны.
7.2.15. (№95). Развернутого.
7.2.16. (№96). Данный.
7.2.17. (№97). Равные.
7.2.18. (№98). 135°, 45°.
7.2.19. (№99). 75°, 105°.
7.2.20. (№100). а) 90°, 90°; б) 120°, 60°.
7.2.22. (№102). $\frac{2}{7}d$; $1\frac{5}{7}d$.
7.2.23. (№103). $\frac{22}{25}d$; $\frac{22}{25}d$; $\frac{11}{25}d$.
7.2.24. (№104). 80°,100°,80°,100°.
7.2.25. (№105). 80°,100°,80°,100°.
7.2.26. (№106). Да.
7.2.28. (№108). 90°, 90°.
7.2.31. (№111). 30°, 40°, 50°, 60°.
7.2.32. (№112). 67,5°; 112,5°.
7.2.33 (№113). 108°, 72°.
7.2.34 (№114). 20° и 160° или 60° и 120°.
7.2.35. (№115). а) Да; б) нет.
7.2.36. (№116). Да.
7.2.37. (№117). На одной прямой.
7.2.38. (№118). Да.
7.2.39. (№119). Нет.
7.2.40. (№120). 126°, 54°, 126°.
7.2.41. (№121). Нет.
7.2.44. (№124). Да; да.

§3. Треугольники

Элементы треугольника

7.3.1. (№125). Нет, да.
7.3.2. (№126). Нет.
7.3.3. (№127). Нет.
7.3.4. (№128). Прямоугольный.
7.3.5. (№129). Нет.
7.3.7. (№131). Равнобедренный.

7.3.8. (№132). 3 см.
7.3.9. (№133). 6; да.
7.3.10. (№134). Остроугольный.
7.3.11. (№135). Прямоугольный.
7.3.12. (№136). Равнобедренный.
7.3.13. (№137). Равносторонний.
7.3.14. (№138). Равны.
7.3.15. (№139). $5\frac{1}{3}$ см.
7.3.16. (№140). 0,3 см.
7.3.17. (№141). 0,2 см.
7.3.18. (№142). Под прямым углом.
7.3.19. (№143). 10 см.
7.3.21. (№145). 26 см.
7.3.22. (№146). 7 м.
7.3.23. (№147). 15 см.
7.3.25. (№149). 42 см.
7.3.26. (№150). $1\frac{5}{7}$.
7.3.27. (№151). Нет.

Признаки равенства треугольников

7.3.30. (№154). Равны.
7.3.31. (№155). Да.
7.3.32. (№156). Равнобедренный.
7.3.35. (№159). Не обязательно.
7.3.52. (№176). 1.
7.3.55. (№179). Да.
7.3.57. (№181). Да.
7.3.58. (№182). Да.

§4. Параллельные прямые

Признак параллельности прямых

7.4.2. (№185). а) Параллельны; б) Перпендикулярны.
7.4.4. (№187). 108°, 72°, 108°, 72°, 108°, 72°, 108°.
7.4.5. (№188). 20°.
7.4.6. (№189). Да.
7.4.7. (№190). Да.
7.4.9. (№192). Равнобедренный.
7.4.10. (№193). Равнобедренный.
7.4.11. (№194). Равнобедренный.
7.4.12. (№195). Равнобедренный.
7.4.13. (№196). У равнобедренного треугольника.
7.4.14. (№197). Углы равны.
7.4.15. (№198). Да.
7.4.17. (№200). Да.
7.4.18. (№201). 120°.

Сумма углов треугольника

7.4.21. (№204). а) Тупоугольный; б) прямоугольный; в) возможны все три типа.

7.4.22. (№205). Один острый; один прямой; два или три тупых.

7.4.23. (№206) В равностороннем; б) в равностороннем.

7.4.24. (№207) Нет; б) нет.

7.4.25. (№208). Нет.

7.4.26. (№209). Тупоугольный.

7.4.27. (№210). Нет.

7.4.28. (№211). 120°, 60°.

7.4.29. (№212). Прямоугольный.

7.4.31. (№214). 30°, 60°, 90°.

7.4.32. (№215). 120°, 30°, 30°.

7.4.33. (№216). 75°, 28°, 77°.

7.4.34. (№217). 24°, 60°, 96°.

7.4.35. (№218). 30°, 70°, 80°.

7.4.36. (№219). 60°, 45°, 75°.

7.4.37. (№220). 20°, 80°, 80°.

7.4.38. (№221). 54°40', 54°40', 71°40'.

7.4.39. (№222). 60°.

7.4.40. (№223). 60°.

7.4.42. (№225). 42°, 42°, 96°.

7.4.43. (№226). 72°, 72°, 36°.

7.4.44. (№227). $51\frac{3}{7}°$, $51\frac{3}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$.

7.4.45. (№228). 72°, 72°, 36°.

7.4.46. (№229). 57°, 123°.

7.4.47. (№230). 68°, 68°, 44°.

7.4.48. (№231). 36°, 36°, 108°.

7.4.50. (№233). 97°.

7.4.51. (№234). 48°, 66°, 66°.

7.4.52. (№235). 59°.

7.4.53. (№236). $25\frac{5}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$, $77\frac{1}{7}°$.

7.4.54. (№237). 48°, 60°, 72°.

Углы с взаимно параллельными и перпендикулярными сторонами

7.4.55. (№238). 30°, 60°, 90°.

7.4.56. (№239). 30°, 50°, 100°.

7.4.58. (№241). 2 : 5.

7.4.62. (№245). 30°, 60°, 90°.

7.4.63. (№246). 120°.

7.4.64. (№247). 360°.

7.4.65. (№248). 30°, 66°, 84°.

7.4.66. (№249). 45°.

7.4.67. (№250). 15°, 75°, 90°.
7.4.68. (№251). 30°, 60°, 90°.
7.4.70. (№253). 135°.
7.4.71. (№254). 70°.
7.4.72. (№255). 70°.

§5. Окружность

Описанная и вписанная окружности

7.5.1. (№256). 5°.
7.5.2. (№257). 15°.
7.5.3. (№258). $\frac{1}{3}$.
7.5.4. (№259). 5°.
7.5.5. (№260). 44°4'4".
7.5.6. (№261). 21'36".
7.5.7. (№262). $25°42'51\frac{3}{7}"$.
7.5.8. (№263). $163°38'10\frac{10}{11}"$.
7.5.9. (№264). $\frac{1}{24}$.
7.5.10. (№265). $\frac{1}{16}$.
7.5.11. (№266). $\frac{27}{90}$.
7.5.12. (№267). $\frac{1}{900}$.
7.5.13. (№268). $\frac{1}{7200}$.
7.5.14. (№269). $\frac{5}{96}$.
7.5.15. (№270). $\frac{241}{4320}$.
7.5.16. (№271). $\frac{901}{324000}$.
7.5.17. (№272). 150°.
7.5.18. (№273). 47°30'.
7.5.19. (№274). 155°.
7.5.20. (№275). 8 см.
7.5.21. (№276). 0,7 м.
7.5.22. (№277). 17°33'.
7.5.23. (№278). 15°14'.
7.5.24. (№279). 148°41'30".
7.5.25. (№280). 9°19'.
7.5.26. (№281). 95°37'30".
7.5.27. (№282). 18°40'30".
7.5.28. (№283). 42°26'.
7.5.29. (№284). 112°30', 247°30'.
7.5.30. (№285). 105°53'30", 36°11'30".
7.5.31. (№286). 37°30'.
7.5.32. (№287). 95°, 120°.

7.5.33. (№288). 52°30'; 82°30'; 45°.

7.5.34. (№289). 100°, 150°.

7.5.35. (№290). 52°, 61°, 67°.

7.5.36. (№291). 14°30';23°30';142°.

7.5.37. (№292). 108°.

7.5.40. (№295). 154°.

7.5.41. (№296). 100°, 40°, 40°.

7.5.42. (№297). а) Пополам;
б) 60°, 60°, 60°.

7.5.51. (№306). 67°30'.

7.5.52. (№307). Оба по 36°9'30".

7.5.53. (№308). 48°50'.

7.5.54. (№309). 45°.

7.5.55. (№310). 55°26'.

7.5.56. (№311). 78°45'.

7.5.57. (№312). 144°.

7.5.58. (№313). $\frac{m}{2}°$.

7.5.59. (№314). 80°.

7.5.60. (№315). 71°15'.

7.5.61. (№316). Точка касания.

7.5.62. (№317). 7°.

7.5.63. (№318). 20°30'.

7.5.64. (№319). 77°59'23".

7.5.65. (№320). 106°35'; 253°25'.

7.5.66. (№321). 33°20'.

7.5.67. (№322). 100°.

7.5.68. (№323). 18°.

7.5.69. (№324). 105°.

7.5.70. (№325). 31°12'.

7.5.71. (№326). 60°.

7.5.72. (№327). 34°51'.

7.5.73. (№328). $\cup AD = 74°48'$;
$\cup DE = 15°12'$

7.5.74. (№329). Окружность.

7.5.75. (№330). Окружность.

7.5.76. (№331). Прямая.

7.5.77. (№332). Окружность.

7.5.78. (№333). Прямая.

7.5.79. (№334). Прямая.

7.5.80. (№335). 60°.

7.5.81. (№336). a.

7.5.82. (№337). 2,5.

7.5.83. (№338). 120°.

7.5.84. (№339). На высоте, опущенной на основание.

7.5.85. (№340). $\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}$

7.5.86. (№341). $a+b>AB$.

7.5.87. (№342). Одно или же ни одного.

7.5.88. (№343). 70°, 110°.

7.5.89. (№344). 60°.

7.5.91. (№345). 20°.

7.5.94. (№349). 30.

7.5.107. (№362). 90°.

7.5.112. (№367). Окружность.

7.5.116. (№371). 50°, 59°, 61°.

7.5.117. (№372). 60°.

7.5.120. (№375). 12°30';77°30';90°.

7.5.121. (№376). 66°, 90°.

7.5.122. (№377). 45°, 75°.

7.5.123. (№378). 50°.

7.5.124. (№379). Прямая.

7.5.126. (№381). Окружность.

8 класс

§1. Четырёхугольники

Параллелограмм

8.1.1. (№469). 8; 4.
8.1.2. (№470). 8.
8.1.3. (№471). Да.
8.1.4. (№472). Нет.
8.1.5. (№473). 3.
8.1.7. (№475). 180^0.
8.1.10. (№478). 36^0, 144^0.
8.1.11. (№479). $1\frac{4}{7}d$, $\frac{3}{7}d$, $1\frac{4}{7}d$.
8.1.12. (№480). $\frac{19}{22}d$, $1\frac{3}{22}d$.
8.1.13. (№481). 6 см, 9 см,6 см.
8.1.14. (№482). 0,6 м; 0,8 м;
0,6 м; 0,8 м.
8.1.15. (№483). $BE = 9$ см
$EC = 6$ см.
8.1.15. (№483). Не обязательно.
8.1.17. (№485). 3 см, 2 см, 3 см.
8.1.18. (№486). Нет.
8.1.19. (№487). Нет.
8.1.20. (№488). Да.
8.1.22. (№490). Да.
8.1.23. (№491). 4,8 м.
8.1.24. (№492). 1м; 1м; 0,9 м.
8.1.30. (№498). $1\frac{5}{11}d$, $\frac{6}{11}d$.
8.1.32. (№500). 60^0, 120^0
8.1.33. (№501). 160^0,20^0;
8.1.34. (№502). 72^0,108^0.
8.1.35. (№503). 76^0.
8.1.36. (№504). 60^0,120^0.
8.1.37. (№505). $\frac{p}{6}$, $\frac{p}{3}$.
8.1.38. (№506). 3.
8.1.39. (№507). Да.
8.1.45. (№513). 28 см.
8.1.46. (№514). 30^0, 150^0.
8.1.47. (№515). 10 см.
8.1.48. (№516). 45^0, 135^0.
8.1.51. (№519). 50 см.
8.1.52. (№520). 62 см.
8.1.55. (№523). 37^0, 143^0.
8.1.57. (№525). 180^0.
8.1.58. (№526). 7 см, 14 см.
8.1.59. (№527). 6 см, 18 см.
8.1.60. (№528). 120^0, 60^0; равны.
8.1.62. (№530). 2 : 1; 30^0, 150^0.
8.1.64. (№532). 1 : 2, 60^0,120^0.

8.1.67. (№535). 90^0

8.1.69. (№537). $\frac{a}{2}, \frac{b}{2}$.

8.1.82. (№550). Не всегда.

8.1.87. (№555). Когда точки B, C, E, F лежат на одной прямой.

8.1.97. (№565). 9 см, 15 см.

8.1.100. (№568). 60^0,120^0.

Прямоугольник

8.1.101. (№569). 60^0

8.1.102. (№570). Не обязательно.

8.1.103. (№571). $1\frac{1}{5}d$.

8.1.104. (№572). $\frac{5}{3}d$.

8.1.105. (№573). Нет.

8.1.106. (№574). Да.

8.1.107. (№575). 10 см, 18 см.

8.1.108. (№576). 1,2 м.

8.1.109. (№577). 4 м, 8 м.

8.1.110. (№578). $20^030'$

8.1.111. (№579). 12 см.

8.1.112. (№580). 25 см, 10 см.

8.1.113. (№581). 8 м.

8.1.120. (№588). Параллелограмм.

8.1.123. (№591). 2 : 1.

8.1.125. (№593). 140^0.

8.1.127. (№595). 75^0.

8.1.129. (№597). 10 см.

8.1.130. (№598). 90^0.

8.1.131. (№599). 60^0.

8.1.132. (№600). 90^0.

8.1.133. (№601). 1 : 7.

8.1.134. (№602). 90^0.

8.1.135. (№603). 1 : 4.

8.1.138. (№606). 45^0.

8.1.140. (№608). Да.

8.1.141. (№609). 30^0, 60^0.

8.1.142. (№610). 90^0.

8.1.143. (№611). 60^0.

Ромб

8.1.144. (№612). У ромба с углами 60^0, 120^0.

8.1.145. (№613). Нет.

8.1.146. (№614). В квадрате.

8.1.147. (№615). Да.

8.1.148. (№616). 40^0, 140^0.

8.1.149. (№617). 60^0, 120^0.

8.1.155. (№623). $\frac{14}{17}d, 1\frac{3}{17}d$.

8.1.156. (№624). 80^0, 100^0.

8.1.157. (№625). 60^0, 120^0.
8.1.159. (№627). $15^0 30'$; $74^0 30'$.
8.1.160. (№628). $73^0 30'$; 90^0, 147^0.
8.1.161. (№629). 90^0.
8.1.162. (№630). 120^0.
8.1.164. (№632). Ромб.
8.1.165. (№633). Ромб.
8.1.166. (№634). Ромб.
8.1.170. (№638). а) не верно;
б) верно
8.1.171. (№639). 30^0, 150^0.
8.1.172. (№640). 60^0, 120^0.
8.1.173. (№641). 60^0, 120^0
8.1.174. (№642). 45^0.
8.1.175. (№643). 30^0.
8.1.176. (№644). 150^0.
8.1.177. (№645). 45^0.

Квадрат

8.1.178. (№646). Квадрат.
8.1.183. (№651). 2 см, 2 см.
8.1.185. (№653). Центр квадрата.
8.1.187. (№655). 1 м.
8.1.188. (№656). 2 м.
8.1.189. (№657). 2 м.
8.1.190. (№658). 4 м, 8 м.
8.1.192. (№660). $3a$.
8.1.193. (№661). $2a$.
8.1.196. (№664). Не обязательно.
8.1.197. (№665). Нет
8.1.201. (№669). Квадрат.
8.1.202. (№670). Четыре прямые.
8.1.204. (№672). Можно, если M, O, C не лежат на одной прямой.
8.1.205. (№673). Можно, если NO и OM не перпендикулярны.
8.1.206. (№674). Да.
8.1.211. (№679). Да.

Средняя линия треугольника. Теорема Фалеса.

8.1.212. (№680). 2,5 м.
8.1.213. (№681). 4 см, 5см, 6 см.
8.1.214. (№682). 6 см.
8.1.215. (№683). 2,4 м; 3,2 м; 4,8 м.
8.1.216. (№684). 3 дм.
8.1.217. (№685). 14.
8.1.218. (№686). Прямоугольник; 20.
8.1.219. (№687). 28 см; углы равны.
8.1.220. (№688). 3 дм.
8.1.221. (№689). 1 см, 4см, 5 см.

8.1.222. (№690). 7 и 8
8.1.223. (№691). 18 : 25
8.1.224. (№692). 1 : 4
8.1.226. (№694). 1 : 4.
8.1.227. (№695). 1 : 6
8.1.229. (№697). 8 см, 32 см.
8.1.231. (№699). Отрезок (средняя линия треугольника).
8.1.233. (№701). Да.
8.1.234. (№702). Точка пересечения отрезков A_1C_1 и B_1D_1.
8.1.235. (№703). $25\frac{5}{7}^\circ, 51\frac{3}{7}^\circ, 102\frac{6}{7}^\circ$.
8.1.236. (№704). 3 : 1, 1 : 2.
8.1.238. (№706). 1 : 1

Трапеция. Средняя линия трапеции.

8.1.248. (№716). 90^0.
8.1.249. (№717). Основание равно боковой стороне, образующей этот угол.
8.1.250. (№718). Ромб
8.1.251. (№719). 1 : 3.
8.1.252. (№720). 34
8.1.253. (№721). 16 дм.
8.1.254. (№722). 15 дм.
8.1.255. (№723). 1м.
8.1.256. (№724). 24 см, 36 см.
8.1.257. (№725). 1,5 м; 4 м.
8.1.258. (№726). 13 см, 16 см, 19 см, 22 см, 25 см.
8.1.259. (№727). $\frac{4}{7}d$, $1\frac{3}{7}d$, $1\frac{2}{7}d$, $\frac{5}{7}d$.
8.1.260. (№728). 40 см, 40 см, 40 см, 80 см.
8.1.261. (№729). Нет.
8.1.266. (№734). 24 см, 42 см.
8.1.267. (№735). $67{,}5^0$, $112{,}5^0$.
8.1.268. (№736). 6 м.
8.1.269. (№737). $\frac{9}{13}d$, $1\frac{4}{13}d$.
8.1.270. (№738). $60^0, 120^0, 120^0, 60^0$.
8.1.271. (№739). $60^0, 120^0, 130^0, 50^0$.
8.1.272. (№740). 20 см.
8.1.273. (№741). $40^0, 140^0, 120^0, 60^0$.
8.1.274. (№742). 10 см.
8.1.275. (№743). 1,7 м.
8.1.276. (№744). $m+h$, $m-h$.
8.1.277. (№745). 10 см.
8.1.278. (№746). $\frac{3a}{4}$.
8.1.279. (№747). a.
8.1.282. (№750). $\frac{3a}{4}$.
8.1.283. (№751). 60^0, 120^0.
8.1.285. (№753). 84 см.
8.1.287. (№755). 4, 4, 8, 10.
8.1.288. (№756). 60^0, 120^0, $5a$, $1{,}5a$.
8.1.289. (№757). 60^0, 120^0.

8.1.290. (№758). 4м.
8.1.291. (№759). К нижнему.
8.1.292. (№760). 11,5 12,5.
8.1.293. (№761). 2 м, 3 м.
8.1.295. (№763). 6 дм, 10 дм.
8.1.297. (№765). 1 : 2
8.1.298. (№766). 40^0, 140^0.
8.1.299. (№767). 1 : 2.
8.1.300. (№768). 60^0, 120^0.
8.1.304. (№772). Сумма оснований равна сумме боковых сторон.
8.1.306. (№774). Сумма противоположных углов равны 180^0.
8.1.307. (№775). 30^0, 150^0.
8.1.308. (№776). Меньшему.
8.1.309. (№777). 72^0, 108^0.
8.1.311. (№779). 60^0, 120^0.
8.1.312. (№780). $\frac{a-b}{2}$.
8.1.314. (№782). 1 : 3.
8.1.315. (№783). 12 см, 24 см.
8.1.316. (№784). 9 см, 23 см.
8.1.317. (№785). 2.
8.1.322. (№790). 60^0, 120^0, 120^0, 60^0.
8.1.324. (№792). 60^0, 120^0, 120^0, 60^0.
8.1.326. (№794). 90^0.
8.1.328. (№796). 4 : 5
8.1.329. (№797). 72^0, 108^0.
8.1.330. (№798). 30^0, 150^0.

§2. Звёздные теоремы. Коллекции задач. Снова построения.

8.2.1. (№807). В равностороннем.
8.2.5. (№811). 5; 2,5.
8.2.7. (№813). 8 см.
8.2.8. (№814). 27 см.
8.2.9. (№815). 36.
8.2.10. (№816). 108.
8.2.11. (№817). 60.
8.2.12. (№818). $\frac{4}{5}$.
8.2.13. (№819). 72.
8.2.14. (№820). 12 см.
8.2.15. (№821). 60^0.
8.2.17. (№823). Два случая: угол A острый, и угол A — тупой: $180^\circ - \frac{\alpha}{2}$, $\frac{\alpha}{2}$.
8.2.18. (№824). Два случая: угол A острый, и угол A — тупой: $90^\circ + \frac{\alpha}{4}$; $180^\circ - \frac{\alpha}{4}$.
8.2.21. (№827). 60^0.
8.2.22. (№828). Ортоцентром.

8.2.25. (№831). 4 см.

8.2.26. (№832). $\frac{c}{6}$.

8.2.28. (№834). 12

8.2.29. (№835). 45

8.2.30. (№836). $m\sin\frac{\alpha}{2}$.

8.2.32. (№838). 6.

8.2.34. (№840). $\frac{\alpha}{2}$.

8.2.35. (№841). 30^0

8.2.36. (№842). 25.

8.2.37. (№843). $90^0+\alpha$.

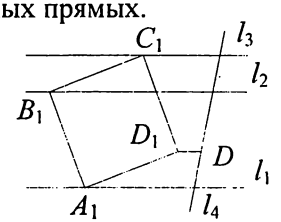
8.2.39. (№845). $\frac{11}{12}$.

8.2.41. (№847). $\frac{1}{6}$.

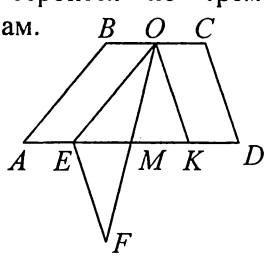
8.2.93. (№899). *Указание.* Прямая $l_4 = S_0(l_1)$ пересекает прямую l_3 в точке C. Найдя C легко определить точку A и прямую BD.

8.2.106. (№912). *Указание.* Пусть $AB = a$, . $MB = b$. Если $M_1 = R_0^{90^0}(M)$, то расстояния от B до M и до M_1 известны.

8.2.107. (№913). *Указание.* Возьмем произвольную точку B_1 на прямой l_2. Если повернуть квадрат $A_1B_1C_1D_1$ около B_1 на 90^0, то A_1 отобразится на C_1. Строим $R_{B_1}^{90^0}(l_1) = l_5$; $l_5 \cap l_3 = C_1$. Построив квадрат по B_1 и C_1, осуществим его параллельный перенос вдоль данных прямых.



8.2.127. (№933). *Указание.* Выполним параллельный перенос боковых сторон. (Они отобразятся на EO и OK). OM — медиана треугольника EOK. Параллельный перенос отобразит OK на EF; треугольник EOF строится по трем сторонам.



§3. Подобие треугольников

Пропорциональные отрезки. Свойство биссектрисы.

8.3.1. (№950). Нет.
8.3.2. (№951). Да.
8.3.3. (№952). Нет.
8.3.5. (№954). Трапеции.
8.3.6. (№955). Равнобедренный.
8.3.7. (№956). Если он делит основание в отношении 1 : 4.
8.3.8. (№957). Нет.
8.3.9. (№958). Да.
8.3.10. (№959). $\angle DBC$.
8.3.11. (№960). Медиана.
8.3.12. (№961). 0,87.
8.3.13. (№962). 1 : 3, 2 : 3.
8.3.14. (№963). $m : (m+n)$, $n : (m+n)$.
8.3.15. (№964). $BD = 12$ см.
8.3.16. (№965). 16, 32, 30.
8.3.17. (№966). 62,5 мм.
8.3.18. (№967). 2 м
8.3.21. (№970). *Указание.* На AD выберем точки E и K так, что $AE = EK$, а на KB — точку T, чтобы $BT = KB$. Отрезок TE отделяет от AB треть.
8.3.22. (№971). Да.
8.3.23. (№972). Нет.
8.3.24. (№973). AMH, COH, OMB.
8.3.25. (№974). Да.
8.3.26. (№975). Да.
8.3.27. (№976). Да.
8.3.28. (№977). Нет.
8.3.29. (№978). 30.
8.3.30. (№979). 2,5 см.
8.3.31. (№980). $\angle K = 40^0$, $\angle P = \angle M = 120^0$, $\angle T = 20^0$.
8.3.33. (№982). 50 см^2.
8.3.34. (№983). 80 см^2, 180 см^2.
8.3.35. (№984). $5\frac{5}{7}$ см.
8.3.37. (№986). 6 см
8.3.38. (№987). 24 см^2.
8.3.39. (№988). 46 см
8.3.40. (№989). 2 см^2.
8.3.41. (№990). 30^0, 60^0, 90^0.
8.3.43. (№992). 10 мин.
8.3.44. (№993). 15 м.
8.3.45. (№994). 7,5 дм
8.3.46. (№995). 22 дм.
8.3.47. (№996). 12 дм.
8.3.48. (№997). 1,8.
8.3.49. (№998). 3,4 м.
8.3.51. (№1000). Да.
8.3.52. (№1001). Нет.

8.3.53. (№1002). 16 см, 12 см, 8 см, 4 см.

8.3.54. (№1003). 47,5 см; 45 см; 42,5 см; 40 см; 37,5 см; 35 см; 32,5 см.

8.3.55. (№1004). 3 м; 2,4 м.

8.3.56. (№1005). $AM = 4$ ед, $MB = 6$ ед, $BN = 5$ ед.

8.3.57. (№1006). Нет.

8.3.58. (№1007). $3\frac{1}{3}$.

8.3.59. (№1008). 7,5.

8.3.60. (№1009). 6

8.3.61. (№1010). 12 см, $6\frac{2}{3}$ см, $5\frac{5}{3}$ см.

8.3.62. (№1011). 60 см.

8.3.63. (№1012). 30 см.

8.3.64. (№1013). 90 мм.

8.3.65. (№1014). 84 мм.

8.3.66. (№1015). 36 дм.

8.3.69. (№1018). $1 : \sqrt{3}$.

8.3.70. (№1019). 1 : 2.

8.3.71. (№1020). 1 : 2.

8.3.72. (№1021). 3 : 2, считая от B.

8.3.73. (№1022). 1 : 2.

8.3.74. (№1023). 2 : 7.

8.3.75. (№1024). 2 : 3 и 3 : 4.

8.3.76. (№1025). 1 : 1.

8.3.77. (№1026). 3 : 1 : 4.

8.3.78. (№1027). 105,6 см.

8.3.79. (№1028). 16 см.

8.3.80. (№1029). $87\frac{3}{11}$ см.

8.3.81. (№1030). 8 м, 12 м.

8.3.83. (№1032). 40 см, 1 м 40 см.

8.3.84. (№1033). 10 см.

8.3.85. (№1034). Да.

8.3.86. (№1035). Нет.

8.3.87. (№1036). Нет.

8.3.88. (№1037). Нет.

8.3.89. (№1038). 7 см, 5 см.

8.3.90. (№1039). 4:25.

8.3.91. (№1040). Прямоугольные.

8.3.92. (№1041). Да.

8.3.93. (№1042). 6 см, 4 см, 6 см.

8.3.94. (№1043). Да.

8.3.95. (№1044). $\frac{ab}{a+b}$

8.3.96. (№1045). $\frac{b}{a+c} : 1$.

8.3.97. (№1046). Да.

8.3.99. (№1048). Да.

8.3.100. (№1049). Нет, если исходный не был равносторонним.

8.3.101. (№1050). Да.

8.3.102. (№1051). Да.

8.3.103. (№1052). Да.

8.3.104. (№1053). Да.

8.3.105. (№1054). Нет.

8.3.106. (№1055). 12; 24.

8.3.107. (№1056). Да, равнобедренные.

8.3.108. (№1057). Да.

8.3.109. (№1058). Да.

8.3.110. (№1059). Точка пересечения медиан треугольника.
8.3.111. (№1060). Равнобедренный.
8.3.112. (№1061). Да; да.
8.3.113. (№1062). Да.
8.3.114. (№1063). Равны.
8.3.115. (№1064). Нет.
8.3.116. (№1065). Да.
8.3.117. (№1066). Нет.
8.3.118. (№1067). Пропорциональна.
8.3.119. (№1068). 39см, 65 см.
8.3.120. (№1069). 8 см.
8.3.121. (№1070). 4.
8.3.123. (№1072). Нет.
8.3.124. (№1073). 50 см.
8.3.125. (№1074). 20 см, 20 см, 16 см.
8.3.126. (№1075). 10 м, 14 м
8.3.127. (№1076). 20 : 30.
8.3.128. (№1077). $3\frac{11}{13}, 6\frac{2}{13}, 8\frac{1}{3}$.
8.3.131. (№1080). 2,5 м.
8.3.135. (№1084). Нет.
8.3.136. (№1085). Не обязательно.
8.3.137. (№1086). Нет.
8.3.139. (№1088). 15.
8.3.141. (№1090). A_1C_1=4,4; AB=2,2; BC=1,4.
8.3.143. (№1092). Нет.
8.3.145. (№1094). Да.
8.3.146. (№1095). $2\frac{17}{24}$.
8.3.148. (№1097). Да.
8.3.149. (№1098). Да.
8.3.151. (№1100). Не обязательно.
8.3.152. (№1101). Длина отрезка не превосходит длину средней линии.
8.3.153. (№1102). Нет.
8.3.157. (№1106). Да.
8.3.159. (№1108). 12,36.
8.3.162. (№1111). 9.
8.3.170. (№1119). 18 см, 40 см, $0{,}3 : \frac{2}{3}$.
8.3.172. (№1121). 18.
8.3.173. (№1122). 20 см.
8.3.174. (№1123). 300 м.
8.3.175. (№1124). $\frac{m-n}{n}a$.
8.3.176. (№1125). $\frac{bc}{a+2c}$.
8.3.177. (№1126). 10 см, 12 см.
8.3.178. (№1127). $\frac{cb}{c+b}$.
8.3.179. (№1128). 30 см, 24 см, 18 см, 36 см.
8.3.180. (№1129). 18 м, 9 м, 12 м, 36 м.
8.3.181. (№1130). 8 дм, 12 дм, 16 дм, 20 дм.
8.3.182. (№1131). 100 м, 40 м.
8.3.183. (№1132). Нет.
8.3.184. (№1133). Да.
8.3.185. (№1134). Да.
8.3.186. (№1135). Да.
8.3.188. (№1137). 46 см, 69 см.

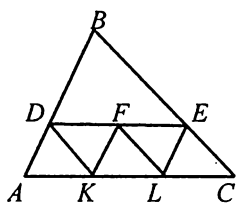
8.3.189. (№1138). Подобны.
8.3.190. (№1139). Да; подобны.
8.3.202. (№1151). 1 : 2.
8.3.209. (№1158). $\frac{2}{3}$.
8.3.218. (№1167). 1,2; 3,6.
8.3.220. (№1169). 12,8.
8.3.226. (№1175). 48.
8.3.228. (№1177). 24.
8.3.232. (№1181). $9\frac{3}{5}$.
8.3.235. (№1184). 8, 10.
8.3.239. (№1188). 3,5; 1,5; $32{,}5\,\pi$.
8.3.240. (№1189). $12(\sqrt{2}-1)$.
8.3.241. (№1190). $3\frac{3}{4}$.
8.3.242. (№1191). $\frac{d\sqrt{10}}{12}$.
8.3.243. (№1192). $a=\sqrt{pq}$.
8.3.245. (№1194). $\frac{ah}{a+h}$.
8.3.247. (№1196). 18 см, 10 см.
8.3.248. (№1197). 12 см.
8.3.249. (№1198). $\frac{ah}{2h+a}$.
8.3.250. (№1199). $CD=3$ см, $DB=9$ см.
8.3.251. (№1200). 6 м, 8 м
8.3.252. (№1201). 1 м.
8.3.253. (№1202). 10 см, 14 см.
8.3.254. (№1203). $\sqrt{2ar}$.
8.3.255. (№1204). 10 см, 26 см.
8.3.256. (№1205). $\frac{ab}{a+b}$
8.3.257. (№1206). 16 см
8.3.258. (№1207). $\frac{ml}{m+l}$.
8.3.259. (№1208). 68 дм, 80 дм.
8.3.260. (№1209). 20 м.
8.3.261. (№1210). $6\frac{3}{7}$ дм, $8\frac{4}{7}$ дм.
8.3.262. (№1211). 42 дм.
8.3.263. (№1212). $\frac{a}{2}\sqrt{\frac{2r-a}{2r+a}}$.
8.3.264. (№1213). $a:b=\sqrt{2}:1$.
8.3.265. (№1214). $\frac{a^2}{b}$
8.3.267. (№1216). *Указание.* Условию отвечают и прямые, соответственно параллельные сторонам треугольника ABC и антипараллели, т.е. такие прямые, которые при пересечении с AB в точке K образуют угол BKM, равный углу C. Решений не меньше трех и не больше шести.
8.3.268. (№1217). 195 м.
8.3.269. (№1218). 20 см, 30 см.
8.3.270. (№1219). 12.
8.3.272. (№1221). Да.
8.3.275. (№1224). $\sqrt{2}:2$.
8.3.276. (№1225). 5.

8.3.278. (№1227). $\frac{2p}{9}$.

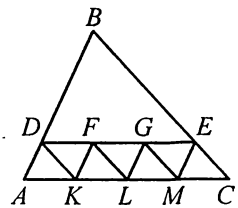
8.3.279. (№1228). *Указание.* Провести через точку C прямую, параллельную AB.

8.3.280. (№1229). 189,5 м.

8.3.281. (№1230). *Указание.* Средними линиями треугольник можно разбить на 4 части, подобные ему. Продолжая разбиения, можно получить $3k+1$ частей, которые отвечают условию. На рисунке представлена линия, разбившая AB в отношении 1 : 2, трапеция разделена на $3k$ треугольников, отвечающих условию.



Если AB разбить в отношении 1:3, то аналогично получим $3k+2$ треугольников. Числа $3k$, $3k+1$ и $3k+2$ исчерпывают множество натуральных числе.



8.3.282. (№1231). 30^0, 150^0.

8.3.283. (№1232).

8.3.284. (№1233). *Указание.* Исходя из условия, треугольники AMT и ABC подобны. Отсюда следует равенство $MT = KC$. Аналогично доказывается, что $KM = CT$.

8.3.285. (№1234). 4 см.

8.3.287. (№1236). $\frac{6}{7}a$.

8.3.290. (№1239). Да.

8.3.291. (№1240). 84 см, 56 см.

8.3.292. (№1241). 6 см, 8 см, 10 см, 48 см, 64 см, 80 см.

8.3.293. (№1242). Да.

8.3.294. (№1243). Нет; да; нет.

8.3.304. (№1253). 6 см.

Прямоугольный треугольник. Метрические соотношения.

8.3.362. (№1311). 37 см.

8.3.363. (№1312). 65 см.

8.3.364. (№1313). 41 дм.

8.3.365. (№1314). 109 см.

8.3.366. (№1315). $\frac{\sqrt{1933}}{2}$.

8.3.367. (№1316). $1\frac{9}{16}$.

8.3.368. (№1317). 17.

8.3.369. (№1318). $\sqrt{61}$.

8.3.370. (№1319). 1) 161; 2) 260; 3) 24; 4) 42; 5) $7\frac{1}{5}$; 6) $\sqrt{51}$.

8.3.371. (№1320). 1) $c=25$, $a_c=9$, $b_c=16$, $h=12$;

2) $c=25$, $a_c=23\frac{1}{25}=23{,}04$, $b_c=1\frac{24}{25}=1{,}96$, $h=6{,}72$;

3) $c=\sqrt{41}$, $a_c=\frac{16}{\sqrt{41}}$, $b_c=\frac{25}{\sqrt{41}}$, $h=\sqrt{9\frac{29}{41}}$;

4) $b=75$, $b_b=45$, $a_c=80$, $h=60$;

5) $a=156$; $a_c=144$, $b_c=25$, $h=60$;

6) $b=175$, $b_c=49$, $a_c=576$, $h=168$;

7) $b=\sqrt{15589}$, $b_c=\frac{15589}{125}$, $a_c=\frac{36}{125}$, $h=\frac{6\sqrt{15589}}{125}$;

8) $c=25$, $a=24$, $a_c=23{,}04$, $h=6{,}72$;

9) $a=21$, $b=20$, $b_c=13\frac{23}{29}$, $h=14\frac{14}{29}$;

10) $b=\sqrt{6}$, $a=\sqrt{3}$, $a_c=1$, $h=\sqrt{2}$;

11) $c=4\frac{1}{6}$, $h=2$, $a=2\frac{1}{2}$, $b=3\frac{1}{3}$;

12) $c=20$, $h=6$, $a=2\sqrt{10}$, $b=6\sqrt{10}$;

13) $a_c=64$, $b_c=225$, $c=289$, $b=225$;

14) $b_c=\frac{81}{41}$, $a_c=39\frac{1}{41}$, $c=41$, $a=40$.

8.3.372. (№1321). Да.

8.3.373. (№1322). Да.

8.3.374. (№1323). Нет.

8.3.381. (№1330). $47\frac{50}{51}$ см, $74\frac{1}{51}$ см.

8.3.384. (№1333). $5\frac{1}{5}$ м.

8.3.385. (№1334). 98 см, 18 см.

8.3.386. (№1335). $\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}=\frac{1}{a^2}$.

8.3.388. (№1337). $a:h=5:4$.

8.3.391. (№1340). Да.

8.3.393. (№1342). Относятся как $a:b$.

8.3.395. (№1344). 1) прямоугольный; 2) тупоугольный; 3) остроугольный.

8.3.396. (№1345). а) внутри, б) внутри, в) снаружи, г) на стороне.

8.3.397. (№1346). Тупоугольный.

8.3.398. (№1347). Остроугольный.

8.3.399. (№1348). Тупоугольный.

8.3.400. (№1349). $a^2+b^2=5c^2$.

8.3.401. (№1350). Да.

8.3.403. (№1352). 12.

8.3.404. (№1353). $\frac{12\sqrt{65}}{29}$.

8.3.405. (№1354). 6.

8.3.407. (№1356). $\frac{\alpha}{2}$.

8.3.408. (№1357). 30^0.

8.3.409. (№1358). 25.

8.3.410. (№1359). $90^0+\alpha$.

8.3.412. (№1361). $\frac{11}{12}$.

8.3.413. (№1362). $\frac{23}{24}$.

Окружность

8.3.415. (№1364). 1) 6 см; 2) 12 см; 3) 1 м.

8.3.416. (№1365). 16 см.

8.3.417. (№1366). 1) внутри; 2) на окружности; 3) вне.

8.3.418. (№1367). $2\sqrt{42}$ м.

8.3.419. (№1368). $\sqrt{3}$ м.

8.3.420. (№1369). 1) 4; 2) 65; 3) $\frac{r}{5}$; 4) $AD_1=5$, $AD_2=45$.

8.3.421. (№1370). 1) 1 м; 2) 6 м; 3) 10 м.

8.3.422. (№1371). 1) 8 см; 2) 18 см; 3) 14 см.

8.3.423. (№1372). 1) 7 см; 2) $r(\sqrt{5}-1)$.

8.3.424. (№1373). 20 см.
8.3.425. (№1374). 20 см.
8.3.426. (№1375). 21 дм, 29 дм
8.3.430. (№1379). 12 см.
8.3.431. (№1380). 4,35 м.
8.3.432. (№1381). 16 см.
8.3.433. (№1382). 20.
8.3.434. (№1383). 6,5.
8.3.435. (№1384). 5 см.
8.3.436. (№1385). $2\sqrt{13}$ см.
8.3.437. (№1386). Нет.
8.3.438. (№1387). Уменьшился в $2\frac{1}{2}$ раза.
8.3.439. (№1388). 24 см.
8.3.440. (№1389). 99 м.
8.3.443. (№1392). 1) 6; 2) 3; 3) $\sqrt{3}$.
8.3.444. (№1393). 21 см.
8.3.446. (№1395). 1) 3 см; 2) 18 см; 3) $a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$.
8.3.447. (№1396). ≈226 км.
8.3.448. (№1397). ≈267 км.
8.3.450. (№1399). 17 см.
8.3.451. (№1400). 13 см.
8.3.453. (№1402). D — вторая точка пересечения.
8.3.454. (№1403). 1) 4 см; 2) 20 м; 3) 35 м, 15 м.
8.3.455. (№1404). $3\sqrt{46}$.
8.3.456. (№1405). 1) 9 дм; 2) 36 см; 3) 25 см.
8.3.457. (№1406). $\frac{m}{n-m}(am-bn)$ и $\frac{n}{n-m}(am-bn)$.
8.3.458. (№1407). 10 см.
8.3.459. (№1408). $\frac{a}{2}$.
8.3.460. (№1409). 18 см.
8.3.461. (№1410). 12 см, 36 см.
8.3.462. (№1411). 18 см, 12 см.
8.3.463. (№1412). 12,5 см; 2,5 см
8.3.466. (№1415). 6 дм.
8.3.467. (№1416). $\frac{2}{5}r$.
8.3.468. (№1417). 1) 10 см; 2) 8 дм; 3) 9,375 м
8.3.469. (№1418). 25 дм, 8 дм, 15 дм.
8.3.470. (№1419). $\frac{a}{r}\sqrt{4r^2-a^2}$.
8.3.471. (№1420). 9 дм.
8.3.472. (№1421). $\sqrt{2ar}$.
8.3.474. (№1423). Может.
8.3.475. (№1424). Да.
8.3.476. (№1425). Могут.
8.3.477. (№1426). Равны.
8.3.478. (№1427). 8 см.
8.3.480. (№1429). 10 см.
8.3.482. (№1431). $\frac{1}{3}$.
8.3.484. (№1433). 1; 12.

§4. Практикум по теореме Пифагора

8.4.1. (№1435). 15 см.

8.4.2. (№1436). 125, 125 и 240 см.

8.4.3. (№1437). $\frac{4}{\sqrt{2}}$ см.

8.4.4. (№1438). $\sqrt{24{,}75}$ м.

8.4.5. (№1439). 109 см.

8.4.6. (№1440). $a\sqrt{2}$.

8.4.7. (№1441). $\frac{2}{\sqrt{2}-1}$ см.

8.4.8. (№1442). $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$

8.4.9. (№1443). 32 см, 60 см.

8.4.10. (№1444). 41 см.

8.4.11. (№1445). 10 см.

8.4.12. (№1446). а) $c=40$;
$a_c=14{,}4$; $b_c=25{,}6$; $h_c=19{,}2$;
б) $b=14$; $b_c=3{,}92$;
$a_c=46{,}08$; $h_c=13{,}44$;
в) $h_c=36$; $a=45$;
$b=48$; $c=75$;
г) $a_c=16$; $b_c=9$; $a=20$;
$a=20$, $b=15$;
д) $h_c=2{,}4$; $a_c=3{,}2$;
$c=5$; $a=4$;
е) $h=12$; $a_c=16$,
$c=20$, $b=15$.

8.4.13. (№1447). $a\frac{\sqrt{3}}{2}$.

8.4.14. (№1448). $h\frac{2}{\sqrt{3}}$.

8.4.15. (№1449). $\frac{6}{\sqrt{3}}$, $\frac{12}{\sqrt{3}}$.

8.4.16. (№1450). 25 см

8.4.17. (№1451). 29 см.

8.4.18. (№1452). 37 см.

8.4.19. (№1453). 24 см.

8.4.20. (№1454). 14 см.

8.4.23. (№1457). 9 см.

8.4.24. (№1458). 42,5 см.

8.4.25. (№1459). 77 см

8.4.26. (№1460). 61 см.

8.4.27. (№1461). 13,44 см.

8.4.28. (№1462). $\sqrt{2Rr}$.

8.4.30. (№1464). 48 см.

8.4.32. (№1466). 50 см^2.

8.4.35. (№1469). 25, 17.

8.4.36. (№1470). 3, 4, 5.

8.4.37. (№1471). $2\sqrt{29}$ м.

8.4.38. (№1472). $\sqrt{a^2+3b^2}$.

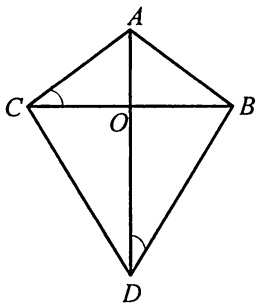
8.4.39. (№1473). 25 мм.

8.4.40. (№1474). 39 дм.

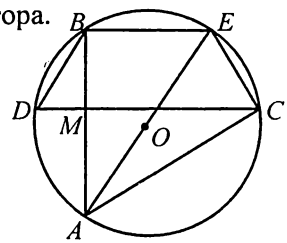
8.4.41. (№1475). $\frac{a^2+4h^2}{8h}$.

8.4.42. (№1476). 73 см.
8.4.43. (№1477). 25 м, 7 см.
8.4.44. (№1478). 20 см.
8.4.45. (№1479). 54 см.
8.4.46. (№1480). 21 см, 28 см.
8.4.47. (№1481). $\frac{a}{\sqrt{2}+1}, \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$.
8.4.48. (№1482). $n\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$, $m\sqrt{\frac{m+n}{m-n}}$
8.4.49. (№1483). 40 см.
8.4.50. (№1484). 1) 25 мм; 2) 19 мм; 3) 15,9 мм.
$h=\frac{D-d}{2}\sqrt{3}$.
8.4.51. (№1485). $\sqrt{a^2+b^2}$.
8.4.52. (№1486). $32\sqrt{2} < 46$ мм.
8.4.53. (№1487). Нет.
8.4.54. (№1488). $7\frac{9}{17}$ см.
8.4.55. (№1489). 175 см, 600 см.
8.4.56. (№1490). 1 : 4.
8.4.57. (№1491). 49 : 81.
8.4.58. (№1492). 10 м.
8.4.59. (№1493). mc.
8.4.60. (№1494). 13.
8.4.61. (№1495). 7,5 см.
8.4.62. (№1496). 18 дм.
8.4.63. (№1497). 12 дм.
8.4.64. (№1498). $12\frac{\sqrt{5}}{2}$, $9\frac{\sqrt{5}}{5}$, $9\frac{\sqrt{5}}{5}$.
8.4.65. (№1499). 13,44 дм.
8.4.66. (№1500). $9\frac{1}{15}$ см.
8.4.67. (№1501). 15 дм.
8.4.68. (№1502). 65 дм.
8.4.69. (№1503). $\sqrt{769}$ м, 37 м.
8.4.70. (№1504). 4 : 5.
8.4.71. (№1505). 1) 3,125 дм; 2) 16,9 дм.
8.4.72. (№1506). 6 дм.
8.4.73. (№1507). 30 дм.
8.4.74. (№1508). 32 см, 18 см.
8.4.75. (№1509). $\frac{4rn}{(3n+m)(3m+n)}$, $\frac{4rm}{(3n+m)(3m+n)}$ — основания; $\frac{m+n}{(3n+m)(3m+n)}$ — боковая сторона.
8.4.76. (№1510). 11 см,61 см.
8.4.79. (№1513). 17,6 м.
8.4.80. (№1514). 51, 75, 68, 40.
8.4.81. (№1515). *Указание.* Если обозначить $AO=x$, $BO=y$, то длины катетов треугольника COD $x\sqrt{3}$ и $y\sqrt{3}$. Следовательно, ΔAOB по-

добен ΔCOD, причем коэффициент подобия $k=\sqrt{3}$. Поэтому $AB=300:\sqrt{3}=$ $=100\sqrt{3}\approx 173$ (м).



8.4.82. (№1516). 90 см.
8.4.83. (№1517). 24 см.
8.4.84. (№1518). 24 см.
8.4.86. (№1520). 60 см, 32 см.
8.4.88. (№1522). 20 м.
8.4.90. (№1524). 15 см.
8.4.91. (№1525). 5 м.
8.4.92. (№1526). 35 дм.
8.4.93. (№1527). 16 : 25.
8.4.94. (№1528). 18 дм, 80 дм.
8.4.95. (№1529). 38 дм, 22 дм.
8.4.96. (№1530). 25 дм.
8.4.97. (№1531). $7\frac{7}{9}$ дм.
8.4.98. (№1532). 1 дм.
8.4.99. (№1533). $\frac{m^2+n^2}{m}$, $\frac{m^2+n^2}{n}$.
8.4.100. (№1534). 27 дм, 64 дм.
8.4.101. (№1535). 24 см.
8.4.102. (№1536). *Указание.* Проведем $BE \| CD$. Так как $\angle ABE=90^0$, AE — диаметр, $AE^2=AC^2+CE^2$. По свойствам параллельных хорд $CE=DB$. Далее к треугольникам AMC и BMD применяем теорему Пифагора.



8.4.103. (№1537). 180 см^2.
8.4.104. (№1538). 504 см^2.
8.4.105. (№1539). 360 см^2.
8.4.106. (№1540). 40 см.
8.4.107. (№1541). 336 см^2.
8.4.108. (№1542). 300 см^2.
8.4.109. (№1543). 684 см^2, 106 см.
8.4.110. (№1544). 4 см, 3 см.
8.4.111. (№1545). 8 см, 9 см.
8.4.112. (№1546). 120 см^2.
8.4.113. (№1547). 420 см^2.
8.4.114. (№1548). $\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}+1\right)a^2$.
8.4.115. (№1549). 126 см^2.
8.4.116. (№1550). 105 см^2.
8.4.119. (№1553). Прямая, перпендикулярная отрезку.

8.4.125. (№1559). Точка пересечения диагоналей.

8.4.129. (№1563). 3,2.

8.4.130. (№1564). $\sqrt{(7-\sqrt{102})^2+49}$.

8.4.132. (№1566). $\frac{28\sqrt{2}}{9}$.

8.4.133. (№1567). 5, $5\sqrt{6}$.

8.4.134. (№1568). $12\frac{12}{13}$.

8.4.135. (№1569). $9\frac{3}{13}$; 24.

8.4.136. (№1570). $4\sqrt{3}$; $15-4\sqrt{3}$.

8.4.137. (№1571). 13 см.

8.4.140. (№1574). 13.

8.4.147. (№1581). $\frac{p^2}{16}$.

8.4.148. (№1582). $\left(\sqrt{3}+2\right)a$.

8.4.149. (№1583). $\left(1+\sqrt{2}\right)a$.

8.4.150. (№1584). 2 см.

8.4.151. (№1585). 39 см, 50 см.

8.4.152. (№1586). 22 см.

8.4.153. (№1587). $R\sqrt{3}$.

8.4.154. (№1588). 4.

8.4.157. (№1591). $\sqrt{m^2-c^2}$.

8.4.162. (№1596). 1) 7; 2) $\sqrt{7}$;
3) 16; 4) $3\sqrt{2}$.

8.4.163. (№1597). 1) тупоугольный; 2) прямоугольный; 3) остроугольный; 4) остроугольный; 5) тупоугольный.

8.4.164. (№1598). 1) $p=5$, $q=9$, $h=12$;
2) $p=35$, $q=5$, $h=12$;
3) $p=20$, $q=8$, $h=15$;
4) $p=1\frac{3}{8}$, $q=2\frac{5}{8}$, $h=\frac{3}{8}\sqrt{15}$.

8.4.165. (№1599). 1) 7 см;
2) 13 см; 3) 73 см.

8.4.166. (№1600). 1) 7 см;
2) 13 см; 3) 31 см.

8.4.167. (№1601). 1) $\sqrt{25-6\sqrt{2}}$,
2) $\sqrt{13}$, 3) 5.

8.4.168. (№1602). 9 см, 24 см.

8.4.169. (№1603). 6 см, 10 см.

8.4.170. (№1604). 7, 15, $\frac{105\sqrt{3}}{26}$.

8.4.171. (№1605). 20 см.

8.4.172. (№1606). a, $a\left(1+\sqrt{2}\right)$, $a\sqrt{2+\frac{1}{\sqrt{2}}}$.

8.4.173. (№1607). 13, 14, 15.

8.4.174. (№1608). $\sqrt{r\left(2r-\sqrt{4r^2-a^2}\right)}$, 30.

8.4.175. (№1609). $\sqrt{119}$ см.

8.4.176. (№1610). 11,2 см.

8.4.177. (№1611). 1) 1 : 2; 2) 3 : 4.

8.4.178. (№1612). 13.

8.4.179. (№1613). 8 см, 12 см

8.4.180. (№1614). 14; 14; 16,8.

8.4.181. (№1615). 25,56.

8.4.182. (№1616). 52.

8.4.183. (№1617). $\sqrt{R^2+3r^2}$.

8.4.188. (№1622). $\dfrac{ab\sqrt{3}}{2\sqrt{a^2+b^2+ab}}$.

8.4.190. (№1624). 1) $\sqrt{73}$ м, $\sqrt{46}$ см.

8.4.191. (№1625). 1) 20, $4\sqrt{34}$; 2) 39, 17; 3) $\sqrt{13{,}6}$; $\sqrt{23{,}4}$.

8.4.192. (№1626). $4\sqrt{\dfrac{17}{13}}$, $6\sqrt{\dfrac{17}{13}}$.

8.4.193. (№1627). 10 см, 15 см.

8.4.194. (№1628). 7, 11.

8.4.195. (№1629). 4, 7, 7, 9.

8.4.196. (№1630). 18 см, 16 см.

8.4.197. (№1631). $\dfrac{\sqrt{2(a^2+b^2)-c^2}}{2}$, $\dfrac{\sqrt{2(a^2+c^2)-b^2}}{2}$, $\dfrac{\sqrt{2(b^2+c^2)-a^2}}{2}$.

8.4.198. (№1632). 11.

8.4.199. (№1633). 14.

8.4.200. (№1634). 24 см.

8.4.201. (№1635). 15 см, 25 см.

8.4.202. (№1636). a,b,c,d — стороны, f,e — диагонали $\dfrac{\sqrt{a^2+c^2+f^2+e^2-b^2+d^2}}{2}$.

§5. Тригонометрия помогает геометрии

8.5.1. (№1641). $2\pi R\cos\varphi$.

8.5.3. (№1643). 10; 8.

8.5.4. (№1644). $2\sqrt{13}$; $3\sqrt{13}$.

8.5.5. (№1645). $1\dfrac{1}{13}$.

8.5.6. (№1646). а) $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{4}{5}$; б) $0{,}\dot{9}6$.

8.5.7. (№1647). Угол при основании: $\dfrac{3}{5}$, $\dfrac{4}{5}$; угол при вершине: $\dfrac{7}{25}$, $\dfrac{24}{25}$.

8.5.9. (№1649).

а) $c(1+\sin\varphi+\cos\varphi)$;

б) $\frac{a}{\cos\varphi}(1+\sin\varphi+\cos\varphi)$.

8.5.10. (№1650). а) $c=125$, $\angle A=20^0 36'$, $\angle B=69^0 24'$;

б) $c=11{,}12$; $\angle A=31^0 48'$, $\angle B=59^0 12'$;

в) $c=1{,}7973$; $\angle A=74^0 54'$, $\angle B=15^0 6'$;

г) $a=25$; $\angle A=4^0 35'$, $\angle B=85^0 25'$;

д) $b=169$; $\angle A=20^0$; $\angle B=70^0$;

е) $a=31{,}6$; $c=35{,}2$; $\angle A=63^0 42'$;

ж) $b=4{,}09$; $c=4{,}17$; $\angle B=52^0 54'$;

з) $b=15163$; $c=15621$; $\angle A=13^0 55'$;

и) $b=0{,}63$; $a=0{,}54$; $\angle B=49^0$;

к) $a=0{,}021$; $b=0{,}0724$; $\angle A=16^0 6'$.

8.5.11. (№1651). $3\frac{13}{17}$; $13\frac{4}{17}$.

8.5.12. (№1652). $6\sqrt{5}$; $12\sqrt{5}$; 30.

8.5.13. (№1653). 144π.

8.5.14. (№1654). 3; $3\sqrt{3}$.

8.5.15. (№1655). 1°26′; 1°2′.

8.5.16. (№1656). 113,6.

8.5.17. (№1657). 85,8 см.

8.5.18. (№1658). $R\sin\frac{\alpha}{2}$

8.5.19. (№1659). 126,5 м.

8.5.20. (№1660). ≈14,35 км.

8.5.21. (№1661). ≈3°24′.

8.5.22. (№1662). ≈ 96 мм.

8.5.23. (№1663). ≈18,7 см^2.

8.5.24. (№1664). $5\sqrt{3}$; 5; 30°; 60°.

8.5.25. (№1665). 31,97.

8.5.26. (№1666). а) 45°; б) $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

8.5.27. (№1667). 20 дм; $\frac{4}{5}$.

8.5.28. (№1668). 11,9 см; 11,9 см; 47,5 см.

8.5.29. (№1669). 59 кг.

8.5.30. (№1670). 364 м.

8.5.31. (№1671). 12,8 кг; 37,9 кг.

8.5.32. (№1672). 12,6 кг; 29°; 61°.

8.5.33. (№1673). $\frac{2}{3}$; 15 мм.

8.5.36. (№1676). 5,44; 29,18.

8.5.37. (№1677). $MN=\frac{a\sin\varphi}{1-\sin\varphi}$.

8.5.38. (№1678). $\frac{l}{\cos\alpha(1+2\sin\alpha)}$.

8.5.39. (№1679). 2 дм; $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

8.5.40. (№1680). $h\operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$.

8.5.41. (№1681). $\sqrt{6}$.

8.5.42. (№1682). а) 45°; б) $4\sqrt{2}$ см.

8.5.43. (№1683). 0,28.

8.5.44. (№1684). 0,5376; 0,8432.

8.5.46. (№1686). Нет.

8.5.48. (№1688). 28°57′; 71°3′.

8.5.49. (№1689). $\frac{2\alpha}{\cos\alpha}$

8.5.51. (№1691). $2\arcsin\frac{3}{5}\approx 73^0 44'$.

8.5.52. (№1692). а) $\frac{7}{25}, \frac{24}{25}$;

б) $\frac{11}{61}, \frac{60}{61}$; в) $\frac{20}{29}, \frac{21}{29}$;

г) $\frac{3}{5}, \frac{4}{5}$; д) $\frac{4}{\sqrt{41}}, \frac{5}{\sqrt{41}}$.

8.5.53. (№1693). а) $2\operatorname{arctg}\frac{4}{5}$;

б) $\operatorname{arctg}\frac{8}{15}$; в) $\operatorname{arctg}\frac{15}{8}$;

г) $\operatorname{arctg}\frac{8}{15}$.

8.5.54. (№1694). а) $\frac{26}{\sqrt{901}}, \frac{15}{\sqrt{901}}$;

б) $\frac{4}{5}, \frac{3}{5}$.

8.5.55. (№1695). 90^0; $\operatorname{arctg}\frac{3}{4}\approx$

$\approx 36^0 52'$; $\operatorname{arctg}\frac{4}{3}\approx 53^0 8'$.

8.5.56. (№1696). $\frac{a\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}$.

§6. Практикум по задачам восьмого класса

8.6.2. (№1701). $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, 2\sqrt{2}, 3$.

8.6.4. (№1703). Прямоугольник.

8.6.5. (№1704). 12, 8, 6.

8.6.10. (№1709). Дельтоид, равнобедренная трапеция.

8.6.19. (№1718). Середина BC.

8.6.23. (№1722). 150°.

8.6.24. (№1723). 22,5°.

8.6.25. (№1724). 90°.

8.6.26. (№1725). А, В, Д, Е, Ж, З, К, Л, М, Н, О, П, С, Т, Ф, Х, Ш, Э; 0, 3, 8.

8.6.27. (№1726). Нет; нет.

8.6.28. (№1727). $\frac{a}{\sqrt{2}}; \frac{b}{\sqrt{2}}$.

8.6.29. (№1728). 10π.

8.6.30. (№1729). $15, 10, \sqrt{145}, \sqrt{505}$.

8.6.31. (№1730). 16.

8.6.32. (№1731). Точка пересечения диагоналей.

8.6.33. (№1732). 338.

8.6.34. (№1733). 2.

8.6.38. (№1737). Необязательно.

8.6.43. (№1742). B_1 симметрична B относительно прямой l, M — точка пересечения AB_1 с l.

8.6.44. (№1743). Точка пересечения l с AB_1, где B_1 симметрична B относительно прямой l.

8.6.45. (№1744). A_1, A_2 — точки, симметричные A относительно сторон угла OX и OY; B и C точки пересечения A_1A_2 с OX и OY.

8.6.53. (№1752). $r^2\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$r^2\frac{\sqrt{3}}{2}\left(\sqrt{3}-1\right)$.

8.6.55. (№1754). Нет.

8.6.58. (№1757). $4\sqrt{15}$.

8.6.59. (№1758). $\frac{10}{3}\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

8.6.60. (№1759). Обратная теорема не верна.

8.6.62. (№1761). Нет.

8.6.63. (№1762). 75; 50.

8.6.67. (№1766). Данный отрезок.

8.6.69. (№1768). Только если исходный треугольник равносторонний.

8.6.70. (№1769). Нет.

8.6.72. (№1771). Ромб и квадрат.

8.6.74. (№1773). $CL = 4,\ KL = 7$.

8.6.75. (№1774). $5{,}2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} \approx 3{,}7$.

8.6.76. (№1775). $AB = 20, CB = 14$.

8.6.79. (№1778). 20,25.

8.6.80. (№1779). 3.

8.6.81. (№1780). $2\sqrt{2}$.

8.6.82. (№1781). $\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

8.6.84. (№1783). Да.

8.6.85. (№1784). 6 : 3 : 2.

8.6.87. (№1786). $a = 2b\sin 10^0$.

8.6.89. (№1788). $\frac{8\sqrt{97}}{9}\pi$.

8.6.92. (№1791). 30°, 90°, 150°, 90°; 60°, 90°, 120°, 90°.

8.6.93. (№1792). Окружность с центром S.

8.6.94. (№1793). $\frac{d}{6}$.

8.6.96. (№1795). 8, 10.

8.6.97. (№1796). $2\sqrt{(2+l)^2 - h^2}$.

8.6.98. (№1797). 4; 60π.

8.6.100. (№1799). $\frac{3}{5}h$; $2\frac{2}{5}h$.

8.6.102. (№1801). 27.

8.6.103. (№1802). $R\left(3-2\sqrt{2}\right)$.

8.6.105. (№1804).

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(a^2+b^2-ab\right);$$

$$\sqrt{2}\left(a^2+b^2+ab\sqrt{2}\right);$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}}\left(a^2+b^2+ab\right).$$

8.6.114. (№1813). 15, 9, 6.

8.6.115. (№1814). $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$.

8.6.120. (№1819). $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}>\frac{1}{c}$,

$\frac{1}{c}+\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$, $\frac{1}{c}+\frac{1}{b}>\frac{1}{a}$.

8.6.126. (№1825). 4.

8.6.130. (№1829). 60°.

8.6.132. (№1831). $\frac{c\sin 2\alpha}{\sqrt{1+\sin 2\alpha}}$,

$\frac{\sqrt{2}c\sin\alpha}{\sqrt{1+\sin\alpha}}$, $\frac{\sqrt{2}c\cos\alpha}{\sqrt{1+\cos\alpha}}$.

8.6.145. (№1844). $\frac{\sqrt{3}ab}{2\sqrt{a^2+b^2+ab}}$.

8.6.147. (№1846). $r\left(1+\frac{R-r}{R+r}\right)$.

$r_1=R\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$; $r_2=R\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}$.

8.6.162. (№1861). 2), 4), 5), 6).

8.6.167. (№1866). У этого уравнения нет корней.

8.6.183. (№1882). $2r\sqrt{5-2}$.

9 класс

§1. Площади фигур

9.1.1. (№1895). Прямая.

9.1.2. (№1896). $\frac{l^2}{2}$.

9.1.3. (№1897). 10; 24.

9.1.4. (№1898). $2{,}25m^2$.

9.1.5. (№1899). 23040 кг.

9.1.6. (№1900). $50\sqrt{3}m$.

9.1.7. (№1901). $2R^2$.

9.1.8. (№1902). 2.

9.1.9. (№1903). Увеличится в 9 раз; уменьшится в 2,25 раз.

9.1.10. (№1904). Увеличить в 2 раза; уменьшить в 5 раз.

9.1.11. (№1905). 8м, 18м.

9.1.12. (№1906). 25 дм, 12 дм.

9.1.13. (№1907). 24 м.

9.1.14. (№1908). 816мм^2.

9.1.15. (№1909). 818 см.

9.1.16. (№1910). 754м^2.

9.1.17. (№1911). 16 см.

9.1.18. (№1912). 35 см^2.

9.1.20. (№1914). 24 см^2.

9.1.21. (№1915). 10; 48.

9.1.22. (№1916). 1) $\frac{ab}{2}$;

2) $\frac{ab\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{ab\sqrt{3}}{2}$.

9.1.23. (№1917). 30^0.

9.1.24. (№1918). Больше площадь квадрата.

9.1.25. (№1919). 1) 288 см^2; 2) 10 дм^2; 3) $3\sqrt{3}$.

9.1.26. (№1920). 1) $\frac{ab}{4}$; 2) $\frac{ab\sqrt{2}}{4}$;

3) $\frac{ab\sqrt{3}}{4}$.

9.1.27. (№1921). 1) Да; 2) нет; 3) да.

9.1.28. (№1922). 3900 см^2.

9.1.29. (№1923). 82 см.

9.1.30. (№1924). 202,8 см^2.

9.1.32. (№1926). $\frac{m^2n^2}{m^2+n^2}$.

9.1.33. (№1927). mn.

9.1.34. (№1928). 1) 21; 3; 2) 9; 7.

9.1.35. (№1929). 241,02 кг.

9.1.39. (№1933). $\frac{ab}{\sqrt{a^2+b^2}}$.

9.1.40. (№1934). $\frac{c^2}{4}$.

9.1.41. (№1935). 1) 268 см^2;

2) $\frac{b\sqrt{4c^2-b^2}}{4}$; 3)10 $\frac{1}{2}$1.

9.1.42. (№1936). $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

9.1.43. (№1937). $\frac{2\sqrt{Q}}{\sqrt[4]{3}}$.

9.1.44. (№1938). 600м^2.

9.1.45. (№1939). 1656 см^2.

9.1.46. (№1940). 55 см, 48 см.

9.1.47. (№1941). 1440 см^2.

9.1.48. (№1942). 9,6м.

9.1.51. (№1945). $\frac{a^2}{2\left(\sqrt{3}+1\right)}$.

9.1.52. (№1946). 75 см^2.

9.1.54. (№1948). 100 дм^2.

9.1.56. (№1950). Площадь прямоугольника больше.

9.1.57. (№1951). 30°, 150°.

9.1.59. (№1953). Площадь квадрата больше.

9.1.61. (№1955). 4,8 см.

9.1.62. (№1956). $\sqrt{1076+52\sqrt{364}}$ и $\sqrt{1076-52\sqrt{364}}$ см.

9.1.63. (№1957). $18(7+4\sqrt{3})$ см^2.

9.1.64. (№1958). Увеличится в n^2 раз.

9.1.65. (№1959). Квадрат; 13; 2 : 1.

9.1.66. (№1960). 2640 см^2.

9.1.71. (№1965). 6 см^2.

9.1.72. (№1966). 24 см.

9.1.73. (№1967). $\frac{S}{2}$.

9.1.74. (№1968). 144 3 см^2.

9.1.75. (№1969). 1 : 4.

9.1.76. (№1970). 80.

9.1.77. (№1971). ab; $b=a$ 3.

9.1.78. (№1972). а) 90 см^2;
б) 26 21 см^2; в) 468 см^2.

9.1.79. (№1973). 12 см; 5,6 см; 4,2 см.

9.1.80. (№1974). 8 см.

9.1.81. (№1975). 25 см.

9.1.82. (№1976). 8 см, 10 см.

9.1.83. (№1977). 1,925 м^2.

9.1.84. (№1978). 13,25 см^2

9.1.85. (№1979). 1117 м^2.

9.1.86. (№1980). 11799 см^2.

9.1.87. (№1981). 10 см.

9.1.88. (№1982). 2 : 3.

9.1.89. (№1983). 2400 см^2.

9.1.90. (№1984). 288 см^2.

9.1.91. (№1985). $\frac{mn}{6}$.

9.1.92. (№1986). 480 см^2.

9.1.93. (№1987). 480м^2.

9.1.94. (№1988). 256 см^2.

9.1.95. (№1989). h^2.

9.1.96. (№1990). $\frac{c^2}{2}$.

9.1.97. (№1991). 216 см^2.

9.1.98. (№1992). 8316 см^2.

9.1.99. (№1993). $\frac{R^2}{2}$.

9.1.100. (№1994). $\frac{q^2}{2}$.

9.1.101. (№1995). 1764 см^2.

9.1.102. (№1996). 150м^2.

9.1.103. (№1997). 48 см.

9.1.104. (№1998). 4 см.

9.1.105. (№1999). 54 см^2.

9.1.106. (№2000). 5 см.

9.1.107. (№2001). 72 см^2.

9.1.108. (№2002). 13,5 дм^2.

9.1.109. (№2003). 54 см^2.

9.1.110. (№2004). 24 см^2.

9.1.111. (№2005). 18 см^2.

9.1.112. (№2006). $\frac{a(b+c)}{2}$.

9.1.113. (№2007). 45 см^2.

9.1.114. (№2008). $\frac{10}{1+\sqrt{3}}$ см^2.

9.1.115. (№2009). Под прямым углом.

9.1.116. (№2010). 660 см^2.

9.1.117. (№2011). 126 см^2.

9.1.118. (№2012). 8 дм^2.

9.1.119. (№2013). 25 см^2.

9.1.120. (№2014). 6 см^2.

9.1.121. (№2015). 30 см.

9.1.122. (№2016). $\frac{ph_1h_2}{h_1+h_2}$.

9.1.123. (№2017). 1400 см^2.

9.1.129. (№2023). $\frac{h^2}{\sqrt{3}}$.

9.1.130. (№2024). $\frac{3\sqrt{3}}{4}R^2$.

9.1.131. (№2025). $3\sqrt{3}r^2$.

9.1.132. (№2026). 12 см.

9.1.133. (№2027). $\sqrt{\frac{Q\left(m^2+n^2\right)}{2mn}}$.

9.1.134. (№2028). $a^2\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)$.

9.1.135. (№2029). $\frac{2a^2\left(1+\sqrt{2}\right)}{3+2\sqrt{2}}$.

9.1.136. (№2030). 8,4м^2.

9.1.137. (№2031). 6912 см^2.

9.1.138. (№2032). 52 см^2.

9.1.139. (№2033). 1) 84; 2) 60; 3)$10\sqrt{2}$; 4) $\frac{15\sqrt{3}}{4}$; 5) 5,28; 6) $17\frac{4}{9}$; 7) 8; 9) 3,5.

9.1.140. (№2034). 20 дм.

9.1.141. (№2035). 112.

9.1.142. (№2036). 13м; 12,5м; 1,5м.

9.1.143. (№2037). 18 см; 20 см; 34 см.

9.1.144. (№2038). 144 см^2.

9.1.145. (№2039). 30 см.

9.1.146. (№2040). 1224 см^2.

9.1.147. (№2041). 270 см^2.

9.1.148. (№2042). 1) 25; 2) 12.

9.1.149. (№2043). 36.

9.1.150. (№2044). 6 см.

9.1.151. (№2045). 14м, 30м, 40м.

9.1.152. (№2046). 546 см^2, 9 2 см.

9.1.153. (№2047). $\frac{1}{2}bd+(l+f)\times$
$\times(a+b+c)-f^2$.

9.1.154. (№2048). 6 см.

9.1.155. (№2049). $l(a+b+c)-$
$-\frac{1}{2}db+f^2$.

9.1.158. (№2052). 54 см^2.

9.1.159. (№2053). 2 : 1.

9.1.160. (№2054). 30 см.

9.1.161. (№2055). 20 см^2.

9.1.163. (№2057). 77 см^2.

9.1.165. (№2059). 45°, 135°.

9.1.166. (№2060). 20 см^2.

9.1.168. (№2062). 100 2 см^2.

9.1.170. (№2064). Равны.

9.1.172. (№2066). 1 : 2.

9.1.173. (№2067). Равны.

9.1.174. (№2068). 24 см^2.

9.1.176. (№2070). 4,2 см.

9.1.177. (№2071). 16 см^2.

9.1.178. (№2072). 12 см^2.

9.1.179. (№2073). $\frac{5S}{9}$.

9.1.180. (№2074). S_1+S_2.

9.1.181. (№2075). $\frac{a(b+c)}{4}$.

9.1.182. (№2076). S_1+S_2.

9.1.183. (№2077). $\frac{a(b+c)}{4}$.

9.1.184. (№2078). 40 см^2.

9.1.185. (№2079). $\frac{a\sqrt{b^2-a^2}}{2}+$
$+\frac{a\sqrt{c^2-a^2}}{2}$.

9.1.187. (№2081). 114 см^2.

9.1.189. (№2083). 126 см^2.

9.1.190. (№2084). 42 см^2.

9.1.191. (№2085). 42 см^2.

9.1.192. (№2086). 2 см.

9.1.193. (№2087). 2 3 см^2.

9.1.194. (№2088). $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

9.1.195. (№2089). $\frac{3\sqrt{3}}{4}a^2$.

9.1.196. (№2090). (*NBCM*, *KMCD*) и (*AMKB*, *AMED*).

9.1.197. (№2091). 1 : 4.

9.1.198. (№2092). Да; $ab=hc$.

9.1.200. (№2094). Равнобедренный.

9.1.202. (№2096). 48; 1,8; 8,2.

9.1.203. (№2097). 30 22 .

9.1.204. (№2098). 28.

9.1.205. (№2099). $\frac{a^2}{2}$.

9.1.206. (№2100). Средняя линия, паралельная *AB*.

9.1.210. (№2104). 0,56 м^2.

9.1.212. (№2106). $\frac{m_1m_2\sin\alpha}{3}$.

9.1.213. (№2107). $\frac{h_bh_c}{2\sin A}$.

9.1.215. (№2109). 4372 см^2.
9.1.216. (№2110). 8,4 см^2.
9.1.217. (№2111). 11,2 см; $21\frac{7}{13}$ см.
9.1.218. (№2112). 4 : 3.
9.1.229. (№2123). $2\left(a^2+b^2+ab\right)$.
9.1.230. (№2124). 2 : 3.
9.1.231. (№2125). 1 : 2.
9.1.233. (№2127). В 16 раз; в 25 раз.
9.1.234. (№2128). $5\sqrt{2}$ дм.
9.1.235. (№2129). $\frac{1}{4}$.
9.1.236. (№2130). $h\sqrt{2}$.
9.1.237. (№2131). 4 : 21 : 56.
9.1.238. (№2132). $m^2:\left(2mn+n^2\right)$.
9.1.239. (№2133). 256 см^2.
9.1.240. (№2134). 3 : 5 : 7.
9.1.241. (№2135). 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{4}$.
9.1.242. (№2136). 32 дм^2, 72 дм^2, 128 дм^2.
9.1.244. (№2138). $1:\sqrt{2}$.
9.1.245. (№2139). $\frac{20}{\sqrt{2}}$ м.
9.1.246. (№2140). 300 дм^2.
9.1.249. (№2143). 25 дм^2.
9.1.250. (№2144). 60 см^2, 40 см^2.
9.1.251. (№2145). 1 : 3.
9.1.253. (№2147). $\frac{2mn}{(m+n)^2}$.
9.1.254. (№2148). $\frac{a^2}{4}$.
9.1.255. (№2149). 276,48.
9.1.257. (№2151). 16 см^2; 18 см^2.
9.1.258. (№2152). 450 см^2.
9.1.259. (№2153). a^2+b^2.
9.1.260. (№2154). $\frac{P^2}{8}-2R^2$.
9.1.261. (№2155). $\frac{PH_1H_2}{2(H_1+H_2)}$.
9.1.264. (№2158). 156 см^2.
9.1.266. (№2160). 30°, 120°.
9.1.267. (№2161). $\frac{S}{2}$.
9.1.269. (№2163). 90°, 45°, 45°.
9.1.271. (№2165). Да.
9.1.272. (№2166). $\frac{1}{4}ab$.
9.1.276. (№2170). $\frac{13}{16}Q$.
9.1.277. (№2171). $2Q$.
9.1.279. (№2173). 15°, 75°.
9.1.280. (№2174). 1 : 5.
9.1.282. (№2176). Нет.
9.1.283. (№2177). $\frac{m^2}{4}$.
9.1.284. (№2178). 5,5 3; 13 3; 29,5 3.
9.1.287. (№2181). 13 см, 14 см, 15 см.

9.1.288. (№2182). 51 см, 52 см, 53 см.

9.1.289. (№2183). $31\sqrt{3}$.

9.1.290. (№2184). Равны.

9.1.292. (№2186). $70+20\sqrt{10}$ см^2.

9.1.294. (№2188). $2Q$.

9.1.295. (№2189). $3\sqrt{3}$ см^2.

9.1.296. (№2190). $2\frac{2}{3}S$.

9.1.297. (№2191). 1 : 3.

9.1.298. (№2192). 97,5 см^2.

9.1.299. (№2193). 45°, 135°.

9.1.300. (№2194). 6 см.

9.1.301. (№2195). $14\frac{2}{3}$ см^2.

9.1.302. (№2196). 13 см.

9.1.303. (№2197). $\left(\sqrt{S_1}+\sqrt{S_2}+\sqrt{S_3}\right)^2$.

9.1.309. (№2203). Средней по длине.

9.1.311. (№2205). 1), 2), 3), 5), 6).

9.1.312. (№2206). $100(3-2\sqrt{2})\%$.

9.1.313. (№2207). $R\frac{89}{4}$.

§2. Тригонометрическая геометрия

9.2.1. (№2215). 14 см.

9.2.2. (№2216). Тупоугольный.

9.2.3. (№2217). $\sqrt{29}$ см.

9.2.4. (№2218). Остроугольный.

9.2.5. (№2219). 7.

9.2.6. (№2220). 60°.

9.2.7. (№2221). $\sqrt{28}$.

9.2.8. (№2222). 120°.

9.2.9. (№2223). $\angle C=78^\circ$; $c=0{,}31$; $a=0{,}17$.

9.2.12. (№2226). а) $\angle A=3^\circ42'$, $b=1609{,}3$, $c=1561{,}8$;

б) $\angle B=50^\circ12'$, $b=142{,}8$, $c=192{,}9$;

в) $\angle B=59^\circ46'$, $\angle C=70^\circ52'$, $c=0{,}4799$;

г) $\angle B=44^\circ32'$, $\angle A=54^\circ2'$, $a=23{,}64$;

д) $a=3634$, $\angle B=86^\circ54'$, $\angle C=31^\circ22'$;

е) $c=5{,}85$, $\angle A=51^\circ49'$, $\angle B=76^\circ29'$;

ж) $c=36{,}9$, $\angle C=68^\circ21'$, $a=26$, $b=37{,}1$;

з) $\angle A=84^\circ31'$, $a=71{,}6$, $\angle B=45^\circ26'$, $\angle C=50^\circ3'$.

9.2.14. (№2228). $c=17{,}65$; $a=9{,}17$; $\angle B=30^0 28'$; $\angle C=124^0 2'$.

9.2.15. (№2229). $\angle A\approx 66^0$, $\angle B\approx 73^0$, $\angle C\approx 41^0$.

9.2.16. (№2230). 27.

9.2.19. (№2233). 38 см.

9.2.20. (№2234). а) Тупоугольный;
б) прямоугольный;
в) остроугольный;
г) прямоугольный.

9.2.21. (№2235). $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}$.

9.2.22. (№2236). 10 см, 23 см.

9.2.23. (№2237). 12 см, 14 см.

9.2.25. (№2239). Да.

9.2.27. (№2241). 1 : 3 : 2.

9.2.28. (№2242). $\frac{a^2}{2(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)}$.

9.2.29. (№2243). $\frac{AM^2}{2(\operatorname{ctg}\angle MAB+\operatorname{ctg}\angle MAC)}$.

9.2.30. (№2244). $\frac{t\sqrt{6}}{3+\sqrt{6}}$, $\frac{t\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}}$.

9.2.31. (№2245). $\frac{t}{\sqrt{2}-1}$, $\frac{t\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}$.

9.2.32. (№2246). $\frac{2t^2}{1-ctg^2\alpha}$.

9.2.33. (№2247). 11,14 см; 12,1 см; 15,28 см.

9.2.34. (№2248). $\frac{\sin\alpha\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$, $\frac{\sin\beta\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$, $\frac{\sin(\alpha+\beta)\cdot P}{\sin\alpha+\sin\beta+\sin(\alpha+\beta)}$.

9.2.35. (№2249). $\frac{m^2\cos 2\alpha\sin\alpha}{\cos\alpha}$.

9.2.36. (№2250). $4Q$.

9.2.43. (№2257). 15 см.

9.2.44. (№2258). $180^0-\arccos\frac{3}{5}$, 90^0, $\arccos\frac{3}{5}$, 90^0.

9.2.45. (№2259). $\frac{1}{2}$.

9.2.51. (№2265). 440.

9.2.52. (№2266). 45^0, 135^0.

9.2.54. (№2268). $\frac{6}{7}$.

9.2.58. (№2272). $9\frac{2}{13}$, $9\frac{3}{13}$, 13.

9.2.60. (№2274). $\frac{24\sqrt{2}}{2+\sqrt{3}}$.

9.2.61. (№2275). $\frac{b\sqrt{1+\sin^2\alpha}}{1+\cos\alpha}$.

9.2.62. (№2276). $\frac{2\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{3}+1}$.

9.2.63. (№2277). $\dfrac{h}{\sin^2\alpha(\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta)}$.

9.2.64. (№2278). $\dfrac{d}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}$.

9.2.65. (№2279). 10 см.

9.2.66. (№2280). $\dfrac{m^2\sin^2\alpha\sin 2\beta}{\sin^2(\alpha+\beta)}$.

9.2.67. (№2281). $\dfrac{\sin\gamma\sin(\alpha-\beta)}{\sin(\alpha+\beta)\sin\beta}$.

9.2.68. (№2282). $\dfrac{1}{2k}$.

9.2.69. (№2283). $\dfrac{P\sin\alpha}{4\cos^2\left(\dfrac{\pi}{4}-\dfrac{\alpha}{2}\right)}$.

9.2.70. (№2284). $\dfrac{m^2-n^2}{\operatorname{ctg}\alpha+\operatorname{ctg}\beta}$.

9.2.71. (№2285). $\begin{matrix}10 & 3\\ & 61\end{matrix}$.

9.2.72. (№2286). 8,125.

9.2.73. (№2287). 21.

9.2.74. (№2288). 15.

9.2.77. (№2291). $\dfrac{a^2+b^2+2ab\cos\alpha}{\sin\alpha}$.

9.2.79. (№2293). $\approx 61{,}54$.

9.2.80. (№2294). 259.

9.2.81. (№2295). $a=11{,}3$; $b=9{,}7$; $c=132{,}6$; $\angle C=66°$.

9.2.82. (№2296). 5,6.

9.2.83. (№2297). $\angle C=32^0$, $a=2{,}32$, $b=1{,}47$, $c=1{,}33$.

9.2.84. (№2298). 1,6.

9.2.85. (№2299). 99,9.

9.2.86. (№2300). 86^0.

9.2.87. (№2301). 12.

9.2.91. (№2305). 3.

9.2.92. (№2306). 40^0.

§3. Вписанный и описанный четырехугольники

9.3.1. (№2307). 1м.

9.3.2. (№2308). $25^0 10'$, $154^0 70'$, $25^0 10'$, $154^0 70'$.

9.3.4. (№2310). 2 см.

9.3.5. (№2311). 37°, 143°, 37°, 143°.

9.3.6. (№2312). Вне трапеции.

9.3.7. (№2313). 3 см.

9.3.8. (№2314). $\dfrac{1}{4}$ м.

9.3.9. (№2315). 1) Да; 2) нет.

9.3.10. (№2316). 3м, 6м, 9м, 6м.
9.3.11. (№2317). $45°, 90°, 135°, 90°$.
9.3.12. (№2318). Нет.
9.3.13. (№2319). 1) 3; 9; 12; 6;
2) 4,5; 7,5; 10,5; 7,5.
9.3.14. (№2320). 96.
9.3.15. (№2321). $98 - 12{,}25\pi$.
9.3.16. (№2322). 2,5 см.
9.3.17. (№2323). 16 см.
9.3.18. (№2324). 9,6 см.
9.3.19. (№2325). Равнобедренная трапеция.
9.3.21. (№2327). 1 см.
9.3.22. (№2328). 6 см.
9.3.23. (№2329). 3 см.
9.3.24. (№2330). 2 см.
9.3.25. (№2331). 2 см.
9.3.26. (№2332). $12(2\sqrt{3}+3)$.
9.3.27. (№2333). 96.
9.3.28. (№2334). 3 см.
9.3.29. (№2335). 20.
9.3.30. (№2336). 2,25.
9.3.31. (№2337). 8 см.
9.3.32. (№2338). 2 см, 2 см.
9.3.33. (№2339). 27.
9.3.34. (№2340). 96.
9.3.35. (№2341). 13 см.
9.3.36. (№2342). 36 см.
9.3.37. (№2343). 6,25 см.
9.3.38. (№2344). $4\sqrt{13}$ см.
9.3.39. (№2345). $\frac{1}{2}$ см.
9.3.41. (№2347). a.
9.3.42. (№2348). $12\sqrt{3}$ см^2.
9.3.44. (№2350). $\frac{b}{a}R$.
9.3.46. (№2352). $\frac{c}{b}R$.
9.3.47. (№2353). Суммы противоположных углов 180^0.
9.3.48. (№2354). Около прямоугольников.
9.3.49. (№2355). Трапеция.
9.3.50. (№2356). Да.
9.3.51. (№2357). Да.
9.3.52. (№2358). Нет.
9.3.53. (№2359). Да.
9.3.54. (№2360). Да.
9.3.56. (№2362). Да.
9.3.57. (№2363). Да, если A_1C_1 не параллельно AC, или же если $AB = BC$.
9.3.58. (№2364). Да.
9.3.59. (№2365). Ромб.
9.3.61. (№2367). Да.
9.3.62. (№2368). Нет.
9.3.63. (№2369). $PT = R\sin\alpha$.
9.3.64. (№2370). $\angle B = 90^0$.
9.3.65. (№2371). Нет.
9.3.66. (№2372). Да.
9.3.67. (№2373). Да.
9.3.68. (№2374). В ромбы.
9.3.69. (№2375). Нет.
9.3.70. (№2376). Да.
9.3.71. (№2377). Да.
9.3.72. (№2378). Нет.

9.3.73. (№2379). Провести прямую, параллельную основанию, удалённую от него на $\frac{2}{3}$ высоты.

9.3.74. (№2380). Да.

9.3.75. (№2381). 1080 см^2.

9.3.76. (№2382). 25 см.

9.3.77. (№2383). 65 см.

9.3.78. (№2384). $S_1 = 38{,}4$ см^2; $S_2 = 7\sqrt{13{,}44}$ см^2.

9.3.80. (№2386). 537,5 см^2, $71\frac{2}{3}$ см.

9.3.81. (№2387). 588 см^2.

9.3.82. (№2388). 30 см, 42 см.

9.3.83. (№2389). 13 см.

9.3.84. (№2390). $8R^2$, $16R$.

9.3.85. (№2391). 12 см.

9.3.86. (№2392). 24 см; 18 см.

9.3.87. (№2393). 60 см, 80 см.

9.3.88. (№2394). 60^0.

9.3.89. (№2395). 80 см.

9.3.90. (№2396). 6 см.

9.3.91. (№2397). 100 см, 18 см.

9.3.92. (№2398). 6 см.

9.3.94. (№2400). 124^0.

9.3.101. (№2407). Да.

9.3.102. (№2408). Да.

9.3.103. (№2409). 50 см.

9.3.104. (№2410). 9:40.

9.3.107. (№2413). *Указание.* По формуле $S = \frac{abc}{4R}$ можно выразить через стороны и радиус окружности площади треугольников ABC, DAC, DAB, BCD. Так как попарные суммы этих площадей соответственно равны, то имеем

$$\frac{abx}{4R} + \frac{cdx}{4R} = \frac{bcy}{4R} + \frac{ady}{4R},$$

где x и y — длины диагоналей. Отсюда получаем нужное отношение.

§4. Правильные многоугольники

9.4.1. (№2419). а) Нет; б) нет.

9.4.2. (№2420). 1) Да; 2) нет.

9.4.3. (№2421). Нет.

9.4.4. (№2422). Нет.

9.4.5. (№2423). У любого.

9.4.6. (№2424). Да.

9.4.7. (№2425). С углом 60^0 и равными сторонами.

9.4.8. (№2426). Нет.

9.4.9. (№2427). 120^0.

9.4.10. (№2428). 1.

9.4.11. (№2429). n.

9.4.12. (№2430). С чётным числом сторон.

9.4.13. (№2431). 8.

9.4.14. (№2432). $a\sqrt{3}$, $2a$.

9.4.15. (№2433). 5.

9.4.16. (№2434). 15^0, $22{,}5^0$.

9.4.17. (№2435). 12- и 30-угольник.

9.4.19. (№2437). 60^0, 90^0, 108^0, 120^0, 135^0, 144^0, 150^0, $165{,}6^0$.

9.4.20. (№2438). 8; 12.

9.4.21. (№2439). 10; 15.

9.4.22. (№2440). Он правильный.

9.4.23. (№2441). Как 1 : 2.

9.4.24. (№2442). Треугольник.

9.4.25. (№2443). Нет.

9.4.26. (№2444). Да.

9.4.27. (№2445). $2\sqrt{2}$ см.

9.4.28. (№2446). $\sqrt{3}$ см.

9.4.32. (№2450). $\frac{2m}{\sqrt{3}}$.

9.4.33. (№2451). $\sqrt{R^2-\frac{a^2}{4}}$.

9.4.34. (№2452). $\sqrt{r^2+\frac{a^2}{2}}$.

9.4.35. (№2453). $2\sqrt{R^2-r^2}$.

9.4.36. (№2454). $2\sqrt{3}$ см, 2 см.

9.4.39. (№2457). 1) $\frac{a\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$;

3) a; 4) $a\sqrt{1+\frac{\sqrt{2}}{2}}$; 5) $a\left(2+\sqrt{3}\right)$.

9.4.40. (№2458). 1) $\frac{a\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{a}{2}$;

3) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

9.4.41. (№2459). 1) $2k$; 2) $2k$;

3) $\frac{2\sqrt{3}}{3}k$; 4) $\frac{2}{2+\sqrt{2}}k$.

9.4.42. (№2460). 1) $\frac{R}{2}$; 2) $\frac{R}{\sqrt{2}}$;

3) $\frac{R\sqrt{3}}{2}$.

9.4.45. (№2463). $\frac{2a_nR}{\sqrt{4R^2-a_n^2}}$.

9.4.46. (№2464). 1) $R\sqrt{2}$;

$R\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $2R$;

2) $a\sqrt{2+\sqrt{2}}$; $a\left(\sqrt{2}+1\right)$;

$a\sqrt{4+2\sqrt{2}}$.

9.4.47. (№2465). 1) R; $2R$; $R\sqrt{3}$;

$R\sqrt{3-\sqrt{3+\sqrt{4-2\sqrt{3}}}}$;

2) $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$;

$a\sqrt{3+\sqrt{3}+\sqrt{4+2\sqrt{3}}}$;

$a\sqrt{2\sqrt{3}+3}$; $a\sqrt{2+\sqrt{3}}$

9.4.48. (№2466). $3\sqrt{2+\sqrt{2}}$ м; $3\sqrt{2-\sqrt{2}}$ м; $\frac{3}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$ м.

9.4.51. (№2469). 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}R$; 2) $2\left(\sqrt{2}-1\right)R$.

9.4.52. (№2470). $a(1+\frac{2}{2})$.

9.4.53. (№2471). $\frac{a(1+\sqrt{3}+\sqrt{3}+\sqrt{4+2\sqrt{3}})}{2}$.

9.4.55. (№2473). $\frac{a}{3}$.

9.4.56. (№2474). $n=3,\ 4,\ 6$.

9.4.58. (№2476). $a^2\sqrt{2}$.

9.4.59. (№2477). Нет.

9.4.61. (№2479). У квадрата.

9.4.62. (№2480). $\frac{b\sqrt{3}}{3}$; $\frac{b\sqrt{6}}{3}$.

9.4.63. (№2481). $2\sqrt{6}$ дм.

9.4.64. (№2482). $\frac{R\sqrt{2}}{2}$.

9.4.65. (№2483). $\frac{a\sqrt{6}}{3}$.

9.4.66. (№2484). $a\frac{3+\sqrt{3}}{6}$.

9.4.67. (№2485). a.

9.4.69. (№2487). $8\left(2-\sqrt{2}\right)a$.

9.4.71. (№2489). $R\sqrt{3}$.

9.4.72. (№2490). $R(\sqrt{2}-1)$.

9.4.73. (№2491). 1) $R(2+\sqrt{2})$; 2) $R(2+\sqrt{3})$.

9.4.74. (№2492). $\frac{2c}{\sqrt{3}-1}$.

9.4.75. (№2493). $\frac{3}{5}h$.

9.4.77. (№2495). Трапеция.

9.4.79. (№2497). Да.

9.4.81. (№2499). $\approx 8{,}8$

9.4.82. (№2500). $\approx 64{,}8$ м^2.

9.4.83. (№2501). $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{2}a^2$.

9.4.84. (№2502). $\approx 1{,}46$.

9.4.85. (№2503). π; $6\sqrt{3}$.

9.4.86. (№2504). $\approx 7{,}74$.

9.4.87. (№2505). $r^2\left(2\pi-3\sqrt{3}\right)$.

9.4.88. (№2506). $16:3\sqrt{3}$.

9.4.89. (№2507). $1:2$.

9.4.90. (№2508). $\frac{\pi a^2}{4}$.

9.4.91. (№2509). $\frac{3}{8}r$.

9.4.92. (№2510). $4\pi-\sqrt{3}$.

9.4.93. (№2511). $\frac{10}{\sqrt{2}}$.

9.4.94. (№2512). $\frac{1}{36}, \frac{2}{9}, \frac{3}{4}$.

9.4.95. (№2513). 4 : 9.

9.4.96. (№2514). Ромб.

9.4.98. (№2516). $R(2+\sqrt{3})$.

9.4.99. (№2517). $R\frac{\sqrt{5}-1}{2}; R\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

9.4.100. (№2518). 18, 144.

9.4.101. (№2519). 10.

9.4.102. (№2520). Да; да.

9.4.103. (№2521). 3; 6.

9.4.104. (№2522). *Указание.* Из условия следует, что один из внутренних углов меньше $180^0 \cdot \frac{2}{5}$, следовательно он равен 60^0. Другой внутренний угол — $60^0 \cdot \frac{5}{2} = 150^0$. Значит, внешние углы равны 120^0 и 30^0.

9.4.105. (№2523). 3 : 140.

9.4.106. (№2524). *Указание.* Вершинами треугольника являются вершины шестиугольника, взятые через одну. Если взять другие три точки на сторонах шестиугольника, то радиус описанной окружности окажется меньшим. Следовательно, меньшей будет и сторона треугольника.

9.4.109. (№2527). Да.

9.4.112. (№2530). $\frac{a(1+\sqrt{5})}{2}$.

9.4.115. (№2533). $\approx 3{,}5$ мм; 15,5 мм.

9.4.116. (№2534). $2\sqrt{2}R^2$.

9.4.117. (№2535). $3R^2$.

9.4.119. (№2537). 4 : 3.

9.4.120. (№2538). $\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2; \frac{\sqrt{3}}{2}d^2$.

9.4.121. (№2539). $4\sqrt{3}$; 9; $6\sqrt{3}$.

9.4.122. (№2540). 3 : 1.

9.4.123. (№2541). $9:4\sqrt{3}:6$.

9.4.124. (№2542). 3 : 4; 3 : 8.

9.4.125. (№2543). а) 19; б) 33.

9.4.129. (№2547). Не изменится.

9.4.132. (№2550). Да.

9.4.133. (№2551). Не обязательно.

9.4.136. (№2554). 60^0.

9.4.138. (№2556). Да; да.

9.4.139. (№2557). Нет.

9.4.145. (№2563). Внутреннее касание: 1) $\frac{R\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$;

2) $\frac{R}{2+\sqrt{2}}$; 3) $\frac{R}{3}$

внешнее касание:

1) $\frac{R\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$; 2) $\frac{R}{2-\sqrt{2}}$; 3) R.

9.4.146. (№2564). $\frac{r^2}{2}\left(\pi+\sqrt{3}\right)$; $\frac{\pi r^2}{6}$.

9.4.147. (№2565). Пусть a — сторона, данного квадрата, b — данная сторона, тогда задача разрешима, если $\frac{a\sqrt{2}}{2} \le b \le a$.

§5. Длина окружности. Площадь круга.

9.5.1. (№2571). 1) 20π м; 2) 30π м; 3) 70π см.

9.5.2. (№2572). 1) $\frac{1}{2\pi}$ м; 2) $\frac{25}{2\pi}$ см; 3) $\frac{2{,}375}{\pi}$ дм.

9.5.3. (№2573). 112π м/мин.

9.5.4. (№2574). 1) $\frac{\pi R}{8}$; 2) $\approx 0{,}136\pi$; 3) $0{,}02909\pi$.

9.5.5. (№2575). 1) $\frac{4\pi l}{3}$; 2) $\frac{16{,}9l}{\pi}$.

9.5.6. (№2576). $133^\circ 20'$.

9.5.7. (№2577). $\approx 21^\circ 30'$.

9.5.8. (№2578). 144°.

9.5.9. (№2579). $1\frac{1}{3}$ см.

9.5.10. (№2580). $7\frac{1}{5}$ см.

9.5.11. (№2581). 258°.

9.5.12. (№2582). $\approx 57^\circ 18'$.

9.5.13. (№2583). 1) $\frac{\pi a}{3}$; 2) $\frac{\pi}{2\sqrt{2}}a$; 3) $\frac{2\pi a}{3\sqrt{3}}$.

9.5.14. (№2584). 1) $\frac{3l}{\pi}$; 2) $\frac{2\sqrt{2}l}{\pi}$; 3) $\frac{3\sqrt{3}l}{2\pi}$.

9.5.15. (№2585). $\frac{107}{2(\pi-1)}$.

9.5.16. (№2586). $2\pi m$.

9.5.17. (№2587). Одинаково: $\frac{1}{2\pi}$.

9.5.18. (№2588). 18,2 см.
9.5.19. (№2589). ≈ 8 см.
9.5.20. (№2590). ≈ 157 см.
9.5.21. (№2591). $\frac{3}{4}l$.
9.5.23. (№2593). 2.
9.5.24. (№2594). В 4π раз.
9.5.25. (№2595). 0,000015.
9.5.26. (№2596). 1) 314м^2;
2) 50,24 дм; 3) 21,2 см.
9.5.27. (№2597). 1) $\approx 0{,}8$ см;
2) ≈ 4м; 3) $\approx 2{,}3$ дм.
9.5.28. (№2598). 346,36м^2.
9.5.29. (№2599). 78,5 см^2.
9.5.30. (№2600). ≈ 4 см.
9.5.31. (№2601). $\approx 0{,}28$м^2.
9.5.32. (№2602). ≈ 2578кг.
9.5.33. (№2603). ≈ 5 см^2.
9.5.34. (№2604). ≈ 15 см.
9.5.35. (№2605). 10 см.
9.5.36. (№2606). $\frac{\pi S}{2}$.
9.5.37. (№2607). 15,7м^2.
9.5.38. (№2608). 1) 1 : 4; 2) 1 : 2;
3) 3 : 4.
9.5.39. (№2609). ≈ 5кг/ см^2.
9.5.40. (№2610). $\frac{\pi a^2}{4}$.
9.5.42. (№2612). 1) $\approx 0{,}55\,r^2$;
2) $\approx 0{,}14\,r^2$.
9.5.43. (№2613). 1) $\sqrt{\frac{5q}{\pi}}$; 2) $\sqrt{\frac{6q}{\pi}}$.
9.5.44. (№2614). $\frac{360q}{\pi r^2}$.
9.5.45. (№2615). 1) $\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$;
2) $\frac{R^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$;
3) $\frac{R^2}{4}\left(\frac{\pi}{2}-\sqrt{2}\right)$; 4) $\frac{R^2}{4}\left(\frac{\pi}{3}-1\right)$.
9.5.46. (№2616). 1) $\frac{a^2}{3}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{1}{4}\right)$;
2) $\frac{a^2}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$; 3) $\frac{a^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
9.5.47. (№2617). 3,73м^2.
9.5.48. (№2618). 2π; 6π.
9.5.49. (№2619). $R^2\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$.
9.5.50. (№2620). $\frac{5}{2}\pi$; $\frac{25\pi}{4}$.
9.5.51. (№2621). $\frac{\pi+\sqrt{3}}{2}R^2$.
9.5.52. (№2622). 8π, 32.
9.5.53. (№2623). $\frac{8\pi}{3}$, 16π.
9.5.54. (№2624). $\frac{\pi-\sqrt{3}}{2}R^2$.
9.5.55. (№2625). 6; 6π.
9.5.56. (№2626). 1.

9.5.57. (№2627). $\frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)$.

9.5.58. (№2628). $\frac{Qn}{360}$.

9.5.59. (№2629). $\frac{\pi R^2}{6}$.

9.5.60. (№2630). $\frac{a^2}{4}\left(\frac{7\pi}{6}-\sqrt{3}-1\right)$, $\frac{a^2}{4}\left(\frac{13\pi}{6}-\sqrt{3}+1\right)$.

9.5.61. (№2631). $\frac{4mnQ}{\pi\left(m^2+n^2\right)}$.

9.5.62. (№2632). $\frac{R}{2}\left(\sqrt{4+\pi}\pm\sqrt{4-\pi}\right)$.

9.5.63. (№2633). $\frac{8Q}{\pi}$.

9.5.64. (№2634). $\frac{\pi Q}{\sqrt{3}}$.

9.5.65. (№2635). 1:2.

9.5.66. (№2636). 1) $R^2\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$;

2) $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{4}\right)$; 3) $R^2\left(\sqrt{3}-\frac{\pi}{3}\right)$.

9.5.67. (№2637). $\frac{a^2}{12}\left(\frac{\pi}{2}+3\right)$.

9.5.68. (№2638). На 10π.

9.5.69. (№2639). 18,9.

9.5.70. (№2640). 90^0.

9.5.71. (№2641). $36\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$.

9.5.73. (№2643). 4π; $24-4\pi$.

9.5.74. (№2644). 10π; 25π.

9.5.75. (№2645). 9π.

9.5.76. (№2646). $r^2\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}\right)$.

9.5.78. (№2648). 6.

9.5.79. (№2649). 42,39 см.

9.5.80. (№2650). 72,2 см.

9.5.81. (№2651). 286 сек.

9.5.82. (№2652). Равны.

9.5.83. (№2653). $\frac{\pi R}{3}$.

9.5.84. (№2654). Первая.

9.5.85. (№2655). Уменьшится в 5 раз.

9.5.86. (№2656). А.

9.5.87. (№2657). Да.

9.5.88. (№2658). Полукруга.

9.5.89. (№2659). Только если треугольники равны.

9.5.90. (№2660). Они относятся как 1 : 4.

9.5.91. (№2661). Они относятся как $\sqrt{3}$: 1.

9.5.92. (№2662). Сумма площадей кругов, построенных на катетах равна площади круга, построенного на гипотенузе.

9.5.93. (№2663). Кругов.

9.5.94. (№2664). Первая.

9.5.95. (№2665). Нет.
9.5.96. (№2666). Нет.
9.5.97. (№2667). Треугольника.
9.5.98. (№2668). Сегментов.
9.5.99. (№2669). Часть «при угле».
9.5.100. (№2670). 130π.
9.5.101. (№2671). 8π.
9.5.102. (№2672). 12π.
9.5.103. (№2673). $\pi\sqrt{11}$.
9.5.104. (№2674). 16π.
9.5.105. (№2675). 15π.
9.5.106. (№2676). ≈ 264 м/мин.
9.5.107. (№2677). 442 об/мин.
9.5.108. (№2678). $6\sqrt{19} : 65$.
9.5.109. (№2679). $\frac{169\pi}{12}$.
9.5.110. (№2680). $\frac{7\pi}{3}$.
9.5.111. (№2681). 2π.
9.5.112. (№2682). $\frac{3}{5}\left(\sqrt{3}+\pi\right) \approx 2{,}9$ м.
9.5.113. (№2683). $\approx 3{,}2$ м.
9.5.114. (№2684). $\approx 1{,}8$ м.
9.5.115. (№2685). $\approx 15{,}7$ м.
9.5.116. (№2686). а) $\frac{200\pi}{9}$ см^2;
б) 36π см^2; в) 9π см^2.
9.5.117. (№2687). $\approx 38\%$.
9.5.118. (№2688). ≈ 4602 кг.
9.5.119. (№2689). ≈ 14 м.
9.5.120. (№2690). Катет лежит против угла в 30^0.
9.5.121. (№2691). 10π.
9.5.122. (№2692). $\frac{2\pi R\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}$.
9.5.123. (№2693). $4\pi R$.
9.5.124. (№2694). $\frac{4\pi}{3}$ см.
9.5.125. (№2695). $\frac{P\pi\left(2-\sqrt{3}\right)}{3}$.
9.5.127. (№2697). 1 : 2.
9.5.128. (№2698). $18+8\pi$.
9.5.129. (№2699). $\frac{5\sqrt{2}\pi}{2}$.
9.5.130. (№2700). $\frac{2\pi a}{3}$.
9.5.131. (№2701). $15^0, 75^0$.
9.5.132. (№2702). $60^0, 60^0, 60^0, 180^0$.
9.5.133. (№2703). $\frac{P^2}{48}\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
9.5.134. (№2704). $\frac{a}{32}(\pi+1)$.

Содержание

7 класс

	Условие	Ответ
§ 1. Кирпичи геометрии	6	336
Прямая, луч, отрезок. Сравнение и измерение отрезков.	6	336
Углы. Сравнение и измерение углов	13	337
§ 2. Смежные и вертикальные углы	15	338
§3. Треугольники	20	338
Элементы треугольника	20	338
Признаки равенства треугольников	23	339
§4. Параллельные прямые	27	339
Признак параллельности прямых	27	339
Сумма углов треугольника	29	340
Углы с взаимно параллельными и перпендикулярными сторонами	33	340
§5. Окружность	36	341
Описанная и вписанная окружности	36	341
§6. Задачи на построение	51	

8 класс

	Условие	Ответ
§1. Четырёхугольники	62	343
Параллелограмм	62	343
Прямоугольник	74	344
Ромб	79	344
Квадрат	83	345

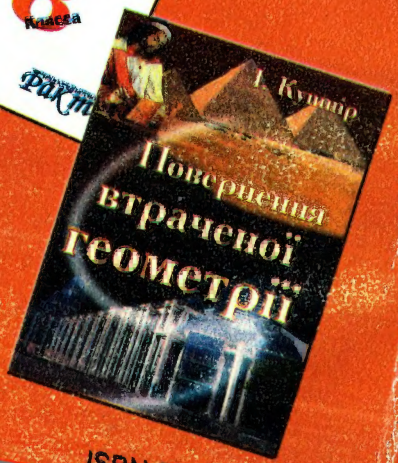
Средняя линия треугольника.
Теорема Фалеса. 87 345
Трапеция. Средняя линия трапеции. 91 346
§2. Звёздные теоремы.
Коллекции задач. Снова построения. 103 347
Задачи на построение
Параллелограмм 108
Прямоугольник 110
Ромб 111
Квадрат 113
Трапеция 115
§3. Подобие треугольников 118 349
Пропорциональные отрезки.
Свойство биссектрисы 118 349
Построение 157
Прямоугольный треугольник.
Метрические соотношения. 163 354
Окружность 169 355
§4. Практикум по теореме Пифагора 179 357
§5. Тригонометрия помогает геометрии 203 361
§6. Практикум по задачам восьмого класса 212 363

9 класс

Условие Ответ

§1. Площади фигур 238 366
§2. Тригонометрическая геометрия 277 371
§3. Вписанный и описанный
четырехугольники 288 374
§4. Правильные многоугольники 301 376
§5. Длина окружности. Площадь круга 319 379

Радимо придбати книги ВидавництВа "Факт"



Тел./факс ВидавництВа:
(044) 417 6991
E-mail: fact@carrier.kiev.ua

ISBN 966-7274-72-1